Задания и решения заключительного этапа ОШ «Ломоносов» по физике в 2015 году.
Задание для 10-х − 11-х классов

Вариант 1.

1.1.1. Как определяется вектор перемещения материальной точки? Каковы его проекции на координатные оси?

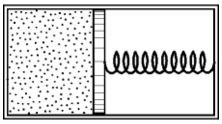
Задача. Мальчик стреляет маленьким шариком из закрепленной игрушечной пушки, стараясь попасть в цель, находящуюся на расстоянии L = 10 м по горизонтали от пушки и на некоторой высоте выше нее, причем шарик вылетает из ствола пушки с фиксированной начальной скоростью. Мальчик экспериментально определил, что попасть в цель можно, установив ствол пушки под единственно возможным углом α_0 = 67,5° к горизонту. На какой высоте H находится цель? Сопротивлением воздуха и размерами пушки можно пренебречь. Ответ приведите в метрах, округлив до целых.

1.1.1. Решение. Для описания движения шарика будем использовать координатную систему XOY с началом в точке вылета шарика из пушки, ось OX направим горизонтально, а ось OY – вертикально. Уравнение траектории шарика в выбранной системе имеет вид: $y = x\,\mathrm{tg}\,\alpha - \dfrac{gx^2}{2v_0^2}(1+\mathrm{tg}^2\,\alpha)$. Положив $x = L,\ y = H$ и введя обозначение $\xi = \mathrm{tg}\,\alpha$, получим квадратное уравнение относительно ξ, а именно $\xi^2 - \dfrac{2v_0^2}{gL}\xi + \left(1+\dfrac{2v_0^2 H}{gL^2}\right) = 0$. По теореме Виета корни этого уравнения удовлетворяют равенствам $\xi_1+\xi_2 = \dfrac{2v_0^2}{gL}$, $\xi_1\xi_2 = 1+\dfrac{2v_0^2 H}{gL^2}$. Согласно условию данное уравнение имеет единственное положительное решение $\xi_1 = \xi_2 = \mathrm{tg}\,\alpha_0$. Это возможно, если $\dfrac{v_0^2}{gL} = \mathrm{tg}\,\alpha_0$ и $1+\dfrac{2v_0^2 H}{gL^2} = \mathrm{tg}^2\,\alpha_0$. Отсюда $H = L\dfrac{\mathrm{tg}^2\,\alpha_0 - 1}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha_0} = -L\,\mathrm{ctg}\,2\alpha_0 = 10$ м.

Ответ: $H = L\dfrac{\mathrm{tg}^2\,\alpha_0 - 1}{2\,\mathrm{tg}\,\alpha_0} = -L\,\mathrm{ctg}\,2\alpha_0 = 10$ м;

2.4.1. Сформулируйте основные положения молекулярно-кинетической теории. Каковы по порядку величины масса и размеры молекул?

Задача. Гладкий поршень делит на две части закрытый с двух сторон цилиндр, лежащий горизонтально. В левой части цилиндра находится идеальный одноатомный газ, а в правой – вакуум и упирающаяся в поршень пружина, причем ее длина в недеформированном состоянии равна расстоянию между внутренними сторонами торцевых стенок цилиндра за вычетом толщины поршня. В начальном состоянии объем газа равен V_1 = 1 л, а давление равно $p_1 = 10^5$ Па. Определите количество теплоты Q, которое нужно передать газу, чтобы его объём увеличился в n = 2 раза.



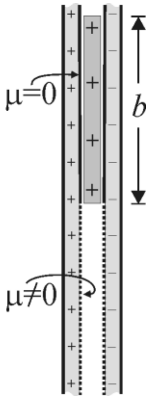
2.4.1. Решение. Так как давление p газа на поршень уравновешивается действием пружины, то $p = kV/S^2$, где k – жёсткость пружины, а S – площадь сечения поршня. При этом деформация пружины $x = V/S$. При $V_2 = nV_1$ деформация пружины станет в n раз большей, давление газа станет $p_2 = np_1$, а его температура от первоначальной $T_1 = p_1V_1/\nu R$ должна увеличится до $T_2 = n^2T_1$.

Поэтому согласно первому закону термодинамики газ должен получить $Q = 1{,}5\nu R\left(T_2 - T_1\right) + 0{,}5k\left(x_2^2 - x_1^2\right) = \left(1{,}5 + 0{,}5\right)p_1V_1\left(n^2 - 1\right)$.

Ответ: $Q = 2p_1V_1\left(n^2 - 1\right) = 600$ Дж.

3.9.1. Дайте определение напряженности электрического поля. Сформулируйте принцип суперпозиции электрических полей.

Задача. Две тонкие непроводящие плиты большого размера расположены вертикально и закреплены параллельно друг другу. Верхняя часть боковых сторон плит, обращенных друг к другу, гладкая, а нижняя − шероховатая. Стороны плит, обращенные друг к другу, равномерно заряжены равными по модулю и противоположными по знаку зарядами с поверхностной плотностью $\sigma = \pm 60$ мкКл/м^2. В зазор между плитами помещена равномерно заряженная диэлектрическая пластинка массой m = 50 г и длиной b = 10 см, несущая заряд q = 0,3 мкКл. Толщина пластинки чуть меньше ширины зазора между плитами. Пластинку отпускают без начальной скорости из положения, при котором ее нижний край находится на границе шероховатой части плит (см. рисунок). С какой скоростью v будет двигаться пластинка в тот момент, когда она окажется целиком между шероховатой частью боковых плит? Коэффициент трения между пластинкой и плитами в их шероховатой части $\mu = 0{,}25$. Электрическую постоянную примите равной $\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Поляризационными эффектами можно пренебречь.



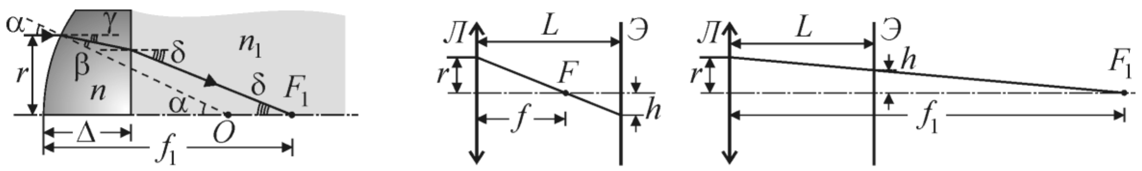
3.9.1. Решение. Напряженность электрического поля, созданного заряженными плитами в зазоре между ними, по модулю равна $E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$. Поэтому пластинка прижимается к правой плите с силой $F = \dfrac{q\sigma}{\varepsilon_0}$. Сила трения скольжения между пластинкой и плитой изменяется по линейному закону от нуля в верхнем положении пластинки до μF в ее нижнем положении. Следовательно, работа силы трения на перемещении пластинки из верхнего в нижнее положение равна $A_{\text{тр}} = -\dfrac{1}{2}\mu F \cdot b = -\dfrac{\mu q\sigma b}{2\varepsilon_0}$. По закону изменения механической энергии имеем равенство $\dfrac{mv^2}{2} - mgb = A_{\text{тр}}$. Из записанных равенств находим, что $v = \sqrt{b\left(2g - \dfrac{\mu q\sigma}{\varepsilon_0 m}\right)}$.

Ответ: $v = \sqrt{b\left(2g - \dfrac{\mu q\sigma}{\varepsilon_0 m}\right)} = 1$ м/с.

4.8.1. Какие линзы называются тонкими? Дайте определения фокусного расстояния и оптической силы тонкой линзы.

Задача. Тонкая собирающая плосковыпуклая линза с радиусом кривизны сферической поверхности R изготовлена из стекла с абсолютным показателем преломления n и размещена в воздухе так, что её плоская поверхность параллельна экрану, находящемуся от неё на расстоянии L. На сферическую поверхность линзы падает узкий параллельный пучок света, ось симметрии которого совпадает с главной оптической осью линзы. Определите абсолютный показатель преломления n_1 прозрачного вещества, которым следует заполнить пространство между линзой и экраном, чтобы диаметр светлого пятна от прошедшего через линзу света на экране не изменился.

4.8.1. Решение. На рисунке *а* показан ход крайнего луча падающего на линзу пучка света в случае, когда показатель преломления среды за линзой равен n_1, а перед линзой находится воздух. Так как по условию пучок света узкий и линза тонкая, то все углы на рисунке являются малыми, мала и толщина Δ линзы по сравнению с её фокусным расстоянием. Согласно закону преломления $\beta = \dfrac{\alpha}{n}$, $\delta = \gamma\dfrac{n}{n_1}$. Поскольку $\gamma = \alpha - \beta = \left(1 - \dfrac{1}{n}\right)\alpha$, то $\delta = \dfrac{n-1}{n_1}\alpha$. Учитывая, что $r = \alpha R = \delta f_1$, получаем, что в рассматриваемом случае падающий пучок должен собираться за линзой на расстоянии $f_1 = R\dfrac{n_1}{n-1}$. Если же линза находится в воздухе, то её фокусное расстояние равно $f = \dfrac{R}{n-1}$. Согласно рисункам *б* и *в* $\dfrac{h}{r} = \dfrac{L-f}{f} = \dfrac{f_1 - L}{f_1}$, а потому $\dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{f_1} = \dfrac{2}{L}$. Следовательно, $n_1 = \dfrac{L(n-1)}{2R - L(n-1)}$, если $L < \dfrac{2R}{n-1}$, иначе решения нет.



а *б* *в*

Ответ: $n_1 = \dfrac{L(n-1)}{2R - L(n-1)}$, если $L < \dfrac{2R}{n-1}$, иначе решения нет.

Вариант 2.

1.1.2. Дайте определение скорости материальной точки. Сформулируйте закон сложения скоростей.

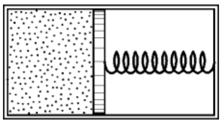
Задача. Мальчик стреляет маленьким шариком из закрепленной игрушечной пушки, стараясь попасть в цель, находящуюся на расстоянии $L = 10$ м по горизонтали от пушки и на некоторой высоте выше нее, причем шарик вылетает из ствола пушки с фиксированной начальной скоростью. Мальчик экспериментально определил, что попасть в цель можно, установив ствол пушки под единственно возможным углом $\alpha_0 = 67{,}5^\circ$ к горизонту. Каково время τ полета шарика от момента выстрела до момента попадания в цель? Сопротивлением воздуха и размерами пушки можно пренебречь. Модуль ускорения свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2. Ответ приведите в секундах, округлив до сотых.

1.1.2. Решение. Для описания движения шарика будем использовать координатную систему *XOY* с началом в точке вылета шарика из пушки, ось *OX* направим горизонтально, а ось *OY* – вертикально. Уравнение траектории шарика в выбранной системе имеет вид: $y = x\,\mathrm{tg}\,\alpha - \dfrac{gx^2}{2v_0^2}(1 + \mathrm{tg}^2\,\alpha)$. Положив $x = L,\ y = H$ и введя обозначение $\xi = \mathrm{tg}\,\alpha$, получим квадратное уравнение относительно ξ, а именно $\xi^2 - \dfrac{2v_0^2}{gL}\xi + \left(1 + \dfrac{2v_0^2 H}{gL^2}\right) = 0$. По теореме Виета корни этого уравнения удовлетворяют равенствам $\xi_1 + \xi_2 = \dfrac{2v_0^2}{gL}$, $\xi_1\xi_2 = 1 + \dfrac{2v_0^2 H}{gL^2}$. Согласно условию данное уравнение имеет единственное положительное решение $\xi_1 = \xi_2 = \mathrm{tg}\,\alpha_0$. Это возможно, если $\dfrac{v_0^2}{gL} = \operatorname{tg}\alpha_0$ и $1 + \dfrac{2v_0^2 H}{gL^2} = \operatorname{tg}^2\alpha_0$. Отсюда $v_0 = \sqrt{gL\operatorname{tg}\alpha_0}$. Горизонтальная составляющая скорости шарика по модулю равна $v_x = v_0\cos\alpha_0 = \sqrt{\dfrac{gL}{2}\sin 2\alpha_0}$. Следовательно, время полета шарика $\tau = \dfrac{L}{v_x} = \sqrt{\dfrac{2L}{g\sin 2\alpha_0}} \approx 1{,}68$ с.

Ответ: $\tau = \sqrt{\dfrac{2L}{g\sin 2\alpha_0}} \approx 1{,}68$ с.

2.4.2. Дайте определение идеального газа. Запишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа.

Задача. На горизонтальном столе лежит цилиндр, герметично закрытый с обоих концов. Внутри цилиндра находится гладкий поршень, который делит цилиндр на две части. В левой части цилиндра находится $\nu = 1$ моль идеального одноатомного газа, а в правой – вакуум и упирающаяся в поршень пружина, причем ее длина в недеформированном состоянии равна расстоянию между внутренними сторонами торцевых стенок цилиндра за вычетом толщины поршня. В начальном состоянии температура газа равна $T_1 = 300$ К. Определите количество теплоты Q, которое нужно передать газу, чтобы его температура увеличился в $m = 2$ раза. Универсальную газовую постоянную примите равной $R = 8{,}3$ Дж(моль·К).

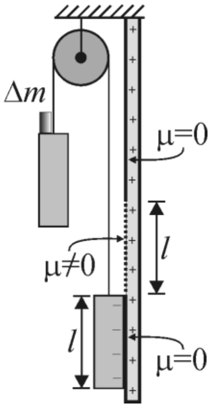


2.4.2. Решение. Т.к. давление газа на поршень уравновешивается действием пружины, то его давление $p = kV/S^2$, где k – жёсткость пружины, а S – площадь сечения поршня. При этом деформация пружины $x = V/S$. При $V_2 = nV_1$ деформация пружины станет в n раз большей, давление газа станет $p_2 = np_1$, а его температура от первоначальной $T_1 = p_1V_1/\nu R$ должна увеличится до $T_2 = n^2T_1$. Поэтому согласно первому началу термодинамики газ должен получить $Q = 1{,}5\nu R(T_2 - T_1) + 0{,}5k\left(x_2^2 - x_1^2\right) = 2\nu RT_1\left(n^2 - 1\right)$. По условию $T_2 = mT_1$, поэтому $n^2 = m$.

Ответ: $Q = 2\nu RT_1(m-1) = 4{,}98$ кДж.

3.9.2. Как определяется потенциал электростатического поля? Какова связь разности потенциалов с напряженностью однородного электростатического поля?

Задача. Два одинаковых прямоугольных пластмассовых бруска связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через легкий блок. Правый брусок находится вплотную к вертикальной непроводящей стенке, имеющей гладкие и шероховатый участки, причем длина шероховатого участка совпадает с длиной бруска. Левая сторона стенки равномерно заряжена положительным зарядом с поверхностной плотностью $\sigma = 60$ мкКл/м^2, а правая грань правого бруска равномерно заряжена отрицательным зарядом, модуль которого $q = 1$ мкКл. В исходном положении системы, показанном на рисунке, верхний край правого бруска находится у нижней границы шероховатой части стенки. Какова масса Δm дополнительного грузика, который следует аккуратно положить на левый брусок, чтобы правый брусок, проскользив по шероховатой части стенки, остановился в таком положении, что его верхний край совпал с верхним краем шероховатой части? Коэффициент трения между бруском и стенкой в ее шероховатой части $\mu = 0{,}18$.



Электрическую постоянную примите равной $\varepsilon_0 = 9\cdot10^{-12}$ Ф/м, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Поляризационными эффектами можно пренебречь.

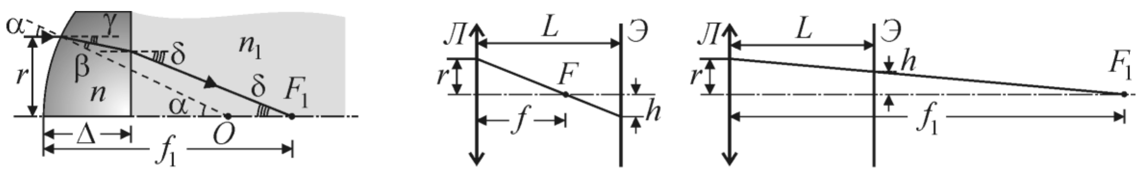
3.9.2. Решение. Напряженность электрического поля, созданного заряженной стенкой, по модулю равна $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$. Поэтому брусок прижимается к стенке с силой $F = \dfrac{q\sigma}{2\varepsilon_0}$. Сила трения скольжения между бруском и стенкой изменяется по линейному закону от нуля в нижнем положении бруска до μF в его верхнем положении. Следовательно, работа силы трения на перемещении бруска из нижнего в верхнее положение равна $A_{\text{тр}} = -\dfrac{1}{2}\mu F\cdot l = -\dfrac{\mu q\sigma l}{4\varepsilon_0}$. По закону изменения механической энергии имеем равенство $\Delta mg\cdot l + A_{\text{тр}} = 0$. Из записанных равенств находим, что $\Delta m = \dfrac{\mu q\sigma}{4\varepsilon_0 g}$.

Ответ: $\Delta m = \dfrac{\mu q\sigma}{4\varepsilon_0 g} = 0{,}03\text{ кг} = 30\text{ г}.$

4.8.2. Запишите формулу тонкой линзы и поясните смысл входящих в эту формулу величин. Как определяется увеличение, даваемое линзой?

Задача. Тонкая собирающая плосковыпуклая линза изготовлена из стекла с абсолютным показателем преломления *n* и размещена в воздухе так, что её плоская поверхность параллельна экрану, находящемуся от неё на расстоянии *L*. На сферическую поверхность линзы падает узкий параллельный пучок света, ось симметрии которого совпадает с главной оптической осью линзы. Определите радиус кривизны *R* сферической поверхности линзы, если при заполнении пространства между линзой и экраном прозрачным веществом с абсолютным показателем преломления n_1 диаметр светлого пятна от прошедшего через линзу света на экране не изменяется.

4.8.2. Решение. На рисунке *а* показан ход крайнего луча падающего на линзу пучка света в случае, когда показатель преломления среды за линзой равен n_1, а перед линзой находится воздух. Так как по условию пучок света узкий и линза тонкая, то все углы на рисунке являются малыми, мала и толщина Δ линзы по сравнению с её фокусным расстоянием. Согласно закону преломления $\beta = \dfrac{\alpha}{n}$, $\delta = \gamma\dfrac{n}{n_1}$. Поскольку $\gamma = \alpha - \beta = \left(1 - \dfrac{1}{n}\right)\alpha$, то $\delta = \dfrac{n-1}{n_1}\alpha$. Учитывая, что $r = \alpha R = \delta f_1$, получаем, что в рассматриваемом случае падающий пучок должен собираться за линзой на расстоянии $f_1 = R\dfrac{n_1}{n-1}$. Если же линза находится в воздухе, то её фокусное расстояние равно $f = \dfrac{R}{n-1}$. Согласно рисункам *б* и *в* $\dfrac{h}{r} = \dfrac{L-f}{f} = \dfrac{f_1 - L}{f_1}$, а потому $\dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{f_1} = \dfrac{2}{L}$. Следовательно, $R = \dfrac{L}{2}(n-1)\left(1 + \dfrac{1}{n_1}\right)$.



а *б* *в*

Ответ: $R = \dfrac{L}{2}(n-1)\left(1 + \dfrac{1}{n_1}\right)$.

Вариант 3.

1.1.3. Запишите формулы для дальности и высоты полета тела, брошенного под углом к горизонту.

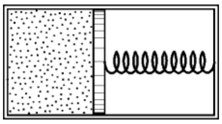
Задача. Мальчик стреляет маленьким шариком из закрепленной игрушечной пушки, стараясь попасть в цель, находящуюся на некотором расстоянии от пушки по горизонтали и на высоте $H = 10$ м выше нее, причем шарик вылетает из ствола пушки с фиксированной начальной скоростью. Мальчик экспериментально определил, что попасть в цель можно, установив ствол пушки под единственно возможным углом $\alpha_0 = 67{,}5^\circ$ к горизонту. Каково расстояние L от пушки до цели по горизонтали? Сопротивлением воздуха и размерами пушки можно пренебречь. Ответ приведите в метрах, округлив до целых.

1.1.3. Решение. Для описания движения шарика будем использовать координатную систему XOY с началом в точке вылета шарика из пушки, ось OX направим горизонтально, а ось OY – вертикально. Уравнение траектории шарика в выбранной системе имеет вид: $y = x\,\mathrm{tg}\,\alpha - \dfrac{gx^2}{2v_0^2}(1+\mathrm{tg}^2\,\alpha)$. Положив $x = L,\ y = H$ и введя обозначение $\xi = \mathrm{tg}\,\alpha$, получим квадратное уравнение относительно ξ, а именно $\xi^2 - \dfrac{2v_0^2}{gL}\xi + \left(1+\dfrac{2v_0^2 H}{gL^2}\right) = 0$. По теореме Виета корни этого уравнения удовлетворяют равенствам $\xi_1+\xi_2 = \dfrac{2v_0^2}{gL}$, $\xi_1\xi_2 = 1+\dfrac{2v_0^2 H}{gL^2}$. Согласно условию данное уравнение имеет единственное положительное решение $\xi_1 = \xi_2 = \mathrm{tg}\,\alpha_0$. Это возможно, если $\dfrac{v_0^2}{gL} = \mathrm{tg}\,\alpha_0$ и $1+\dfrac{2v_0^2 H}{gL^2} = \mathrm{tg}^2\,\alpha_0$. Отсюда $L = H\,\dfrac{2\,\mathrm{tg}\,\alpha_0}{\mathrm{tg}^2\,\alpha_0 - 1} = -H\,\mathrm{tg}\,2\alpha_0 = 10$ м.

Ответ: $L = H\,\dfrac{2\,\mathrm{tg}\,\alpha_0}{\mathrm{tg}^2\,\alpha_0 - 1} = -H\,\mathrm{tg}\,2\alpha_0 = 10$ м.

2.4.3. Запишите уравнение Менделеева−Клапейрона (уравнение состояния идеального газа). Что такое абсолютная температурная шкала?

Задача. Герметично закрытый с обоих концов цилиндр закреплен горизонтально. Находящийся внутри цилиндра гладкий поршень делит цилиндр на две части. В левой части цилиндра находится $\nu = 2$ моля идеального одноатомного газа, а в правой – вакуум и упирающаяся в поршень пружина, причем ее длина в недеформированном состоянии равна расстоянию между внутренними сторонами торцевых стенок цилиндра за вычетом толщины поршня. В начальном состоянии температура газа равна $T_1 = 300$ К. Определите количество теплоты Q, которое нужно передать газу, чтобы его давление увеличилось в $n = 2$ раза. Универсальную газовую постоянную примите равной $R = 8{,}3$ Дж(моль·К).

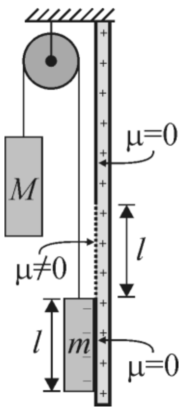


2.4.3. Решение. Т.к. давление газа на поршень уравновешивается действием пружины, то его давление $p = kV/S^2$, где k – жёсткость пружины, а S – площадь сечения поршня, а V – объём газа. При этом деформация пружины $x = V/S$. При $p_2 = np_1$ деформация пружины станет в n раз большей, объём гелия станет $V_2 = nV_1$, а его температура от первоначальной $T_1 = p_1V_1/\nu R$ должна увеличится до $T_2 = n^2T_1$. Поэтому согласно первому началу термодинамики газ должен получить $Q = 1{,}5\nu R\left(T_2 - T_1\right) + 0{,}5k\left(x_2^2 - x_1^2\right) = 2\nu RT_1\left(n^2-1\right)$.

Ответ: $Q = 2\nu RT_1\left(n^2-1\right) = 29{,}88$ кДж.

3.9.3. Что такое сила трения покоя и сила трения скольжения? Дайте определение коэффициента трения.

Задача. Два прямоугольных пластмассовых бруска массами $M = 140$ г и $m = 110$ г связаны невесомой нерастяжимой нитью, перекинутой через легкий блок. Правый брусок находится вплотную к вертикальной непроводящей стенке, имеющей гладкие и шероховатый участки, причем длина шероховатого участка совпадает с длиной бруска $l = 5$ см. Левая сторона стенки равномерно заряжена положительным зарядом с поверхностной плотностью $\sigma = 30$ мкКл/м^2, а правая грань правого бруска равномерно заряжена отрицательным зарядом, модуль которого $q = 0{,}6$ мкКл. В исходном положении системы, показанном на рисунке, верхний край правого бруска находится у нижней границы шероховатой части стенки. С какой по модулю скоростью v будут двигаться бруски в тот момент, когда правый брусок, проскользив по шероховатой части стенки, окажется целиком на гладкой ее части? Коэффициент трения между бруском и стенкой в ее шероховатой части $\mu = 0{,}5$. Электрическую постоянную примите равной $\varepsilon_0 = 9\cdot 10^{-12}$ Ф/м, а ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Поляризационными эффектами можно пренебречь.



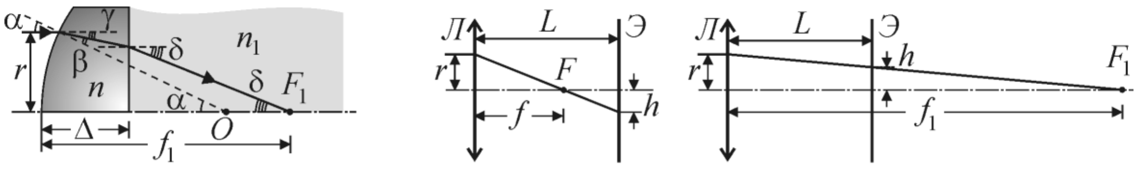
3.9.3. Решение. Напряженность электрического поля, созданного заряженной стенкой, по модулю равна $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$. Поэтому брусок прижимается к стенке с силой $F = \dfrac{q\sigma}{2\varepsilon_0}$. Сила трения скольжения между бруском и стенкой изменяется по линейному закону от нуля в нижнем положении бруска до μF в его среднем положении, и снова до нуля верхнем положении. Следовательно, работа силы трения на перемещении бруска из нижнего в верхнее положение равна $A_{\text{тр}} = -2\cdot\dfrac{1}{2}\mu F\cdot l = -\dfrac{\mu q\sigma l}{2\varepsilon_0}$. По закону изменения механической энергии имеем равенство $Mg\cdot 2l + A_{\text{тр}} = mg\cdot 2l + \dfrac{Mv^2}{2} + \dfrac{mv^2}{2}$. Отсюда $v = \sqrt{\dfrac{4(M-m)gl - \mu q\sigma l/\varepsilon_0}{M+m}}$.

Ответ: $v = \sqrt{\dfrac{4(M-m)gl - \mu q\sigma l/\varepsilon_0}{M+m}} = 0{,}2$ м/с.

4.8.3. Сформулируйте законы преломления света. Что такое абсолютный и относительный показатели преломления?

Задача. Тонкая собирающая плосковыпуклая линза с радиусом кривизны сферической поверхности R изготовлена из стекла с абсолютным показателем преломления n и размещена в воздухе так, что её плоская поверхность параллельна экрану, находящемуся от неё на некотором расстоянии L. На сферическую поверхность линзы падает узкий параллельный пучок света, ось симметрии которого совпадает с главной оптической осью линзы. Определите L, если при заполнении пространства между линзой и экраном прозрачным веществом с абсолютным показателем преломления n_1 диаметр светлого пятна от прошедшего через линзу света на экране не изменяется.

4.8.3. Решение. На рисунке *а* показан ход крайнего луча падающего на линзу пучка света в случае, когда показатель преломления среды за линзой равен n_1, а перед линзой находится воздух. Так как по условию пучок света узкий и линза тонкая, то все углы на рисунке являются малыми, мала и толщина Δ линзы по сравнению с её фокусным расстоянием. Согласно закону преломления $\beta = \dfrac{\alpha}{n}$, $\delta = \gamma\dfrac{n}{n_1}$. Поскольку $\gamma = \alpha - \beta = \left(1 - \dfrac{1}{n}\right)\alpha$, то $\delta = \dfrac{n-1}{n_1}\alpha$. Учитывая, что $r = \alpha R = \delta f_1$, получаем, что в рассматриваемом случае падающий пучок должен собираться за линзой на расстоянии $f_1 = R\dfrac{n_1}{n-1}$. Если же линза находится в воздухе, то её фокусное расстояние равно $f = \dfrac{R}{n-1}$. Согласно рисункам *б* и *в* $\dfrac{h}{r} = \dfrac{L-f}{f} = \dfrac{f_1 - L}{f_1}$, а потому $\dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{f_1} = \dfrac{2}{L}$. Следовательно, $\dfrac{2R}{L} = (n-1)\left(1 + \dfrac{1}{n_1}\right)$ и $L = \dfrac{2Rn_1}{(n-1)(n+n_1)}$.



а *б* *в*

Ответ: $L = \dfrac{2Rn_1}{(n-1)(n+n_1)}$.