Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
15 марта 2020 г.
Задачи 9 класса
***Возможные* решения (максимум 10 баллов за задачу)**

1. Два поезда движутся в одном направлении по одним рельсам, с одинаковой и постоянной скоростью. Между ними находится дрезина. В некоторый момент времени оказалось, что поезд сзади приблизился к дрезине на опасно короткую дистанцию, и она увеличила скорость до v_1. Затем, через время $\boldsymbol{t}_1$, обнаружилось, что дрезина опасно сблизилась с поездом впереди, и она уменьшила скорость до v_2. После этого через время $\boldsymbol{t}_2$ дрезина снова сблизилась с поездом, идущим сзади. С какой скоростью двигались поезда? Дистанцией между дрезиной и поездом при их максимальном сближении пренебречь.

Возможное решение

Расстояние S между поездами не меняется. <2 балла>

Догоняя поезд, идущий впереди, дрезина прошла путь $\mathrm{v}_1 t_1 = S + u t_1$, где u – скорость поезда. <3 балла>

Отставая от поезда, она прошла путь $\mathrm{v}_2 t_2 = u t_2 - S$. <3 балла>

Ответ: $u = \dfrac{\mathrm{v}_1 t_1 + \mathrm{v}_2 t_2}{t_1 + t_2}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Утверждение о неизменности расстояния между поездами		2
2	Определение пути дрезины, догоняющей впереди идущий поезд	$\mathrm{v}_1 t_1 = S + u t_1$.	3
3	Определение пути дрезины, движущейся от впереди идущего поезда	$\mathrm{v}_2 t_2 = u t_2 - S$	3
4	Получение ответа	$u = \dfrac{\mathrm{v}_1 t_1 + \mathrm{v}_2 t_2}{t_1 + t_2}$	2

2. Мяч радиуса $\boldsymbol{R}$ бросают с некоторой скоростью вертикально вверх. Затем из той же точки с той же скоростью вертикально вверх бросают второй такой же мяч, и мячи, двигаясь в противоположных направлениях, сталкиваются с относительной скоростью **v**. Определите разницу модулей скоростей второго и первого мяча непосредственно перед столкновением. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.

Возможное решение

Предположим, что начальная скорость мячей v_0, скорости первого и второго мяча непосредственно перед столкновением были соответственно v_1 и v_2, и второй мяч в момент столкновения находился на высоте *H*. Закон сохранения энергии для первого мяча: $\frac{mv_1^2}{2} + mg(H + 2R) = \frac{mv_0^2}{2}$, <2 балла> для второго мяча $\frac{mv_2^2}{2} + mgH = \frac{mv_0^2}{2}$. <2 балла>. Поскольку мячи движутся навстречу, их относительная скорость $v = v_2 + v_1$, а разность модулей скоростей $\Delta v = v_2 - v_1$. Вычитая из второго уравнения первое, получаем $v_2^2 - v_1^2 = (v_2 - v_1)(v_2 + v_1) = 4gR$, или $\Delta v \cdot v = 4gR$ <4 балла>,. откуда получаем ответ.

Ответ: $\Delta v = 4gR / v$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Закон сохранения энергии для первого мяча	$\frac{mv_1^2}{2} + mg(H + 2R) = \frac{mv_0^2}{2}$	2
2	Закон сохранения энергии для второго мяча	$\frac{mv_2^2}{2} + mgH = \frac{mv_0^2}{2}$.	2
3	Вывод соотношения относительной скорости и разности скоростей	$v = v_2 + v_1$, $\Delta v = v_2 - v_1$, $\Delta v \cdot v = 4gR$	4
4	Получение ответа	$\Delta v = 4gR / v$	2

3. В воду с температурой $\boldsymbol{T_0} = 0\,^\circ\text{C}$ опускают небольшое холодное тело с плотностью $\boldsymbol{\rho}$ и удельной теплоемкостью ***C***. Какой должна быть начальная температура тела, чтобы оно всплыло? Теплота плавления льда $\boldsymbol{\lambda}$, плотность воды $\boldsymbol{\rho_0}$, плотность льда $\boldsymbol{\rho = 0{,}9\rho_0}$.

Возможное решение

1) Пусть объем тела V_0. Тогда объем намерзшего за счет нагревания тела до T_0 льда равен

$V = \frac{C\rho V_0(T_0 - T)}{0.9\rho_0\lambda}$. <3 балла>

2) Суммарная масса тела и льда $M = \rho V_0 + 0.9\rho_0 V$ должна стать меньше, чем масса вытесненной воды $m = \rho_0(V + V_0)$, $M < m$.<3 балла>

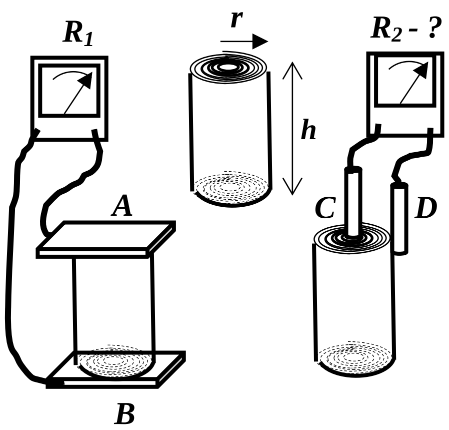
3) Выражаем условие плавания тела через данные задачи: $\rho V_0 + \frac{C\rho V_0(T_0 - T)}{\lambda} < \rho_0 V_0 + \frac{C\rho V_0(T_0 - T)}{0.9\lambda}$.<2 балла>

Ответ: $T < T_0 - \frac{9\lambda(\rho - \rho_0)}{C\rho}$. <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение объема намерзшего льда	$V = \dfrac{C\rho V_0(T_0 - T)}{0.9\rho_0\lambda}$	3
2	Условие плавания тела с намерзшим льдом	$M = \rho V_0 + 0.9\rho_0 V$, $m = \rho_0(V + V_0)$, $M < m$	3
3	Условие плавания, выраженное через данные задачи	$\rho V_0 + \dfrac{C\rho V_0(T_0 - T)}{\lambda} < \rho_0 V_0 + \dfrac{C\rho V_0(T_0 - T)}{0.9\lambda}$	2
4	Получение ответа	$T < T_0 - \dfrac{9\lambda(\rho - \rho_0)}{C\rho}$	2

4. На тонкую непроводящую ленту толщиной $\boldsymbol{d_1}$ и шириной $\boldsymbol{h}$ нанесено с одной стороны проводящее покрытие толщиной $\boldsymbol{d_2}$. Лента плотно свита в спираль с радиусом свитка $\boldsymbol{r}$ проводящим слоем наружу. Если щупы омметра прижать к противоположным торцам свитка (точки ***A*** и ***B*** на рис.), он показывает сопротивление $\boldsymbol{R_1}$. Какими будут показания омметра, если одним щупом коснуться центра свитка (точка ***C***), а другим – его края (точка ***D***)? Краевыми эффектами пренебречь.



Возможное решение

При первом измерении $R_1 = \rho h / S$, где ρ - удельное сопротивление, а S – площадь поперечного сечения проводящего покрытия.

Площадь сечения проводника относится к площади торца свитка, как толщина покрытия к полной толщине ленты: $S / \pi r^2 = d_2 / (d_1 + d_2)$, таким образом $R_1 = \dfrac{\rho h(d_1 + d_2)}{\pi r^2 d_2}$.<3 балла>

При втором измерении $R_2 = \dfrac{\rho L}{d_2 h}$, где L – длина ленты. <2 балла>

Длину ленты определим из равенства объемов ленты и свитка: $\pi r^2 h = (d_1 + d_2)hL$, откуда $R_2 = \dfrac{\rho\pi r^2}{(d_1 + d_2)d_2 h}$.<3 балла>

Ответ: $R_2 = R_1 \dfrac{\pi^2 r^4}{(d_1 + d_2)^2 h^2}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение сечения проводника и сопротивления в первом случае	$R_1 = \dfrac{\rho h(d_1 + d_2)}{\pi r^2 d_2}$	3
2	Связь сопротивления во втором случае с длиной ленты	$R_2 = \dfrac{\rho L}{d_2 h}$	2
3	Связь длины ленты с объемом свитка	$\pi r^2 h = (d_1 + d_2)hL$	3
4	Получение ответа	$R_2 = R_1 \dfrac{\pi^2 r^4}{(d_1 + d_2)^2 h^2}$	2

5. Легкая упругая резинка длиной ***L*** одним концом прикреплена к потолку на высоте ***H*** от пола, а другим концом – к маленькому шарику. Если шарик аккуратно опустить, то в равновесии резинка удлинится на величину ***l***. Затем шарик подняли на высоту подвеса ***H*** и из неподвижного состояния отпустили. Опускаясь, шарик порвал резинку и достиг пола со скоростью **v**. На какой высоте находился шарик в момент разрыва резинки? Ускорение свободного падения ***g***.

Возможное решение

Предположим, что жесткость резинки *k*, а масса шарика *m*, и она рвется при растяжении *x*. Баланс сил в равновесии шарика $mg - kl = 0$ <2 балла>. Закон сохранения энергии к моменту обрыва резинки $mg(L+x) = \dfrac{mu^2}{2} + \dfrac{kx^2}{2}$ <2 балла>.. Закон сохранения энергии после обрыва резинки $\dfrac{mu^2}{2} + mg(H - L - x) = \dfrac{m\text{v}^2}{2}$ <2 балла>.. Складываем последние два уравнения и получаем $mgH = \dfrac{m\text{v}^2}{2} + \dfrac{kx^2}{2}$, откуда находим $x^2 = l\left(2H - \dfrac{\text{v}^2}{g}\right)$ <2 балла>. и ответ $h = H - L - x$

Ответ: $h = H - L - \sqrt{l\left(2H - \dfrac{\text{v}^2}{g}\right)}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Условие равновесия шарика	$mg - kl = 0$	2
2	Закон сохранения энергии к моменту порыва резинки	$mg(L+x) = \dfrac{mu^2}{2} + \dfrac{kx^2}{2}$,	2
3	Закон сохранения энергии после порыва резинки	$\dfrac{mu^2}{2} + mg(H - L - x) = \dfrac{m\text{v}^2}{2}$,	2
4	Определение растяжения резинки в момент ее обрыва	$x^2 = l\left(2H - \dfrac{\text{v}^2}{g}\right)$	2
5	Получение ответа	$h = H - L - \sqrt{l\left(2H - \dfrac{\text{v}^2}{g}\right)}$	2

Задача не считается решенной, если приводится только ответ!