Задание для учащихся 10-х -11-х классов.

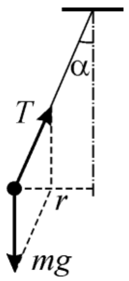
В 2012/13 году на финальном (заключительном) этапе каждое из 4 заданий оценивалось в **25 баллов**, из которых **10** - максимальная оценка за теоретическую часть, **15** - максимальная оценка за задачу.

Вариант № 1

1.4.1. Дайте определение угловой скорости точки при ее равномерном движении по окружности. Запишите формулу для вычисления ускорения точки при таком движении.

Задача. Свинцовый шар массой $m = 1$ кг, подвешенный на невесомой нерастяжимой нити длиной $L = 1$ м в камере, из которой откачан воздух, движется по окружности в горизонтальной плоскости, совершая $n = 60$ оборотов в минуту. При этом нить всё время натянута. В некоторый момент времени в камеру впустили воздух. Какую работу A совершит сила сопротивления воздуха за время, в течение которого угловая скорость движения шара уменьшится в 2 раза? Считайте, что сила сопротивления достаточно мала. Размерами шара можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным g = 9,8 м/с^2.

Решение. Пусть нить, на которой подвешен шар, образует с вертикалью угол α (см. рисунок). По второму закону Ньютона имеем: $m\omega^2 r = T\sin\alpha$, $mg = T\cos\alpha$, где m – масса шара, $\omega = 2\pi n$ – угловая скорость движения шара по окружности, $r = L\sin\alpha$ – радиус этой окружности,



T – натяжение нити, g – модуль ускорения свободного падения. Из этих уравнений находим, что $\cos\alpha = \dfrac{g}{(2\pi n)^2 L}$. Потенциальная энергия шара относительно его нижнего положения $E_п = mgL(1-\cos\alpha)$. Кинетическая энергия шара $E_к = \dfrac{m(\omega r)^2}{2} = \dfrac{m}{2}(2\pi n L\sin\alpha)^2$. Полная механическая энергия шара $E(n) = E_п(n) + E_к(n)$. Искомая работа $A = E(n) - E(n/2)$. С учётом уменьшения угла отклонения нити от вертикали находим, что $A = \dfrac{3}{2}m\left((\pi n L)^2 + \dfrac{3g^2}{4(\pi n)^2}\right) \approx 25{,}7$ Дж. **Ответ:** $A = \dfrac{3}{2}m\left((\pi n L)^2 + \dfrac{3g^2}{4(\pi n)^2}\right) \approx 25{,}7$ Дж.

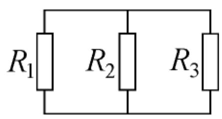
2.9.1. Какие виды парообразования вы знаете? Что такое удельная теплота парообразования?

Задача. В сосуде находится влажный воздух. При изотермическом сжатии его объем уменьшился в 5 раз, а давление увеличилось в 3 раза. При дальнейшем изотермическом сжатии в 3 раза давление в итоге стало в 7 раз больше первоначального. Какую относительную влажность φ имел воздух до начала сжатия?

Решение. При первом сжатии давление смеси сухого воздуха и водяного пара в сосуде возросло менее чем в пять раз, поэтому пар стал насыщенным и частично сконденсировался. При дальнейшем сжатии давление пара $p_н$ уже не менялось. Пренебрежем объемом сконденсировавшейся воды. Парциальное давление сухого воздуха при первом сжатии возросло в 5 раз, а при втором – еще в 3 раза. Полное давление влажного воздуха до начала сжатия равнялось $p_п + p_в$, где $p_п$ и $p_в$ – парциальные давления пара и сухого воздуха соответственно. По условию задачи получаем: $p_н + 5p_в = 3(p_п + p_в)$, $p_н + 15p_в = 7(p_п + p_в)$. Отсюда $3p_н = 5p_п$. Следовательно, первоначальная влажность равна $\varphi = \dfrac{p_п}{p_н}\cdot 100\% = 60\%$. **Ответ:** $\varphi = \dfrac{p_п}{p_н}\cdot 100\% = 60\%$.

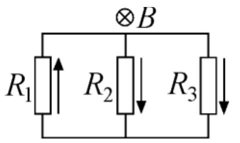
3.3.1. Как определяется модуль и направление вектора магнитной индукции? Что такое линии магнитной индукции?

Задача. Изображенный на рисунке электрический контур находится в магнитном поле с



индукцией B_0 = 1 Тл, направленной по нормали к контуру. Площадь каждой половины контура S = 0,1 м^2, сопротивления резисторов равны: R_1 = 1 Ом, R_2 = 2 Ом, R_3 = 2,5 Ом. Индукция магнитного поля уменьшается до нуля по закону $B = B_0 - \alpha t$, где α = 1 Тл/с. Какое количество теплоты выделилось при этом на сопротивлении R_2?

Решение. Пусть магнитная индукция B направлена так, как показано рисунке. Согласно правилу

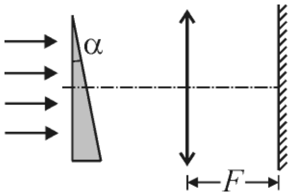


Ленца, возникающие при выключении магнитного поля ЭДС индукции, вызывают в каждом из малых контуров индукционные токи, текущие по часовой стрелке. Обозначим направления токов через резисторы стрелками на рисунке. По правилам Кирхгофа имеем: $\mathcal{E} = I_1R_1 + I_2R_2$; $\mathcal{E} = I_3R_3 - I_2R_2$; $I_1 = I_2 + I_3$. Учитывая, что величина ЭДС индукции в каждом малом контуре равна $\mathcal{E} = \alpha S$, получаем, что $I_2 = \dfrac{\alpha S(R_3 - R_1)}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}$. По закону Джоуля–Ленца $Q_2 = I_2^2 R_2 t_0$, где $t_0 = \dfrac{B_0}{\alpha}$.

Ответ: $Q_2 = \alpha B_0 R_2 \left[\dfrac{S(R_3 - R_1)}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}\right]^2$ = 0,5 мДж.

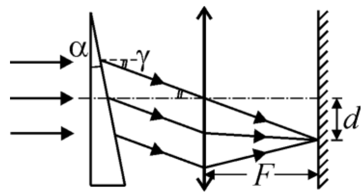
4.5.1. Дайте определение светового луча. Сформулируйте законы отражения света.

Задача. Параллельный пучок света падает на оптическую систему, состоящую из призмы с малым



преломляющим углом $\alpha = 0{,}05$ рад. и линзы с фокусным расстоянием F = 20 см, в фокальной плоскости которой расположен экран (см. рисунок). Пучок собирается на экране в точке, находящейся на расстоянии d = 0,5 *см* от главной оптической оси линзы. Определите показатель преломления призмы n. При вычислениях используйте приближенные равенства $\sin\vartheta \approx \mathrm{tg}\,\vartheta \approx \vartheta$, где ϑ – малый угол, выраженный в радианах.

Решение. По закону преломления для луча, выходящего из призмы, имеем $n\sin\alpha = \sin\beta$, где α – угол преломления. Поскольку углы α и β малые, то $n\alpha \approx \beta$. Поэтому угол отклонения падающего на призму луча от первоначального направления $\gamma = \beta - \alpha = (n-1)\alpha$. Угол между главной оптической осью линзы и побочной осью, параллельной падающим на линзу лучам, также равен γ. Отсюда $d = F \cdot \mathrm{tg}\gamma \approx F\gamma = F(n-1)\alpha$. Следовательно,



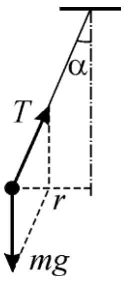
$n = 1 + \dfrac{d}{F\alpha}$ =1,5. **Ответ:** $n = 1 + \dfrac{d}{F\alpha}$ =1,5.

Вариант № 2

1.4.2. Дайте определение кинетической энергии материальной точки и определение потенциальной энергии механической системы.

Задача. Тело пренебрежимо малых размеров массой m = 1 кг, подвешенное на невесомой нерастяжимой нити длиной L = 1 м в вакуумной камере, движется по окружности в горизонтальной плоскости, совершая n = 60 оборотов в минуту. При этом нить всё время натянута. В некоторый момент времени в камеру впустили воздух. К тому моменту, когда сила сопротивления воздуха совершила работу A =25,7 Дж, угловая скорость движения тела уменьшилась в k раз. Определите значение k, считая силу сопротивления воздуха достаточно малой. Ускорение свободного падения примите равным g = 9,8 м/с2.

Решение. Пусть нить, на которой подвешено тело, образует с вертикалью угол α (см. рисунок). По второму закону Ньютона имеем: $m\omega^2 r = T\sin\alpha$, $mg = T\cos\alpha$, где m – масса тела, $\omega = 2\pi n$ – угловая скорость движения тела по окружности, $r = L\sin\alpha$ – радиус этой окружности,



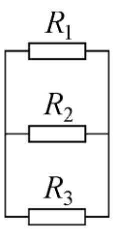
T – натяжение нити, g – модуль ускорения свободного падения. Из этих уравнений находим, что $\cos\alpha = \dfrac{g}{(2\pi n)^2 L}$. Потенциальная энергия тела относительно его нижнего положения $E_{\text{п}} = mgL(1-\cos\alpha)$. Кинетическая энергия тела $E_{\text{к}} = \dfrac{m(\omega r)^2}{2} = \dfrac{m}{2}(2\pi n L\sin\alpha)^2$. Полная механическая энергия тела $E(n) = E_{\text{п}}(n) + E_{\text{к}}(n)$. Работа силы сопротивления воздуха $A = E(n) - E(n/k) = \left[2m\cdot\left(\dfrac{\pi n L}{k}\right)^2 + \dfrac{3m}{2}\cdot\left(\dfrac{g}{2\pi n}\right)^2\right](k^2-1)$. Подставляя числовые данные, последнее соотношение можно привести к виду $k^4 - 2{,}6k^2 - 5{,}4 = 0$. Отсюда $k \approx 2$. **Ответ:** $k \approx 2$.

2.9.2. Что такое насыщенный пар? Как зависят давление и плотность насыщенного пара от температуры?

Задача. При изотермическом сжатии влажного воздуха его объем уменьшился в 5 раз, а давление увеличилось в 3 раза. При дальнейшем изотермическом сжатии в 3 раза его давление в итоге стало в 7 раз больше первоначального. Пренебрегая объемом образовавшейся из пара воды, определите, какая часть α водяного пара сконденсировалась в результате этих процессов?

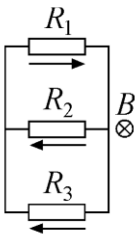
Решение. При первом сжатии давление смеси сухого воздуха и водяного пара в сосуде возросло менее чем в пять раз, поэтому пар стал насыщенным и частично сконденсировался. При дальнейшем сжатии давление пара $p_{\text{н}}$ уже не менялось. Парциальное давление сухого воздуха при первом сжатии возросло в 5 раз, а при втором - еще в 3 раза. Полное давление влажного воздуха до начала сжатия равнялось $p_{\text{п}} + p_{\text{в}}$, где $p_{\text{п}}$ и $p_{\text{в}}$ – парциальные давления пара и сухого воздуха соответственно. По условию задачи имеем: $p_{\text{н}} + 5p_{\text{в}} = 3(p_{\text{п}} + p_{\text{в}})$, $p_{\text{н}} + 15p_{\text{в}} = 7(p_{\text{п}} + p_{\text{в}})$. Отсюда $3p_{\text{н}} = 5\,p_{\text{п}}$. Масса водяного пара до сжатия $m = \dfrac{p_{\text{п}} V\mu}{RT}$, после сжатия $m_{\text{к}} = \dfrac{p_{\text{н}} V\mu}{15RT}$. Следовательно, $\alpha = \dfrac{m - m_{\text{к}}}{m} = 1 - \dfrac{p_н}{15p_{\text{п}}} = \dfrac{8}{9}$. **Ответ:** $\alpha = \dfrac{8}{9}$.

3.3.2. Дайте определение магнитного потока. В чем состоит явление электромагнитной индукции?



Задача. Электрический контур, состоящий из трех параллельно включенных сопротивлений, находится в магнитном поле с индукцией B_0, направленной по нормали к контуру. Площадь каждой половины контура $S = 0{,}1$ м^2, сопротивления резисторов равны: $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 6$ Ом. Индукция магнитного поля уменьшается до нуля по закону $B = B_0 - \alpha t$, где $\alpha = 1$ Тл/с. Какова величина B_0, если при выключении магнитного поля на сопротивлении R_2 выделилось количество теплоты $Q_2 = 10^{-3}$ Дж?

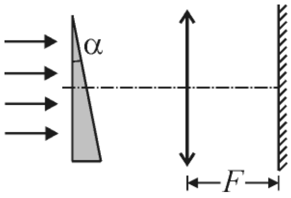
Решение. Пусть магнитная индукция B направлена так, как показано на рисунке. Согласно



правилу Ленца, возникающие при выключении магнитного поля ЭДС индукции, вызывают в каждом из малых контуров индукционные токи, текущие по часовой стрелке. Обозначим направления токов через резисторы стрелками на рисунке. По правилам Кирхгофа имеем: $\mathcal{E} = I_1R_1 + I_2R_2$; $\mathcal{E} = I_3R_3 - I_2R_2$; $I_1 = I_2 + I_3$. Учитывая, что величина ЭДС индукции в каждом малом контуре равна $\mathcal{E} = \alpha S$, получаем, что $I_2 = \dfrac{\alpha S(R_3 - R_1)}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3}$. По закону Джоуля–Ленца $Q_2 = I_2^2 R_2 t_0$, где $t_0 = \dfrac{B_0}{\alpha}$. Отсюда $B_0 = \dfrac{Q_2(R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3)^2}{\alpha R_2(R_3 - R_1)^2 S^2}$. **Ответ:** $B_0 = \dfrac{Q_2(R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3)^2}{\alpha R_2(R_3 - R_1)^2 S^2} = 0{,}8$ Тл.

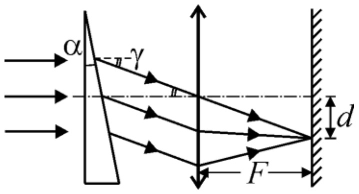
4.5.2. Сформулируйте законы преломления света. Что такое полное внутреннее отражение?

Задача. На оптическую систему, состоящую из призмы с малым преломляющим углом



$\alpha = 0{,}05$ рад. и показателем преломления $n = 1{,}5$, а также линзы с фокусным расстоянием $F = 20$ см (см. рисунок), падает параллельный пучок света. Определите, на каком расстоянии d от главной оптической оси линзы находится точка, в которой собираются лучи этого пучка. При вычислениях используйте приближенные равенства $\sin\vartheta \approx \operatorname{tg}\vartheta \approx \vartheta$, где ϑ – малый угол, выраженный в радианах.

Решение. По закону преломления для луча, выходящего из призмы, имеем $n\sin\alpha = \sin\beta$, где β –



угол преломления. Поскольку углы α и β малые, то $n\alpha \approx \beta$. Поэтому угол отклонения падающего на призму луча от первоначального направления $\gamma = \beta - \alpha = (n-1)\alpha$. Угол между главной оптической осью линзы и побочной осью, параллельной падающим на линзу лучам, также равен γ. Отсюда $d = F \cdot \operatorname{tg}\gamma \approx F\gamma = F(n-1)\alpha$.

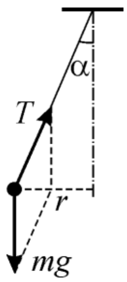
Ответ: $d \approx F(n-1)\alpha = 0{,}5$ см.

Вариант № 3

1.4.3. Сформулируйте закон сохранения механической энергии системы материальных точек. Поясните смысл входящих в этот закон величин.

Задача. Свинцовый шар массой $m = 1$ кг, подвешенный на невесомой нерастяжимой нити длиной $L = 1$ м в камере, из которой откачан воздух, движется по окружности в горизонтальной плоскости, совершая $n = 60$ оборотов в минуту. При этом нить всё время натянута. В некоторый момент времени в камеру впустили воздух. Под действием силы сопротивления воздуха угловая частота движения шара стала уменьшаться. Определите отношение изменения кинетической энергии шара к изменению потенциальной энергии системы «шар – Земля» за промежуток времени, в течение которого угловая частота движения шара уменьшается в 2 раза. Считайте, что сила сопротивления воздуха достаточно мала. Размерами шара можно пренебречь. Ускорение свободного падения примите равным g = 9,8 м/с^2.

Решение. Пусть нить, на которой подвешен шар, образует с вертикалью угол α (см. рисунок). По второму закону Ньютона имеем: $m\omega^2 r = T\sin\alpha$, $mg = T\cos\alpha$, где m – масса шара, $\omega = 2\pi n$ – угловая скорость движения шара по окружности, $r = L\sin\alpha$ – радиус этой окружности,



T – натяжение нити, g – модуль ускорения свободного падения. Из этих уравнений находим, что $\cos\alpha = \dfrac{g}{(2\pi n)^2 L}$. Потенциальная энергия шара относительно его нижнего положения $E_п = mgL(1-\cos\alpha)$. Кинетическая энергия шара $E_к = \dfrac{m(\omega r)^2}{2} = \dfrac{m}{2}(2\pi nL\sin\alpha)^2$. Так как $\Delta E_п = E_п(n) - E_п(n/2) = \dfrac{3mg^2}{4(\pi n)^2}$, а $\Delta E_к = E_к(n) - E_к(n/2) = \dfrac{3}{2}m\left((\pi nL)^2 + \dfrac{g^2}{(2\pi n)^2}\right)$, то искомое отношение $\dfrac{\Delta E_к}{\Delta E_п} = 2\left(\dfrac{\pi^2 n^2 L}{g}\right)^2 + \dfrac{1}{2} \approx 2{,}5$.

Ответ: $\dfrac{\Delta E_к}{\Delta E_п} = 2\left(\dfrac{\pi^2 n^2 L}{g}\right)^2 + \dfrac{1}{2} \approx 2{,}5$.

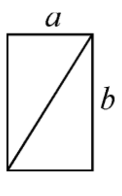
2.9.3. Какой процесс называется кипением? Как зависит температура кипения от давлений?

Задача. В сосуде находится воздух с влажностью φ = 60%. При его изотермическом сжатии объем уменьшился в 5 раз, а давление увеличилось в 3 раза. Пренебрегая объемом образовавшейся из пара воды, найдите отношение β парциального давления сухого воздуха к давлению паров воды до начала сжатия.

Решение. При сжатии давление смеси сухого воздуха и водяного пара в сосуде возросло менее чем в пять раз, поэтому пар стал насыщенным и частично сконденсировался. Его давление стало равным давлению насыщенного пара $p_н$. Парциальное давление сухого воздуха при сжатии возросло в 5 раз. Полное давление влажного воздуха до начала сжатия равнялось $p_п + p_в$, где $p_п$ и $p_в$ – парциальные давления пара и сухого воздуха соответственно. По условию задачи имеем: $p_н + 5p_в = 3(p_п + p_в)$. Отсюда $\dfrac{p_н}{p_п} + 2\dfrac{p_в}{p_п} = 3$. Поскольку $\varphi = \dfrac{P_п}{P_н}\cdot 100\%$, получаем, что $\dfrac{100\%}{\varphi} + 2\beta = 3$. Отсюда следует, что $\beta = \dfrac{2}{3}$. **Ответ:** $\beta = \dfrac{2}{3}$.

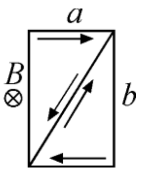
3.3.3. Сформулируйте закон Ампера. Какова по модулю и направлению сила, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле (сила Лоренца)?

Задача. Изображенный на рисунке электрический контур (a = 0,1 м; b = 0,2м) находится в магнитном поле с индукцией B_0 = 0,6 Тл, направленной по нормали к контуру. Весь контур, включая диагональ, сделан из одинакового провода, сопротивление одного метра которого составляет r = 1 Ом. Индукция магнитного поля уменьшается до нуля по закону $B = B_0 - \alpha t$. Какова величина α, если полное количество теплоты, выделившейся в



контуре при выключении магнитного поля, $Q = 4\cdot10^{-4}$ Дж?

Решение. Пусть магнитная индукция B направлена так, как показано на рисунке. Согласно правилу Ленца, возникающие при выключении магнитного поля ЭДС индукции, вызывают в

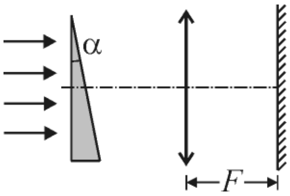


каждом из малых контуров индукционные токи, текущие по часовой стрелке. В силу симметрии сила тока протекающего по диагонали прямоугольника равна нулю, поэтому ток потечет только по периметру контура. Величина ЭДС индукции в контуре $\mathsf{E} = \alpha S = \alpha ab$, а сила тока, текущего по периметру контура, $I = \dfrac{\alpha ab}{2r(a+b)}$. По закону Джоуля–Ленца количество теплоты, выделившееся за время выключения поля, $Q = I^2 R t_0$, где $t_0 = \dfrac{B_0}{\alpha}$. Таким образом, $Q = \alpha B_0 \dfrac{(ab)^2}{2r(a+b)}$.

Ответ: $\alpha = \dfrac{2Qr(a+b)}{B_0 (ab)^2}$ = 1 Тл/с.

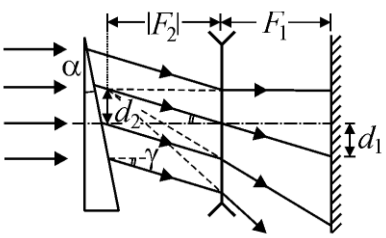
4.5.3. Дайте определения фокусного расстояния и оптической силы тонкой линзы.

Задача. Параллельный пучок света падает на, призму с малым преломляющим углом α = 0,05 рад.



и показателем преломления n = 1,5, а затем на собирающую линзу с оптической силой D_1 = 5 дптр (см. рисунок). Пучок собирается в точке, находящейся в фокальной плоскости линзы на некотором расстоянии d от ее главной оптической оси. Определите, насколько сместится изображение пучка в направлении, перпендикулярном главной оптической оси, если собирающую линзу заменить рассеивающей линзой с оптической силой D_2 = –5 дптр. При вычислениях используйте приближенные равенства $\sin\vartheta \approx \mathrm{tg}\,\vartheta \approx \vartheta$, где ϑ – малый угол, выраженный в радианах.

Решение. По закону преломления для луча, выходящего из призмы, имеем $n\sin\alpha = \sin\beta$, где β –



угол преломления. Поскольку углы α и β малые, то $n\alpha \approx \beta$. Поэтому угол отклонения падающего на призму луча от первоначального направления $\gamma = \beta - \alpha = (n-1)\alpha$. Угол между главной оптической осью линзы и побочной осью, параллельной падающим на линзу лучам, также равен γ. Отсюда $d_1 = F_1 \cdot \mathrm{tg}\gamma \approx F_1\gamma = F_1(n-1)\alpha$, где $F_1 = \dfrac{1}{D_1}$ – фокусное расстояние собирающей линзы. Если заменить собирающую линзу на рассеивающую (см. рисунок), то мнимое изображение пучка будет располагаться на расстоянии $d_2 \approx |F_2|\gamma = |F_2|(n-1)\alpha$ от главной оптической оси, где $F_2 = \dfrac{1}{D_2}$.

Искомое смещение изображения пучка по вертикали равно $\Delta y = (F_1 + |F_2|)(n-1)\alpha$.

Ответ: $\Delta y = \left(\dfrac{1}{D_1} + \dfrac{1}{|D_2|}\right)(n-1)\alpha = 1$ см.

Максимальная оценка за полностью выполненное задание – 100 баллов.