Вариант №3

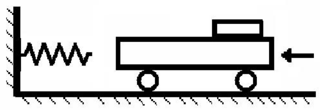
1.4.3. Задача. Резиновый брелок массой $m = 4{,}2$ г и прикрепленный к нему ключ массой $M = 27{,}2$ г, будучи полностью погруженными в воду, имеют вес $P = 252$ мН. Определите плотность металла ρ, из которого изготовлен ключ. Плотность воды $\rho_1 = 1$ г/см^3, плотность резины $\rho_2 = 1{,}4$ г/см^3. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2.

1.4.3. Решение. Согласно закону Архимеда, выталкивающая сила, действующая на полностью погруженные в жидкость брелок и ключ, равна $F_A = \rho_1(V_1 + V_2)g$, где V_1 – объем ключа, $V_2 = \frac{m}{\rho_2}$ – объем брелока,. Вес этих двух тел, погруженных в воду, равен $P = (m + M)g - \rho_1\left(V_1 + \frac{m}{\rho_2}\right)g$. Выразим из последнего равенства объем ключа: $V_1 = \frac{(m+M)g - P}{\rho_1 g} - \frac{m}{\rho_2}$. Учитывая, формулу, связывающую массу, объем и плотность тела, $m = \rho V$, находим искомую величину: $\rho = \frac{M}{V_1} = \frac{M\rho_1\rho_2 g}{[m(\rho_2 - \rho_1) + M\rho_2]g - P\rho_2}$. Ответ: $\rho = \frac{M\rho_1\rho_2 g}{[m(\rho_2 - \rho_1) + M\rho_2]g - P\rho_2} = 8{,}5$ г/см^3.

Вариант №3

2.4.3. Дайте определение периода колебаний. Запишите формулу для периода малых колебаний математического маятника.

Задача. На пружину, один конец которой закреплен, наезжает тележка массой M = 8 кг с кирпичом



массой m = 2 кг. Тележка движется по горизонтальной плоскости без трения. Если скорость тележки $V_0 \geq 0{,}3$ м/с, кирпич во время взаимодействия ящика с пружиной сдвигается относительно ящика. Каков коэффициент жесткости пружины, если коэффициент трения между тележкой и кирпичом μ = 0,3? Считайте, что ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.

2.4.3. Решение. Тележка находится в контакте с пружиной в течение времени

$\tau = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$, где M и m – массы тележки и кирпича, соответственно. Кирпич начнет сдвигаться, когда максимальная величина силы трения $F_{тр}^{max} = ma_{max}$ станет равной μmg (здесь m- масса кирпича, a_{max}- максимальное ускорение при колебательном движении). Следовательно, кирпич начнет сдвигаться относительно ящика, когда величина

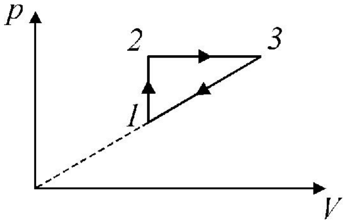
$a_{max} = \omega V_o = V_o \pi/\tau$ станет равной μg, откуда получаем

Ответ: $k = (M + m)(\mu g/V_o)^2 = 10^3$ Н/м.

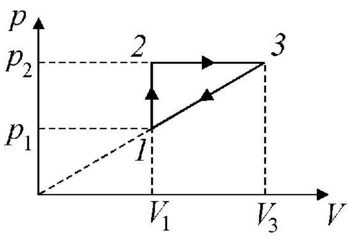
Вариант №3

3.3.3. Запишите выражения для теплоемкости идеального одноатомного газа в изохорном и изобарном процессах.

Задача. Рабочим телом теплового двигателя является 1 моль идеального одноатомного газа. В двигателе совершается циклический процесс 1 – 2 – 3 – 1, pV–диаграмма которого изображена на рисунке. Найдите работу, совершаемую двигателем за один цикл, если количество теплоты, которое газ отдает на участке 3 – 1, равно по модулю $Q = 12$ кДж, а температура газа в точке 2 в два раза больше температуры газа в точке 1.



3.3.3. Решение. Работа, совершаемая газом в циклическом процессе, равна сумме количеств теплоты, которыми газ обменивается с окружающими телами на отдельных участках цикла: $A = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31}$. Уравнения состояния газа в точках 1, 2 и 3 имеют вид: $p_1V_1 = RT_1$, $p_2V_1 = RT_2$, $p_2V_3 = RT_3$. Поскольку продолжение отрезка 1 – 3 проходит через начало координат, справедливо равенство: $\frac{p_2}{p_1} = \frac{V_3}{V_1}$, а теплоемкость газа на этом участке равна $2R$. Из условия задачи, а также из записанных соотношений следует, что $T_2 = 2T_1$, $T_3 = 2T_2 = 4T_1$. Поэтому $Q_{12} = \frac{3}{2}R(T_2 - T_1) = \frac{3}{2}RT_1$, $Q_{23} = \frac{5}{2}R(T_3 - T_2) = 5RT_1$, $Q_{31} = 2R(T_1 - T_3) = -6RT_1$, причем по условию $Q_{31} = -Q$. Следовательно, $RT_1 = \frac{Q}{6}$. Окончательно находим, что $A = \left(\frac{3}{2} + 5 - 6\right)RT_1 = \frac{RT_1}{2} = \frac{Q}{12}$.

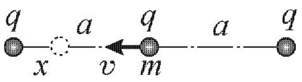


Ответ: $A = \frac{Q}{12} = 1$ кДж.

Вариант №3

4.1.3. Дайте определение напряженности электрического поля. Что такое линии напряженности электрического поля (силовые линии)?

Задача. Три одинаковых маленьких шарика, несущие заряды $q = 10^{-9}$ Кл каждый, удерживают так, что они располагаются на одной прямой. Расстояние между соседними шариками $a = 4$ см. Средний шарик отпускают и сообщают ему некоторую скорость v, направленную в сторону первого шарика по прямой, соединяющей шарики. Чему равна скорость v, если минимальное расстояние, на которое средний шарик приблизится к первому, $x = 2$ см? Масса шарика $m = 1$ г. Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м. Силу тяжести не учитывайте.



4.1.3. Решение. Потенциальная энергия кулоновского взаимодействия двух точечных зарядов q_1 и q_2, находящихся на расстоянии r друг от друга, рассчитывается по формуле $W = \dfrac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$. Обозначив через W_{13} потенциальную энергию взаимодействия крайних шариков, которые остаются неподвижными, по закону сохранения механической энергии имеем $W_{13} + 2\dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a} + \dfrac{mv^2}{2} = W_{13} + \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 x} + \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 (2a - x)}$. Отсюда находим ответ

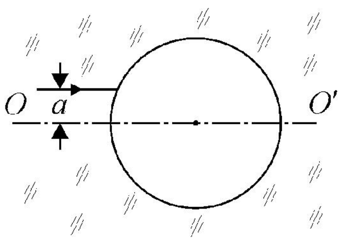
$$v = \frac{q}{\sqrt{\pi\varepsilon_0 m a}} \cdot \frac{|a - x|}{\sqrt{x(2a - x)}} \approx 1{,}73 \text{ см/с.}$$

Ответ $v = \dfrac{q}{\sqrt{\pi\varepsilon_0 m a}} \cdot \dfrac{|a - x|}{\sqrt{x(2a - x)}} \approx 1{,}73$ см/с.

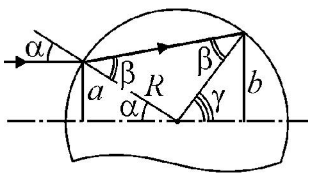
Вариант №3

5.2.3. Сформулируйте законы отражения света. Постройте изображение предмета в плоском зеркале.

Задача. В толще стекла с показателем преломления $n = 1{,}5$ имеется сферическая полость, заполненная воздухом. Луч света, распространяющийся в стекле, падает на границу полости на расстоянии $a = 1$ см от оси OO', проходящей через центр полости параллельно лучу. На каком расстоянии b от этой оси находится точка выхода луча из полости? Расстояние a мало по сравнению с радиусом полости. Углы падения и преломления луча также считайте малыми.



5.2.3. Решение. Ход луча изображен на рисунке, где через α и β обозначены соответственно углы падения и преломления на границе «стекло – воздух». По закону преломления $\sin\beta = n\sin\alpha$. Из рисунка видно, что $a = R\sin\alpha$, $b = R\sin\gamma$, $\gamma = \pi - \alpha - (\pi - 2\beta) = 2\beta - \alpha$. По условию задачи углы α и β малы, следовательно, мал также и угол γ. Поэтому справедливы приближенные равенства: $a \approx R\alpha$, $b \approx R\gamma$, $\beta \approx \alpha n$, $\gamma \approx (2n - 1)\alpha$. Отсюда $b \approx a\dfrac{\gamma}{\alpha}$.



Ответ: $b \approx a(2n - 1) = 2a = 2$ см.