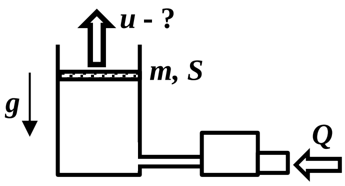
Заключительный этап
Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
15 марта 2020 г.
Задачи 10 класса
***Возможные* решения (максимум 10 баллов за задачу)**



1. Компрессор каждую секунду забирает атмосферный воздух объемом $\boldsymbol{Q}$ и подает его в вертикально стоящий цилиндр, закрытый подвижным поршнем сечением $\boldsymbol{S}$ и массой $\boldsymbol{m}$. Определите скорость, с которой будет подниматься поршень, если при движении он испытывает силу трения $\boldsymbol{F}$. Атмосферное давление P_0, ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.

Возможное решение

Скорость поршня постоянная, и сумма действующих на него сил равна нулю $PS - P_0S - mg - F = 0$, где P – давление воздуха под поршнем. <3 балла>

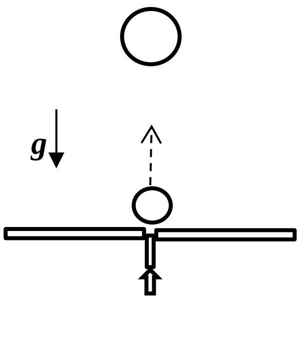
Объем воздуха под поршнем за время t увеличивается на $V = Sut$. <2 балла>

Этот объем связан с объемом поступившего в компрессор воздуха законом Бойля-Мариотта $PSut = P_0Qt$. <3 балла>

Ответ: $u = \dfrac{QP_0}{P_0S + F + mg}$. <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Баланс сил, действующих на поршень	$PS - P_0S - mg - F = 0$	3
2	Связь приращения объема под поршнем с его скоростью	$V = Sut$	2
3	Закон Бойля-Мариотта для поступающего под поршень воздуха	$PSut = P_0Qt$	3
4	Получение ответа	$u = \dfrac{QP_0}{P_0S + F + mg}$	2



2. Ударом снизу лежащему на горизонтальной поверхности большому мячу сообщают некоторую вертикальную скорость, и он летит вверх. Затем маленькому мячу из этой же точки стола сообщают точно такую же скорость, и он летит вдоль той же вертикали, что и первый мяч. Мячи сталкиваются в воздухе, при этом первый мяч непосредственно перед столкновением имеет скорость $\boldsymbol{v}_1$, а второй - $\boldsymbol{v}_2$. Определите радиус маленького мяча. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.

Возможное решение

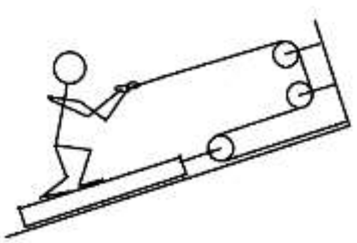
Пусть радиус большого мяча R, маленького – r, высота, на которой большой мяч столкнулся с маленьким, – H, а начальная скорость мячей v, массы мячей m_1, m_2.

Закон сохранения энергии для большого мяча $\frac{m_1 v^2}{2} + m_1 g R = \frac{m_1 v_1^2}{2} + m_1 g H$ <4 балла>, закон сохранения энергии для маленького мяча $\frac{m_2 v^2}{2} + m_2 g r = \frac{m_2 v_2^2}{2} + m_2 g(H - R - r)$. <4 балла>. Исключив массы и вычитая из первого полученного уравнения второе, получаем $4gr = v_2^2 - v_1^2$, откуда находим ответ.

Ответ: $r = \frac{v_2^2 - v_1^2}{4g}$ <2 балла>

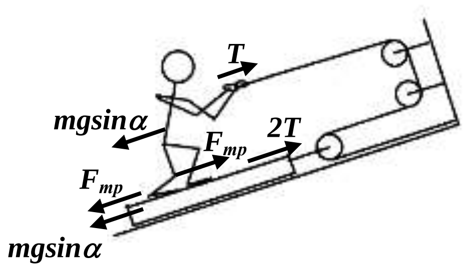
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Закон сохранения энергии для большого мяча	$\frac{m_1 v^2}{2} + m_1 g R = \frac{m_1 v_1^2}{2} + m_1 g H$	4
2	Закон сохранения энергии для маленького мяча	$\frac{m_2 v^2}{2} + m_2 g r = \frac{m_2 v_2^2}{2} + m_2 g(H - R - r)$	4
3	Получение ответа	$r = \frac{v_2^2 - v_1^2}{4g}$	2



3. Человек массой $\boldsymbol{m}$ находится на платформе такой же массой $\boldsymbol{m}$ и подтягивает себя с помощью системы блоков по наклонной плоскости (угол α к горизонту), как показано на рисунке. При какой силе натяжения веревки он начнет проскальзывать по платформе? Коэффициент трения между человеком и платформой $\boldsymbol{\mu}$. Трение платформы о плоскость отсутствует. Веревка нерастяжимая и невесомая. Блоки невесомые. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.

Возможное решение



Если сила натяжения веревки T, ускорение свободного падения g, то на человека действует вдоль наклонной плоскости сила T натяжения веревки, сила трения $F_{тр}$ и скатывающая сила $-mg\sin\alpha$. На платформу вдоль плоскости действует сила со стороны блока $2T$, сила трения $-F_{тр}$, скатывающая сила $-mg\sin\alpha$. <2 балла>

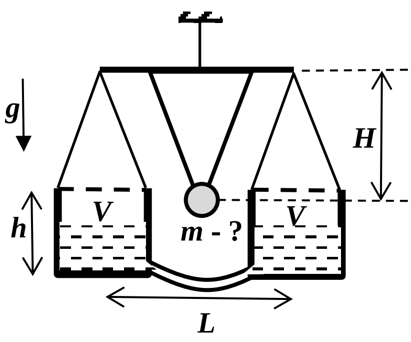
Предположим, что ускорение человека a_1, а ускорение платформы a_2. В таком случае $ma_1 = T + F_{тр} - mg\sin\alpha$ (1) <2 балла>, $ma_2 = 2T - F_{тр} - mg\sin\alpha$ (2) <2 балла>.

При отсутствии трения платформа будет двигаться вверх по плоскости с ускорением $a_2 = (2T - mg\sin\alpha)/m$, большим, чем ускорение человека $a_1 = (T - mg\sin\alpha)/m < a_2$, так что будет разумным полагать, что платформа будет проскальзывать вверх из-под ног человека и $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$ <2 балла>

Ответ: $T_{\min} = 2\mu mg\cos\alpha$ <2 балла>

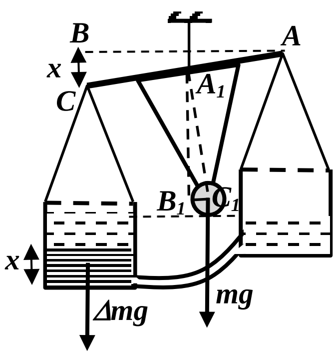
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение действующих вдоль склона сил		2
2	Формулировка II закона Ньютона для человека	$ma_1 = T + F_{тр} - mg\sin\alpha$,	2
3	Формулировка II закона Ньютона для платформы	$ma_2 = 2T - F_{тр} - mg\sin\alpha$,	2
4	Обоснование скольжения человека вниз и определение знака силы трения	$a_1 \le a_2$, $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$	2
5	Получение ответа	$T_{\min} = 2\mu mg\cos\alpha$	2



4. Два одинаковых массивных сообщающихся цилиндрических сосуда объемом ***V*** и высотой ***h*** каждый используются в качестве чаш рычажных весов (см. рис.). Сосуды частично заполнены жидкостью плотности ***ρ***. Какой минимальной массы груз должен быть закреплен на коромысле весов на высоту ***H*** ниже точки его подвеса, чтобы после небольшого отклонения от положения равновесия, они в это положение возвращались? Расстояние между чашами весов ***L***. Массой крепящих груз стержней пренебречь. Масса сосудов очень велика.

Возможное решение



При большой массе сосудов период собственных колебаний весов будет много больше времени перетекания жидкости, и ее уровень при движении весов будет успевать выравниваться <1 балл>. Предположим, что коромысло весов повернулось на некоторый угол и заняло положение *AC*, так что его левый конец опустился на высоту ≈*x*. В результате в левом сосуде объем жидкости будет на xS больше, чем в правом, где *S* – сечение сосуда. С учетом того, что $hS = V$ левый груз весов будет на $\Delta m \approx \rho Vx/h$ более массивным, чем правый. <2 балла>

Момент сил, вызванный разбалансом весов, $\approx \Delta mg\dfrac{L}{2}$ должен уравновешиваться моментом силы тяжести $\approx mg \cdot B_1C_1$ дополнительного груза. <3 балла>

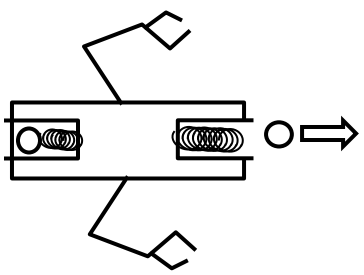
$\dfrac{B_1C_1}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{x}{L}$. Равновесие весов будет устойчивым при: $\dfrac{\Delta mgL}{2} = \dfrac{\rho VxgL}{2h} < \dfrac{mgHx}{L}$.
<2 балла>

Минимальная масса $m_{\min} = \dfrac{\rho VL^2}{2hH}$.

Ответ: $m_{\min} = \dfrac{\rho VL^2}{2hH}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Обоснование достаточного времени для выравнивания уровня жидкости в сосудах		1
2	Определение разности масс жидкости в сосудах после отклонения весов	$\Delta m \approx \rho Vx / h$	2
3	Определение моментов сил, действующих на чаши весов и на балансировочный груз	$M_{ч} \approx \Delta mg\dfrac{L}{2}; M_{гр} \approx mg \cdot B_1C_1$	3
4	Условие устойчивости весов	$\dfrac{\Delta mgL}{2} = \dfrac{\rho VxgL}{2h} < \dfrac{mgHx}{L}$	2
5	Получение ответа	$m_{\min} = \dfrac{\rho VL^2}{2hH}$	2



5. Робот неподвижно висит в космическом пространстве в точке ***A*** около космического корабля. Масса робота, вместе с его оснасткой равна ***M***. Для того, чтобы переместиться из точки ***A*** в точку ***B***, он с помощью пружинной пушки выстреливает шариком массой ***m***. Для того, чтобы прекратить движение в точке ***B***, он через время $\boldsymbol{\tau}$ выстреливает таким же шариком в противоположном направлении. Фиксация робота в точке ***B*** оказалась неполной, и он со временем ее покинул. Через какое время после второго выстрела робот вернется в точку ***A***? Энергия выстрелов одинаковая.

Возможное решение

После первого выстрела скорость u робота определяется из закона сохранения импульса $mv+(M-m)u=0$ и энергии $\frac{mv^2}{2}+\frac{(M-m)u^2}{2}=E$ <2 балла>, где v – скорость шарика, u – скорость робота, E – энергия выстрела. Решение уравнений: $u=\frac{\sqrt{2mE}}{\sqrt{M(M-m)}}$. <2 балла>

В системе отчета, движущейся со скоростью u, второй выстрел отличается от первого направлением и уменьшившейся от величины M до $M-m$ массой робота. Скорость робота в этой системе после второго выстрела будет $u_1=-\frac{\sqrt{2mE}}{\sqrt{(M-m)(M-2m)}}$.

В системе отчета, связанной с космическим кораблем скорость робота будет $u_2=u+u_1$ <2 балла>

Расстояние от А до В: $S=u\tau$. Обратный путь робот проделает за время $t=-\frac{S}{u_2}=\frac{-\tau}{1+u_1/u}$. <2 балла>

Ответ: $t=\frac{\tau\sqrt{M-2m}}{\sqrt{M}-\sqrt{M-2m}}$ <2 балла>

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Формулировка законов сохранения энергии и импульса	$mv+(M-m)u=0$, $\frac{mv^2}{2}+\frac{(M-m)u^2}{2}=E$	2
2	Определение скорости робота	$u=\frac{\sqrt{2mE}}{\sqrt{M(M-m)}}$	2
3	Определение скорости робота после второго броска в системе отсчета, в которой он до него покоился. и в системе отсчета корабля	$u_1=-\frac{\sqrt{2mE}}{\sqrt{(M-m)(M-2m)}}$, $u_2=u+u_1$	2
4	Соотношения времени движения и скорости перемещения	$S=u\tau$, $t=-\frac{S}{u_2}=\frac{-\tau}{1+u_1/u}$	2
5	Получение ответа	$t=\frac{\tau\sqrt{M-2m}}{\sqrt{M}-\sqrt{M-2m}}$	2

Задача не считается решенной, если приводится только ответ!