## *Третий тур*

### Разминочное задание.

Брусок массой 700 г имеет размеры 20×10×5 см. Какова плотность бруска? Ответ выразите в кг/м$^3$, округлив до целых.

**Ответ.** $\rho = \dfrac{0{,}7}{0{,}2 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}05} = 700$ кг/м$^3$.

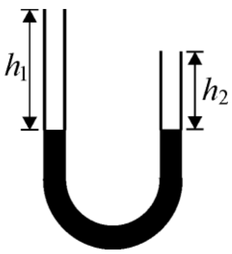
### Основное задание

**1.** Из города $A$ в момент времени $t_1$ = 10 часов утра выезжает мотоциклист, а навстречу ему из города $B$, находящегося на расстоянии $L = 600$ км, в момент времени $t_2$ = 3 часа дня выезжает грузовик. Зная, что мотоциклист до встречи с грузовиком двигался со средней скоростью $v_{\text{м}} = 60$ км/ч, а грузовик – со средней скоростью $v_{\text{гр}} = 40$ км/ч, определите расстояние $x$, которое грузовик проехал до встречи с мотоциклистом. Ответ приведите в километрах, округлив до целых.

**1. Решение.** К моменту выезда грузовика мотоциклист проехал расстояние $l = 60 \cdot (15 - 10) = 300$ км. После этого мотоциклист и грузовик сближались со скоростью $u = v_{\text{м}} + v_{\text{гр}} = 60 + 40 = 100$ км/ч в течение промежутка времени $t = \dfrac{L - l}{u} = \dfrac{600 - 300}{100} = 3$ ч. За это время грузовик проехал расстояние $x = v_{\text{гр}} t = 40 \cdot 3 = 120$ км.

**Ответ:** $x = \dfrac{L - v_{\text{м}}(t_2 + 12 - t_1)}{v_{\text{м}} + v_{\text{гр}}} v_{\text{гр}} = 120$ км.

**2.** Вертикально расположенная $U$-образная трубка с коленами разной высоты частично заполнена




ртутью, причем левый конец трубки выше уровня ртути на $h_1 = 50{,}2$ см, а правый – на $h_2 = 25$ см. В оба колена трубки поочередно наливают воду так, что они оказываются заполненными доверху. На какую величину $\Delta h$ переместится уровень ртути в левом колене трубки, если известно, что ртуть из его вертикальной части не вытесняется полностью? Плотность ртути $\rho_{\text{рт}} = 13{,}6$ г/см$^3$, плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1$ г/см$^3$. Ответ приведите в миллиметрах, округлив до целых.

**2. Решение:** Пусть первоначальная высота столба ртути в каждом из колен трубки равна $h_0$. Поскольку ртуть несжимаема и сечение трубки постоянно, после заполнения колен водой ртуть опустится в левом колене на такую же величину $\Delta h$, на которую поднимется в правом колене. Поэтому высоты столбов воды в левом и правом коленах трубки будут, соответственно, равны $h_1 + \Delta h$ и $h_2 - \Delta h$. Жидкости будут находиться в равновесии при равенстве давлений ртути в левом и правом коленах в нижней точке трубки, т.е. при выполнении условия: $\rho_{\text{в}} g(h_1 + \Delta h) + \rho_{\text{рт}} g(h_0 - \Delta h) = \rho_{\text{в}} g(h_2 - \Delta h) + \rho_{\text{рт}} g(h_0 + \Delta h)$. Отсюда находим $\Delta h = \dfrac{\rho_{\text{в}}(h_1 - h_2)}{2(\rho_{\text{рт}} - \rho_{\text{в}})} = 1$ см.

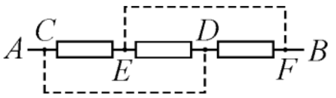
**Ответ:** $\Delta h = \dfrac{\rho_{\text{в}}(h_1 - h_2)}{2(\rho_{\text{рт}} - \rho_{\text{в}})} = 10$ мм.

**3.** Туристы на привале решили приготовить чай. Налив в котелок воды при температуре $t_0$ = 10 ºС, они подвесили его над горящим костром и занялись обустройством лагеря. Через время $\tau_1$ = 15 минут вода закипела, но никто из туристов этого не заметил, и вода стала выкипать. Через какое время $\tau_2$ выкипит четверть воды, первоначально находящейся в котелке? Удельная теплоемкость воды $c$ = 4,2 кДж/(кг·ºС), удельная теплота парообразования воды $r$ = 2,3 МДж/кг. Теплоемкостью котелка можно пренебречь. Считайте, что подводимая к воде тепловая мощность остается постоянной. Ответ приведите в минутах, округлив до целых.

**3. Решение:** Обозначим через $m$ начальную массу воды в котелке. Найдем количества теплоты $Q_1$ и $Q_2$, требующиеся соответственно для нагревания воды до температуры кипения и для превращения ¼ части ее в пар: $Q_1 = cm(t_{\text{к}} - t_0)$, $Q_2 = \dfrac{m}{4} r$. Здесь $t_{\text{к}}$ = 100 ºС – температура кипения воды. Пусть $q$ – доля тепловой мощности, идущая на нагрев воды; тогда $Q_1 = q\tau_1$, $Q_2 = q\tau_2$, где $\tau_1$ – время нагрева воды, $\tau_2$ – время ее частичного выкипания. Объединяя эти выражения, получаем ответ: $\tau_2 = \tau_1 \dfrac{r}{4c(t_{\text{к}} - t_0)} = 15 \dfrac{2300}{4 \cdot 4{,}2 \cdot (100 - 10)} \approx 23$ мин.

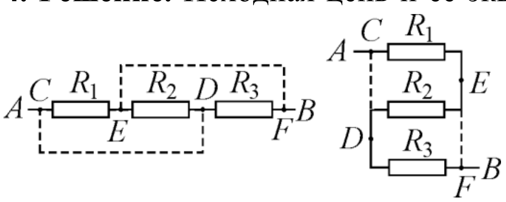
**Ответ.** $\tau_2 = \tau_1 \dfrac{r}{4c(100\,^{\circ}\text{C} - t_0)} \approx 23$ мин.

**4.** Три одинаковых резистора соединены в цепь, схема которой изображена на рисунке, причем




сопротивление между точками $A$ и $B$ равно $R_{AB}$ = 18 Ом. Чему станет равным сопротивление $R'_{AB}$ между точками $A$ и $B$, если точки $C$ и $D$, а также $E$ и $F$ соединить проводниками, как показано на рисунке штриховыми линиями?

**4. Решение.** Исходная цепь и ее эквивалентная схема изображены на рисунке, причем $R_{AB} = 3R$,




где $R$ – сопротивление одного резистора. Видно, что после замыкания точек $C$ и $D$ и точек $E$ и $F$ все три резистора оказываются соединенными параллельно. Следовательно, $\dfrac{1}{R'_{AB}} = \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} = \dfrac{3}{R}$, и $R'_{AB} = \dfrac{R_{AB}}{9} = 2$ Ом.

**Ответ.** $R'_{AB} = \dfrac{R_{AB}}{9} = 2$ Ом.

**5.** Две планеты движутся по круговым орбитам вокруг массивной звезды. Радиус орбиты второй планеты больше радиуса орбиты первой планеты в $k$ = 4 раза. Найдите период обращения второй планеты, если известно, что период обращения первой планеты $T_1$ = 100 суток. Гравитационным взаимодействием между планетами можно пренебречь. Ответ приведите в сутках, округлив до целых.

**5. Решение.** По второму закону Ньютона, используя выражение для центростремительного ускорения и силы всемирного тяготения, имеем $m \cdot \frac{v^2}{R} = G\frac{m \cdot M}{R^2}$. Период обращения по круговой орбите равен $T = \frac{2\pi R}{v}$. Таким образом, $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^3$, как это и следует из третьего закона Кеплера. Отсюда получаем, что $T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^{3/2}$.

**Ответ:** $T_2 = T_1 \cdot k^{3/2} = 800$ суток.