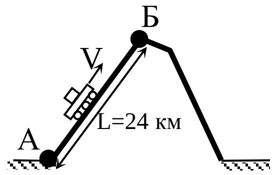
Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
15 марта 2020 г.
Задачи 7 класса
***Возможные* решения (максимум 10 баллов за задачу)**



1. На заводе изготавливают беспилотные вездеходы и для испытаний запускают их по горному склону из т. А до вершины в т. Б и обратно (см. поясняющий рисунок не в масштабе). Вверх по склону вездеход едет с постоянной скоростью $\boldsymbol{V_B}$=6 км/ч, а вниз – со скоростью $\boldsymbol{V_H}$=15 км/ч.

В T_0=9-00 запустили первый вездеход, через час – второй и т.д. К обеду поднялся ураган и ровно в $\boldsymbol{T_X}$=13ч 20м всем вездеходам дали команду возвращаться в т. А. В какой момент времени в исходную точку уже прибудут все вездеходы? Считать, что длина склона равна 24 км.

Решение: Последним возвратится вездеход, который в момент времени T_X был выше всех по склону (+1 балл). Сначала определим, где был самый первый вездеход через время $T_X - T_0 = 4\frac{1}{3}$ *ч*. Он за 4 часа доехал до вершины и уже успел опуститься по склону на

$\boldsymbol{V_H}$ ·($\boldsymbol{T_X}$-$\boldsymbol{T_0}$-1/3)=5 км, т.е. находился на высоте L_1=19 км, считая вдоль склона (+2 балла). Следующий вездеход еще ехал вверх и находился в этот момент на высоте L_2=20 км (+ 2 балла). Последующие вездеходы находятся заведомо ниже. Таким образом, второй вездеход находился выше всех, и его возвращение будет самым длительным (+1 балл).

Этот вездеход затратит на возвращение время T_2=20/15 ч (+1 балл), т.е. момент его прибытия в т. А составит 14 часов 40 минут (+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

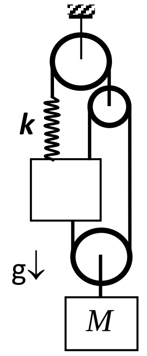
2. На тренировке тренер распределил N=12 бегунов равномерно по круговой беговой дорожке, и все они одновременно начали движение с одинаковыми и постоянными по величине скоростями. Тренер бежит рядом с одним из бегунов четверть длины дорожки, затем уменьшает свою скорость вдвое. Когда его нагоняет следующий бегун, тренер его сопровождает еще четверть круга и т.д. Тренировка заканчивается, когда тренера нагоняет бегун, рядом с которым тренер начал свое движение. Сколько кругов пробегает каждый бегун за время тренировки?

Решение: Введем обозначения: V - скорость бега спортсмена, L - длина круговой беговой дорожки. Тогда скорость движения тренера либо V (рядом со спортсменом), либо V/2 (при перемещении от одного спортсмена к другому). Расстояние между спортсменами вдоль дорожки L/N=L/12.

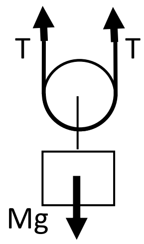
Тренировка длится столько, сколько бежит тренер. Тренер должен пробежать рядом с каждым из N спортсменов по четверти круга, т.е. он затратит на эту часть тренировки время T_1=N·(L/4)/V=3·L/V (+1 балл). Кроме этого, тренер тратит время на движение между бегунами. На этих участках бегун догоняет тренера со скоростью V/2. Так как тренера должен догнать каждый из бегунов (включая самого первого), то всего это потребует времени T_2=N·(L/N)/(V/2)=2·L/V (+1 балл). Т.е. время движения тренера составит T_1+T_2= 5·L/V (+4 балла).

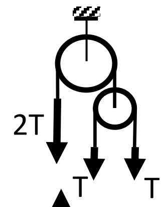
Каждый бегун пробегает круг за L/V (+1 балл), т.е. за время тренировки они пробегут по 5 кругов (+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

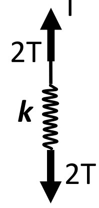
3. Имеется три блока, пружина с жесткостью ***k***, груз с массой ***M*** и еще один груз с неизвестной массой. С помощью нитей собрали систему, показанную на рисунке справа, и подвесили ее к потолку. Чему равна деформация ***ΔL*** пружины, прикрепленной к грузу неизвестной массы, если известно, что вся система тел находится в равновесии? Считать, что массы всех тел, кроме грузов, пренебрежимо малы.



Решение:



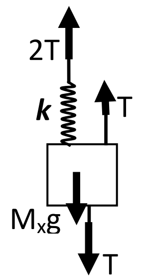




Сначала найдем соотношения между весом груза с известной массой M и натяжением нити, охватывающей самый нижний блок. Если считать невесомый блок частью груза, то равновесие груза обеспечивается двумя силами натяжения нити T, т.е. верно соотношение Mg=2T (+3 балла).

Равновесие двух верхних блоков требует, чтобы нить, охватывающая неподвижный блок и прикрепленная к пружине (см. поясняющий рисунок), имела натяжение 2T (+3 балла).

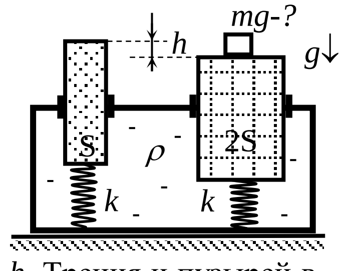
Таким образом, неподвижная пружина растягивается в разные стороны силами 2T=Mg (+1 балл), а ее растяжение определяется законом Гука: ***ΔL=Mg/k*** (+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).



Заметим, что условия равновесия системы требуют выполнения равенства $M_x g=2T$ (см. поясняющий рисунок), т.е. того, чтобы оба груза имели одинаковую массу. Если приводится неполное решение задачи, то за корректное установление этого факта ставится 1 балл.

Можно также заметить, что силы натяжения нити, охватывающей два подвижных блока, действуют на тело неизвестной массы и сверху, и снизу, т.е. их вклад в равнодействующую сил, приложенных к этому телу, равен нулю. Поэтому сила упругости пружины фактически удерживает в равновесии тело массы M.

4. На конкурсе на самую затейливую конструкцию весов третье место заняли "гидравлическо-пружинные весы", изображенные на рисунке справа. Внутрь коробки залита несжимаемая жидкость и вставлены два гладких и одинаковых по высоте цилиндра площадями сечения S и 2S. Цилиндры прикреплены к дну пружинами жесткости *k*. Взвешиваемый груз кладут на широкий цилиндр и измеряют установившуюся разность высот цилиндров. *Определите вес груза*, если такая разность высот равна *h*. Трения и пузырей в жидкости нет, жидкость из коробки не вытекает, в отсутствие груза высоты одинаковы, пружины не деформированы. Наличие атмосферного давления не учитывать.



Решение: *(приводится с учетом атмосферного давления P_A, от наличия которого ответ не зависит).*

В исходной ситуации (в отсутствие груза) равновесие каждого из цилиндров описывается с помощью следующих уравнений:

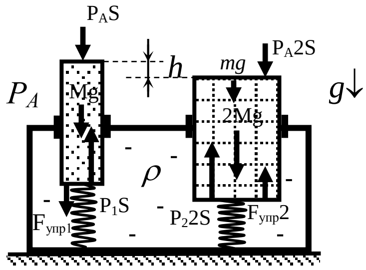
$M_1 \cdot g + S \cdot P_A = S \cdot P$ (узкий цилиндр)

$M_2 \cdot g + 2S \cdot P_A = 2S \cdot P$ (широкий цилиндр)

Здесь учтено, что нижние торцы цилиндров находятся на одном уровне, т.е. давление в жидкости на уровне торцов одинаково и равно P. Таким образом, массы цилиндров различаются в 2 раза (+1 балл).

Из условия несжимаемости жидкости следует, что, если разность высот положений цилиндров равна h, то узкий цилиндр смещен на $2h/3$, а широкий - на $h/3$в другую сторону (+ 2 балла).

Изобразим силы, действующие на цилиндры после размещения груза (рис. справа). Сила, действующая на широкий цилиндр со стороны груза, равна по величине силе реакции опоры, действующей на груз (которая равна весу груза mg при неподвижных цилиндрах и грузе).



Условие равновесия узкого цилиндра в новом состоянии записывается как

$M_1 \cdot g + S \cdot P_A + k \cdot 2h/3 = S \cdot P_1$ (+ 2 балла)

Здесь M_1g- вес узкого цилиндра, а также учтено, что цилиндр площадью сечения S поднялся на $2h/3$, т.е. этой же величине равна деформация пружины. P_1 - давление на нижней грани этого цилиндра (оно не равно $P\text{-}\rho g{\cdot}2h/3$, так как после смещения поршней давление внутри коробки в любой конкретной точке изменилось). Для дальнейшего использования перепишем это равенство как $M_1 \cdot g + S \cdot P_A - S \cdot P_1 = -k \cdot 2h/3$.

Для широкого цилиндра:

$2M_1 \cdot g + 2S \cdot P_A + mg = k \cdot h/3 + 2S \cdot (P_1 + \rho gh)$ (+ 3 балла)

Здесь учтено, что массы цилиндров различаются вдвое, цилиндр площадью сечения 2S опустился на $h/3$, а $(P_1+\rho gh)$ - давление на нижней грани этого цилиндра. Сравнивая с переписанным предыдущим уравнением, получаем, что

$2(M_1 \cdot g + S \cdot P_A - S \cdot P_1) = k \cdot h/3 + 2S \cdot \rho gh - mg$

или, преобразуя, получаем искомое выражение для веса груза

$mg = h \cdot (2S\rho g + \frac{5}{3}k)$ (+2 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).