Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике
3 марта 2019 г
Решения и критерии оценки 11 класс

1. Три маленьких заряженных шарика с зарядами q, q и $2q$ с одинаковыми массами m последовательно нанизали на горизонтальную спицу из непроводящего материала и расположили с одинаковыми расстояниями между соседними шариками. В начальный момент первому шарику (с зарядом q) придают такое переменное ускорение, что если остальные шарики отпустить, то они будут двигаться так, что расстояния между соседними шариками будут оставаться одинаковыми. Определите ускорение первого шарика и его направление в момент времени, когда расстояния между соседними шариками равно l. Спица неподвижна. Трение отсутствует.

Возможное решение

1) Пусть ускорения шариков равны соответственно a_1, a_2, a_3. Условия сохранения равного расстояния между соседними шариками дает $a_2 = (a_1 + a_3)/2$ <3 балла>.

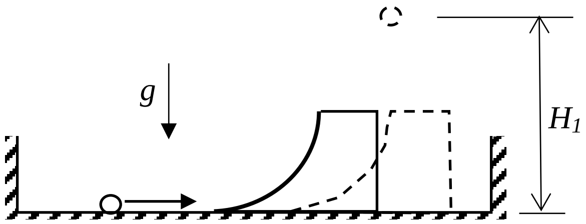
2) II закон Ньютона для второго шарика: $ma_2 = \frac{kq^2}{l^2} - \frac{k2q^2}{l^2}$, где $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ <3 балла>.

3) II закон Ньютона для третьего шарика: $ma_3 = \frac{2kq^2}{4l^2} + \frac{k2q^2}{l^2}$ <2 балла>.

Ответ: С нулевой начальной скоростью и ускорением $a_1 = 4{,}5\,\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2 m}$ в направлении, противоположном направлению на второй шарик <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Нулевая начальная скорость первого шарика Определение связи ускорений	$a_2 = (a_1 + a_3)/2$	3
2	II закон Ньютона для второго шарика	$ma_2 = \frac{kq^2}{l^2} - \frac{k2q^2}{l^2}$	3
3	II закон Ньютона для третьего шарика	$ma_3 = \frac{2kq^2}{4l^2} + \frac{k2q^2}{l^2}$	2
4	Получение ответа	$a_1 = 4{,}5\,\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 l^2 m}$, от других шариков	2



2. Внутрь горизонтально расположенного массивного ящика поместили маленький шарик и трамплин. Левая поверхность трамплина начинается горизонтально, а заканчивается вертикально. Шарик с некоторой скоростью толкнули навстречу неподвижному трамплину, в результате чего, двигаясь по левой стороне трамплина, он поднялся на максимальную высоту H_1. После приземления шарика трамплин и шарик имели противоположные скорости. Это привело их к упругому столкновению с вертикальными стенками ящика и к последующему сближению. На какую высоту H_2 шарик поднимется во второй раз? Трения нет.

Возможное решение

1) После отрыва шарик и трамплин двигались с одинаковой горизонтальной скоростью. Обозначим ее буквой *u*, а начальную скорость v <1 балл>.

2) Из закона сохранения горизонтальной компоненты импульса: $P_0 = (M+m)u$, где P_0 - начальный импульс шарика, M и m – массы трамплина и шарика <1 балл>.

3) Высота подъема шарика находится из закона сохранения энергии $mgH_1 = \frac{m\text{v}^2}{2} - \frac{(m+M)u^2}{2} = E - \frac{P_0^2}{2(m+M)}$, где E - полная энергия системы <2 балла>.

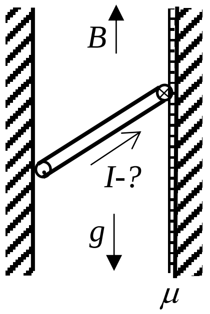
4) После "приземления" шарика он получит скорость $-\text{v}_1$, а трамплин u_1, причем, из закона сохранения импульса: $Mu_1 - m\text{v}_1 = P_0$ <2 балла>.

5) После упругих ударов о стенку скорости трамплина и шарика изменят свой знак – в итоге импульс их системы изменится на противоположный, а энергия останется прежней, в итоге высота подъема шарика при втором столкновении с трамплином $mgH_2 = E - \frac{(-P_0)^2}{2(m+M)} = mgH_1$ <3 балла>.

Ответ: шарик поднимется на прежнюю высоту, $H_2 = H_1$ <1 балл>.

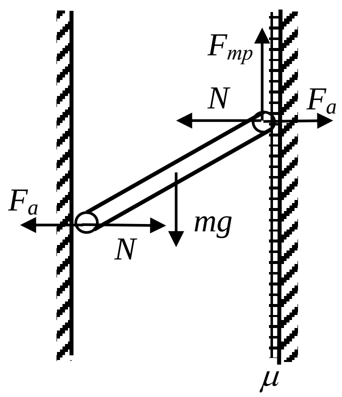
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Равенство горизонтальных скоростей шарика и трамплина после отрыва шарика		1
2	Закон сохранения импульса при первом подскоке	$P_0 = (M+m)u$	1
3	Закон сохранения энергии	$mgH_1 + \frac{P_0^2}{2(m+M)} = E$	2
4	Закон сохранения импульса после "приземления" шарика	$Mu_1 - m\text{v}_1 = P_0$,	2
5	Сохранение модуля полного горизонтального импульса при ударе о стенку ящика и применение закона сохранения энергии при втором подскоке	$mgH_2 = E - \frac{(-P_0)^2}{2(m+M)} = mgH_1$	3
6	Получение ответа	$H_2 = H_1$	1



3. В промежутке между двумя параллельными вертикальными стенками создано вертикальное магнитное поле с индукцией B. В промежуток между стенками шириной L вставлена прямоугольная рамка размера $a \times b$ и массы m (на рисунке вид сбоку). Стороны рамки длины b касаются стенок по всей своей длине и горизонтальны, и $a > L$. Рамка удерживается благодаря тому, что в ней создается ток. Определите минимальную величину этого тока, если трение между рамкой и левой стенкой отсутствует, а коэффициент трения между рамкой и правой стенкой равен μ. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение



1) На стороны рамки, упирающиеся в стенки, действует сила Ампера $F_a = IbB$, где I – ток в рамке <2 балла>.

2) Со стороны правой стенки на рамку действует сила реакции опоры N. Из баланса действующих на рамку горизонтальных сил следует, что сила реакции опоры со стороны левой стенки также равна N <2 балла>.

3) Баланс моментов сил относительно стороны рамки, упирающейся в правую стенку

$\frac{mgL}{2} = (N - F_a)\sqrt{a^2 - L^2}$. <2 балла>.

4) Баланс действующих на рамку сил по вертикали $F_{тр} - mg = 0$, где $F_{тр}$ – сила трения <1 балл>.

5) Неравенство для силы трения $F_{тр} \le \mu N$ <1 балл>.

Ответ: $I_{min} = \frac{mg}{bB}\left(\frac{1}{\mu} + \frac{L}{2\sqrt{a^2 - L^2}}\right)$. <2 балла>.

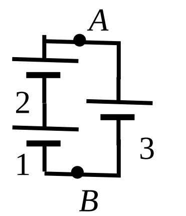
Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение силы Ампера, действующей на стороны рамки, упирающиеся в стенки, и направление тока	$F_a = IbB$	2
2	Равенство по величине сил реакции опоры со стороны правой и левой стенки		2
3	Баланс моментов сил	$\frac{mgL}{2} = (N - F_a)\sqrt{a^2 - L^2}$	2
4	Баланс сил по вертикали	$F_{тр} - mg = 0$	1
5	Условие на силу трения	$F_{тр} \le \mu N$	1
	Получение ответа	$I_{min} = \frac{mg}{bB}\left(\frac{1}{\mu} + \frac{L}{2\sqrt{a^2 - L^2}}\right)$	2

4. Из 4 одинаковых батареек одна полностью разряжена, а остальные три полностью заряжены. Как при помощи двух измерений, произведенных идеальным вольтметром, определить разряженную батарейку? Считать, что внутреннее сопротивление батарейки при разряде не меняется.

Возможное решение

1) Измерим напряжение на первой батарейке – если получится U=0, то задача решена – первая батарейка разряжена, в противном случае она заряженная, и мы знаем ЭДС заряженной батарейки, $\varepsilon = U$ <1 балл>.



2) Собираем схему, в которой первая батарейка включена последовательно со второй, и параллельно подключена третья. Измерим напряжение между точками А и В <3 балла>.

3) Если разряжена четвертая батарейка, первые три батарейки заряжены и имеют внутреннее сопротивление r, ток в контуре I, то $U_{AB} = \varepsilon + Ir = 2\varepsilon - 2Ir$, или $U_{AB} = \frac{4}{3}U$ <2 балла>.

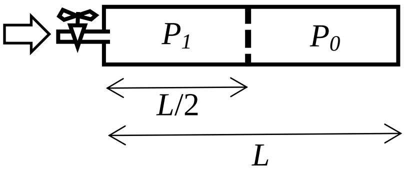
4) Если разряжена батарейка №2, тока в цепи не будет, и $U_{AB} = \varepsilon$ <1 балл>.

5) Если разряжена батарейка №3, то $U_{AB} = rI_1 = 2\varepsilon - 2rI_1$, откуда $U_{AB} = 2U/3$ <1 балл>.

Ответ: Первым измерением проверяется батарейка №1. Если она заряжена, и в изображенной на рисунке схеме $U_{AB} = \frac{4}{3}U$, то разряжена батарейка №4. Если при тех же условиях $U_{AB} = U$, то разряжена батарейка №2. Если $U_{AB} = \frac{2}{3}U$, то разряжена батарейка №3 <2 балла>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	1-е измерение: проверка батарейки №1, определение ЭДС	$\varepsilon = U, U > 0$	1
2	Предложение схемы из двух последовательных батареек (включая №1) и одной параллельной		3
3	Напряжение U_{AB} при трех заряженных батарейках	$U_{AB} = \frac{4}{3}U$	2
4	Напряжение U_{AB} при разряженной батарейке №2	$U_{AB} = U$	1
5	Напряжение U_{AB} при разряженной батарейке №3	$U_{AB} = \frac{2}{3}U$	1
6	Получение ответа		2



5. Закрытый цилиндрический сосуд длины L перегорожен легким подвижным поршнем. Первоначально поршень находился в крайнем левом положении, а объем справа от него был заполнен воздухом. В объем слева от поршня через тонкую трубку с вентилем подали гелий, в результате чего поршень переместился и остановился посредине цилиндра. После этого вентиль закрыли. В этот момент давление воздуха справа от поршня было P_0, а давление гелия слева от поршня – P_1. Медленная диффузия гелия через поршень привела к тому, что поршень через большой промежуток времени начал менять свое положение. На каком расстоянии от левого конца цилиндра остановится поршень? Температура постоянная.

Возможное решение

1) Поршень испытывает силу трения $F=(P_1-P_0)S$, где S – площадь поршня <2 балла>.

2) В результате диффузии парциальное давление гелия по обе стороны поршня выровняется <1 балл>.

3) Равновесие поршня после выравнивания давлений гелия, если поршень не упирается в левый край цилиндра $PS=F$, где P – давление воздуха справа <1 балл>.

4) Закон Бойля-Мариотта для воздуха справа от поршня $P_0LS/2=P(L-x)S$, где x – искомое расстояние поршня до левого края цилиндра <2 балла>.

5) Решение уравнений $x=L\frac{2P_1-3P_0}{2(P_1-P_0)}$ при $x>0$ <2 балла>.

6) Условие $P_1>3P_0/2$, при котором $x>0$ <1 балл>.

Ответ: при $P_1>3P_0/2$ $x=L\frac{2P_1-3P_0}{2(P_1-P_0)}$, при $3P_0/2\ge P_1$ $x=0$ <1 балл>.

Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Утверждение о наличии силы трения и определение ее величины	$F=(P_1-P_0)S$	2
2	Утверждение о выравнивании парциального давления гелия		1
3	Условие равновесия поршня	$PS=F$	1
4	Закон Бойля-Мариотта для воздуха справа от поршня	$P_0LS/2=P(L-x)S$	2
5	Решение уравнений относительно позиции поршня после остановки	$x=L\frac{2P_1-3P_0}{2(P_1-P_0)}$	2
6	Нахождение условия остановки поршня не у края цилиндра	$P_1>3P_0/2$	1
7	Получение ответа		1