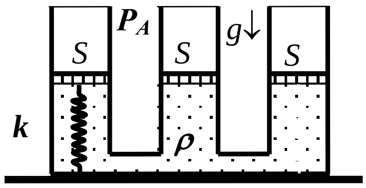
Заключительный этап (очный) Всесибирской олимпиады по физике
3 марта 2019 г.
Задачи для 8-го класса
Возможные решения (максимум 10 баллов за задачу)

1. Лаборанту надо подогреть жидкость, находящуюся в двух одинаковых колбах. В большой лаборатории установлено несколько одинаковых подогревателей (электрические плитки). Но только одна плитка работает исправно, а у каждой из оставшихся каждые 3-5 минут происходит временное отключение. Для ускорения дела лаборант включил все плитки и поставил одну колбу на ту, которая была исправна. Вторую колбу он поставил на другую плитку, но следил за нагревом и снимал колбу с плитки сразу, как только плитка отключалась. После этого он нес эту колбу на другую плитку, работающую в данный момент, и т.д. Через 20 минут жидкость в колбах нагрелась на 40°C и 50°C. Какое расстояние, пришлось пройти за это время лаборанту, если скорость его движения составляла V=1.5 м/с? Считать, что всегда есть свободная работающая плитка, и что такая плитка отдает колбе одно и то же количество энергии в единицу времени. Количество и исходная температура жидкости в обеих колбах одинаковы, испарением и теплообменом с окружающим воздухом пренебречь.

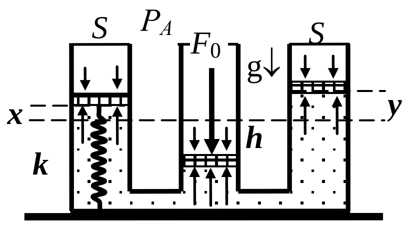
Решение: Обозначим T_1=50 °C и T_2=40 °C – изменения температуры жидкости в первой и второй колбах, соответственно. Порядок именно такой, так как в колбе, все время стоявшей на работающей плитке, нагрев больше (+1 балл). Время нагрева для первой колбы будет t_1=20 мин, а время нагрева второй обозначим t_2. Также обозначим массу жидкости в одной колбе как M, а количество теплоты, отдаваемое жидкости работающей плиткой в единицу времени как N. Уравнение теплового баланса для колбы №1 (C – удельная теплоемкость жидкости):
$M{\cdot}C{\cdot}T_1=N{\cdot}t_1$ (+2 балла). Для колбы №2: $M{\cdot}C{\cdot}T_2=N{\cdot}t_2$ (+2 балла)
Заметим, что в этих уравнениях можно было бы учесть и теплоемкость самой колбы, но, поскольку они одинаковые, то на решение это не повлияет.
Разделив уравнения друг на друга, найдем величину $t_2=t_1{\cdot}T_2/T_1$=16 мин (+1 балл).
Различие во временах нагрева связано с тем, что 4 минуты лаборант переносил колбу №2 между плитками (+1 балл). При скорости V=1.5 м/с он пройдет при этом расстояние L=V(t_1-t_2)=360 м (+3 балла). Заметим, что при таких расстояниях неточное соответствие между временами переноса колбы и перемещения лаборанта, связанное с длиной рук лаборанта, большого значения не имеет.

2. В три открытых сообщающихся цилиндрических сосуда одинакового сечения S налита жидкость плотности ρ. Поверх жидкости находятся одинаковые невесомые поршни, которые могут без трения двигаться вдоль сосудов так, что жидкость и воздух не соприкасаются. В левом крайнем сосуде поршень прикреплен к дну сосуда пружиной с жесткостью $\boldsymbol{k}$ (см. рисунок). Вначале поршни находятся на одном уровне. К среднему поршню прикладывают силу, направленную вниз, и медленно увеличивают ее величину до $\boldsymbol{F_0}$. Насколько при этом деформируется пружина, если жидкость несжимаема?



Решение: Обозначим искомую деформацию пружины, т.е. смещение поршня в левом по рисунку цилиндре как $\boldsymbol{x}$, а смещение поршня в правом цилиндре – как $\boldsymbol{y}$.

Для промежуточных вычислений введем обозначение h для изменения высоты поршня в среднем цилиндре, P_A – для



атмосферного давления, P_1, P_2, P_3 - давления в жидкости непосредственно под левым, средним и правым (по рисунку) поршнями, соответственно.

Из условия сохранения объема жидкости следует, что $Sh=Sx+Sy$, т.е. $h=x+y$ (+1 балл).

В конечном состоянии давления под поршнями связаны соотношениями $P_2=P_1+\rho g(h+x)$ (+1 балл) и $P_2=P_3+\rho g(h+y)$ (+1 балл).

Условие равновесия поршней в среднем и правом цилиндрах в конечном состоянии записываются как $F_0+P_AS=P_2S$ (+1 балл) и $P_AS=P_3S$ (+1 балл), соответственно.

Заметим, что из условия одинаковой высоты поршней в начальном состоянии следует, что пружина исходно недеформирована (+1 балл). Поэтому для левого поршня условие равновесия имеет вид $P_AS+k\cdot x=P_1S$ (+1 балл).

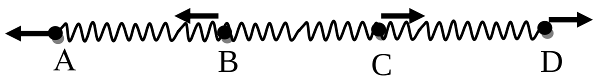
Из условия равновесия левого поршня получаем $F_0/S+P_A=P_1+\rho g(h+x)=(P_A+kx/S)+\rho g(2x+y)$. Для правого получается аналогично $F_0/S+P_A=P_3+\rho g(h+y)=P_A+\rho g(x+2y)$. Преобразуя, получаем $F_0=kx+\rho gS(2x+y)$, $F_0=\rho gS(2y+x)$, т.е.

$y=x\cdot(1+k/\rho gS)$ (+1 балл за нахождение связи между $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$).

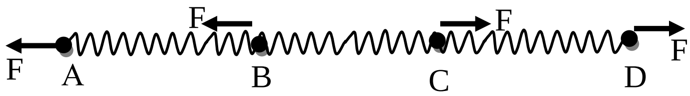
А для деформации пружины получаем $x=F_0/(3\cdot\rho gS+2k)$ (+2 балла).

Если в решении никак не учитывается наличие атмосферного давления и при этом не объяснено, что ответ от этого не меняется, то ставится максимум 7 баллов.

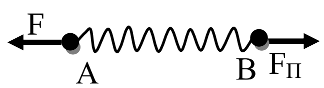
3. Четверо жителей Цветочного города нашли длинную пружину и стали ставить с ней разные опыты. Вначале они взялись за пружину в точках A, B, C и D (A и D – концы, B и C делят нерастянутую пружину на три равные части) и стали действовать на пружину с одинаковыми силами в направлении от середины. В результате расстояние между точками A и D стало равным L_1. Потом жители взялись парами за ее концы в т. A и D, и длина пружины составила L_2. Какова была бы длина пружины, если бы за ее концы тянуло только по одному жителю? Считать, что пружина однородна по длине и подчиняется закону Гука, а сила, с которой любой житель Цветочного города может действовать на пружину, всегда имеет одну и ту же величину.



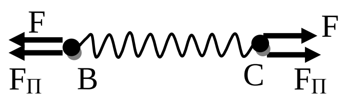
Решение: Обозначим для промежуточных вычислений величину силы, которую прикладывает к пружине один житель как F, коэффициент жесткости всей пружины обозначим k, длину нерастянутой пружины L_0.



Представим всю пружину как три последовательно соединенных одинаковых пружины втрое меньшей длины. Их концы соединены в т. B и C. Коэффициент жесткости каждой такой короткой пружины равен $3k$ (+1 балл), чтобы получить нужную жесткость всей составной пружины.



Для определенности будем считать, что силы, прикладываемые жителями к пружине в точках B и C, приложены к концам средней (воображаемой) пружины, а к концам крайних пружин в этих точках приложены только силы со стороны концов средней пружины. Это деление условно, легко проверить, что ответ от этого не зависит. Например, можно считать, например, что в этих точках к обеим соединенным пружинам приложено по F/2 и т.п. От такого условного деления будет также зависеть величина $F_П$ силы взаимодействия между условными концами коротких пружин.



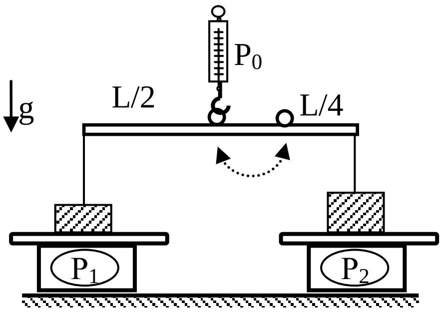
Таким образом, в начальной ситуации к концам средней части пружины между точками B и C приложены силы величиной по ($F+F_П$). Части всей пружины между точками A и B, а также точками C и D, растягиваются силами равными F и $F_П$ (как показано на рисунке). Отсюда следует, что $F=F_П$, т.е. удлинения крайних пружин равны $F/3k$ (+1 балл), а средней пружины $2F/3k$ (+1 балл). Значит, длина всей пружины в первой ситуации равна $L_1=L_0+(F/3k+2F/3k+F/3k)=L_0+4F/3k$.

Если жители возьмутся парами за концы пружины, то ее длина составит $L_2=L_0+2F/k$. (+1 балл). Будет нелишним напомнить, что в закон Гука входит величина каждой из двух сил, приложенных к концам пружины, а не их сумма.

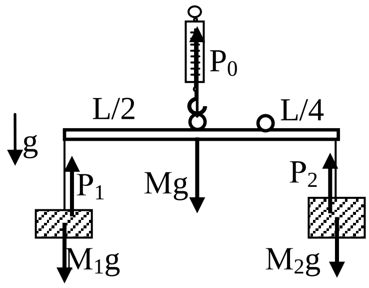
Отсюда следует, что $2F/3k=L_2-L_1$ (+2 балла за установление связи между жесткостью пружины и параметрами задачи) и $L_0=3L_1-2L_2$ (+ 2 балла за установление связи между собственной длиной пружины и параметрами задачи).

Если же жителей, растягивающих пружину за концы, будет только по одному, то искомая длина всей пружины составит $L_3=L_0+F/k=(3L_1-L_2)/2$ (+2 балла).

4. Школьник собрал конструкцию из динамометра, рычага, двух грузов, прикрепленных невесомыми нитями к концам рычага. Еще у школьника есть двое весов, которые показывают нагрузку в единицах силы. Грузы опускаются на весы, как показано на рисунке. В исходной ситуации динамометр прикреплен к середине рычага. Его показания составляют P_0, а весы показывают P_1 и P_2, соответственно (как на рисунке). Затем школьник перецепляет динамометр в точку, находящуюся на расстоянии четверти длины рычага от его правого края. Он тянет динамометр таким образом, что динамометр по-прежнему показывает P_0, а система находится в равновесии. Каковы при этом показания обоих весов? Считать, что центр тяжести рычага находится в его середине.



Решение: Обозначим искомые показания весов (в единицах силы) как P'_1 и P'_2. Для промежуточных вычислений введем обозначения M, M_1 и M_2 для масс рычага, левого (по рисунку) и правого грузов, соответственно.



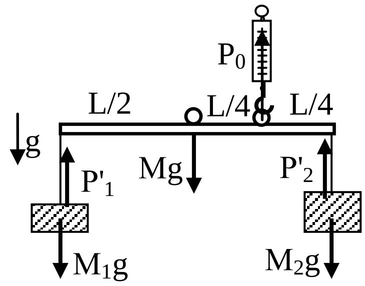
Прежде всего, заметим, что показания динамометра или весов дают величину силы, которая действует на измерительный прибор. По третьему закону Ньютона такая же по величине сила действует со стороны прибора на тело (+1 балл).

Определим условия равновесия рычага с грузами под действием внешних сил в первом случае (моменты сил рассчитываем относительно центра рычага):

$P_0+P_1+P_2=(M+M_1+M_2)g$ (+1 балл)

$(M_1g-P_1)\cdot L/2-(M_2g-P_2)\cdot L/2=0$ (+1 балл)

Условия равновесия рычага с грузами во втором случае, считая, что оба груза находятся на весах (моменты сил также рассчитываем относительно центра рычага):



$P_0+P'_1+P'_2=(M+M_1+M_2)g$ (+1 балл)

$(M_1g-P'_1)\cdot L/2+P_0\cdot L/4-(M_2g-P'_2)\cdot L/2=0$ (+1 балл)

Вычисление моментов относительно центра рычага несколько удобнее, так как в уравнение не входит неизвестная масса рычага.

Из уравнений для сил получаем, что $P_1+P_2=P'_1+P'_2$

Из разности второго и первого уравнений для моментов получаем $P_0+2\cdot(P_1-P'_1)-2\cdot(P_2-P'_2)=0$

Решая систему из этих двух уравнений, получаем $P'_1=P_1+P_0/4$ (+1 балл) и $P'_2=P_2-P_0/4$ (+1 балл).

Еще 3 балла может быть добавлено за анализ области применимости данного решения. Очевидно, что груз к весам не прикреплен и что весы отрицательного веса не показывают. Поэтому, если правый груз касается весов, то должно быть $P'_2>0$, т.е. приведенное выше решение будет верно при $P_2>P_0/4$. Если это условие не выполняется, то правый груз оторвется от весов, и их показания будут равны $P'_2=0$ (+1 балл), а левые весы будут показывать $P'_1=P_1+P_2$ (+2 балла). При этом не важно, будет ли натянута нить, прикрепленная к левому грузу. Если груз №2 висит в воздухе, а груз №1 просто лежит на весах (которые должны показать M_1g), то, согласно условию, это означает, что $P_0=(M+M_2)g$ или $P_1+P_2=M_1g$, т.е. в этой ситуации показания левых весов будут также равны $P'_1=P_1+P_2$.

5. На лыжном курорте 180 человек с утра до вечера катались с горы. После спуска каждый лыжник сразу начинает подниматься на канатном подъемнике, а затем опять спускается вниз. При этом средняя скорость движения лыжника при спуске в 4 раза выше скорости подъемника. Сколько лыжников в среднем одновременно поднимается вверх, если длина лыжного спуска в 5 раз больше, чем длина канатного подъемника? Считать, что лыжники распределены по спуску и подъемнику равномерно.

Решение: Обозначим искомое число одновременно поднимающихся лыжников как N_1, полное число катающихся человек $N_0=180$, среднее время подъема вверх T_B, время спуска – T_C, длина подъемника – L, скорость подъема V. Тогда $T_B=L/V$, $T_C=5L/4V=5\cdot T_B/4$ (+1 балл).

Это означает, что за время T_B всего N_1 человек оказываются наверху (+ 1 балл), а за время T_C вниз съезжает (N_0-N_1) человек (+ 1 балл). Другими словами, каждые (T_B/N_1) единиц времени (часов) наверху оказывается 1 человек (+ 1 балл). С другой стороны, столько же людей начинает спуск, а время появления нового человека внизу спуска составляет $T_C/(N_0-N_1)$ единиц времени (+ 1 балл).

Поскольку все периодически повторяется, то есть количество людей на подъемнике и на трассе остается постоянным, то $T_B/N_1=T_C/(N_0-N_1)$ (+ 3 балла). Так как $T_C=5\cdot T_B/4$, то $4\cdot(N_0-N_1)=5\cdot N_1$, т.е. $N_1=4\cdot N_0/9=80$ человек (+ 3 балла)