

## Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике

3 марта 2019 г.

10 класс

### Возможные решения и критерии оценки

1. Хоккеист увидел посторонний предмет точно посередине хоккейной коробки и решил его убрать, толкнув в него от бортика шайбу со скоростью  $v$ . После упругого удара одновременно шайба вернулась к хоккеисту, а предмет ударился о противоположный борт. Через какое время после толчка вернулась шайба, если ширина хоккейной коробки  $L$ , а движение шайбы и предмета происходили вдоль одной линии поперек коробки? Трения нет.

#### Возможное решение

1) Скорости шайбы и предмета после удара должны быть одинаковы <2 балла>.

2) Пусть масса шайбы  $m$ , предмета  $M$ , а скорость шайбы и предмета после удара  $u$ . Упругий удар сохраняет импульс  $mv = Mu - mi$  <2 балла>.

3) Упругий удар сохраняет энергию  $\frac{mv^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mi^2}{2}$  <2 балла>.

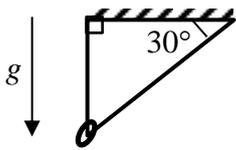
4) Решая уравнения п. (2) и (3), находим массу предмета:  $M = 3m$  и скорость  $u = v/2$  <2 балла>.

5) Определяем время движения шайбы  $t = \frac{L}{2v} + \frac{L}{v}$  <1 балл> и находим ответ.

**Ответ:**  $t = \frac{3L}{2v}$  <1 балл>.

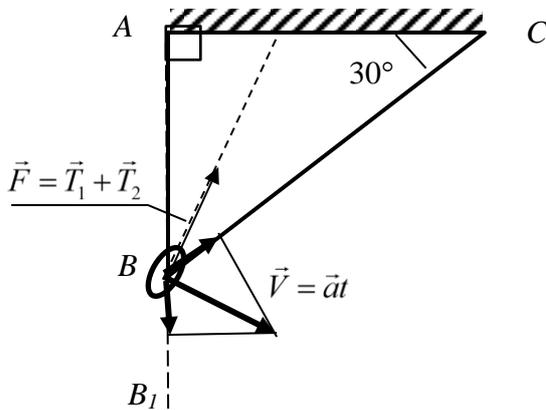
#### Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Условие равенства скоростей шайбы и предмета после удара		2
2	Закон сохранения импульса при ударе	$mv = Mu - mi$	2
3	Закон сохранения энергии при ударе	$\frac{mv^2}{2} = \frac{Mu^2}{2} + \frac{mi^2}{2}$	2
4	Определение скорости шайбы после удара	$u = v/2$	2
5	Определение времени движения шайбы	$t = \frac{L}{2v} + \frac{L}{v}$	1
	Получение ответа	$t = \frac{3L}{2v}$	1



2. Кольцо подвесили на легкой нерастяжимой нити и отпустили в положении, когда нить образовывала прямоугольный треугольник с одной горизонтальной стороной и углами  $90^\circ$  и  $30^\circ$  при этой стороне (см. рисунок). Найдите ускорение кольца вначале его движения. Трения нет. Ускорение свободного падения  $g$ .

### Возможное решение



1) Из условия сохранения длины нити проекции скорости кольца на направления двух исходящих из нее отрезков нити должны быть равны по величине. Отсюда следует, что скорость, а также ускорение должны быть направлены вдоль биссектрисы угла  $B_1BC$  (см. рисунок). Таким образом, ускорение в начальный момент направлено под углом  $-30^\circ$  к горизонту <4 балла>.

2) Силы натяжения нити слева и справа от кольца одинаковы по величине и их равнодействующая  $\vec{F}$  направлена вдоль биссектрисы угла  $ABC$  или под углом  $60^\circ$  к горизонту <2 балла>.

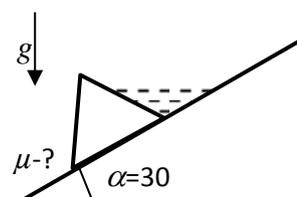
3) Направления силы  $\vec{F}$  и ускорения взаимно перпендикулярны. Поэтому ускорение определяется исключительно проекцией силы тяжести  $mg_{\parallel}$  на направление движения:  
 $ma = mg_{\parallel} = mg \cos 60^\circ = mg / 2$  <2 балла>.

Ответ:  $a = g / 2$  <2 балла>.

### Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение направления ускорения		4
2	Определение направления равнодействующей сил натяжения		2
3	II закон Ньютона	$ma = mg_{\parallel}$	2
	Получение ответа	$a = g / 2$	2

3. На склоне с углом относительно горизонтали  $30^\circ$  сооружена дамба, вытянутая поперек склона и имеющая сечение в форме правильного треугольника. Дамба подпирает ручей и создает запруду. При каком коэффициенте трения между дамбой и склоном, вода не сдвинет дамбу с места при любом уровне воды в образовавшейся запруде. Дамба сделана из прочного материала плотности  $\rho$  и не рассыпается, скользя по грунту. Плотность воды -  $\rho_0$ .



### Возможное решение

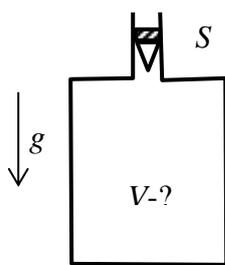
Примем, что длина дамбы равна  $L$ , а длина стороны треугольника в ее сечении -  $a$ .

- 1) Масса дамбы  $m = \rho a^2 L \sqrt{3} / 4$  <1 балл>.
- 2) Максимальная сила давления воды при условии, что вода доходит до кромки дамбы и давление линейно меняется от 0 до максимального значения,  $P_{\max} = \rho_0 g a / 2$ :  
 $F = a L P_{\max} / 2 = \rho_0 g a^2 L / 4$  <2 балла>.
- 3) Эта сила имеет составляющую вдоль склона  $F_{\parallel} = F \cos 30^\circ = F \sqrt{3} / 2$ , поперек склона  $F_{\perp} = F \sin 30^\circ = F / 2$  <2 балла>.
- 4) Из условия равновесия дамбы по нормали к склону находится сила реакции опоры  $N = mg \cos 30^\circ + F_{\perp}$  <1 балл>.
- 5) Условие равновесия вдоль склона  $mg \sin 30^\circ + F_{\parallel} = F_{\text{тр}}$  и неравенство для силы трения  $F_{\text{тр}} \leq \mu N$  дают минимальное значение коэффициента трения  $mg \sin 30^\circ + F_{\parallel} = \mu (mg \cos 30^\circ + F_{\perp})$  <2 балла>.

Ответ:  $\mu_{\min} = \frac{\sqrt{3}(\rho + \rho_0)}{3\rho + \rho_0}$  <2 балла>.

### Разбалловка по этапам

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение массы дамбы	$m = \rho a^2 L \sqrt{3} / 4$	1
2	Определение максимальной силы давления воды	$F = \rho g a^2 L / 4$	2
3	Определение составляющих силы давления вдоль и поперек склона	$F_{\parallel} = F \sqrt{3} / 2; F_{\perp} = F / 2$	2
4	Определение действующей на дамбу силы реакции опоры	$N = mg \cos 30^\circ + F_{\perp}$	1
5	Условие равновесия вдоль склона при минимальном коэффициенте трения	$mg \sin 30^\circ + F_{\parallel} = \mu (mg \cos 30^\circ + F_{\perp})$	2
	Получение ответа	$\mu_{\min} = \frac{\sqrt{3}(\rho + \rho_0)}{3\rho + \rho_0}$	2



4. Теплоизолированный сосуд был наполнен гелием при комнатной температуре и закрыт легким подвижным поршнем сечения  $S$ . Поршень взяли из холодного склада, и его нижняя поверхность была покрыта слоем намерзшего льда с температурой  $0^\circ\text{C}$ . Лед частично растаял, и температура в сосуде опустилась до  $0^\circ\text{C}$  – при этом поршень остался на своем месте. Определите объем сосуда. Ускорение свободного падения  $g$ , трение отсутствует. Теплоемкостью поршня пренебречь. Удельная теплота плавления льда  $\lambda$ . Изменение объема при плавлении льда является пренебрежимо малым эффектом.

### *Возможное решение*

1) Равновесие поршня до таяния льда  $P - P_0 = mg / S$ , где  $P$  – начальное давление воздуха в сосуде,  $m$  – масса поршня и льда,  $P_0$  – атмосферное давление <2 балла>.

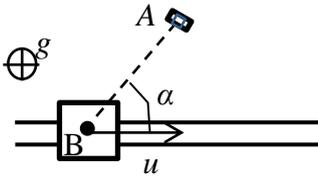
2) Равновесие после плавления льда  $P_1 - P_0 = (m - \Delta m)g / S$ , где  $\Delta m$  – масса растаявшего льда <2 балла>.

3) Первое начало термодинамики  $\frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}P_1V + \lambda\Delta m$  <4 балла>.

Ответ:  $V = \frac{2\lambda S}{5g}$  <2 балла>.

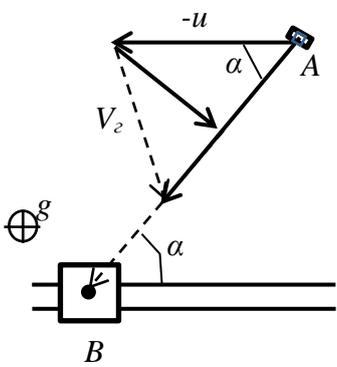
### *Разбалловка по этапам*

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Условие равновесия поршня до таяния льда	$P - P_0 = mg / S$	2
2	Условие равновесия поршня после таяния льда	$P_1 - P_0 = (m - \Delta m)g / S$	2
3	Применение первого начала термодинамики	$\frac{3}{2}PV = \frac{3}{2}P_1V + \lambda\Delta m$	4
	Получение ответа	$V = \frac{2\lambda S}{3g}$	2



5. Подъемный кран высоты  $H$  движется по прямому рельсовому пути со скоростью  $u$ . Человек, находившийся внизу в точке  $A$  (см. рис., вид сверху), бросил крановщику мобильный телефон в момент времени, когда кран находился в точке  $B$ , и крановщик его поймал. Отрезок  $AB$  образует угол  $\alpha$  с направлением рельсов. Определите минимальное возможное значение скорости броска в этих условиях. Какой длине  $AB$  отвечает минимальное значение скорости броска? Ускорение силы тяжести  $g$ .

**Возможное решение**



1) Чтобы брошенный предмет поднялся на высоту  $H$ , необходима начальная вертикальная скорость  $V_H = \sqrt{2gH}$ . Увеличивать вертикальную скорость явно невыгодно <1 балл>.

2) Время подъема на эту высоту  $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$  <1 балл>.

3) Горизонтальная скорость в системе отсчета, связанной с краном, должна быть направлена вдоль линии  $AB$  (см. рисунок). В этой системе предмет еще до броска имеет скорость  $u$ , и горизонтальная компонента скорости бросания телефона  $V_2$  придает его полной горизонтальной скорости нужное направление <2 балла>.

4) Минимальное значение скорости бросания отвечает  $\vec{V}_2 \perp AB, V_2 = u \sin \alpha$ . При этом результирующая горизонтальная скорость получится  $u \cos \alpha$  <2 балла>.

5) Минимальной скорости броска отвечает длина  $AB = ut \cos \alpha = u \sqrt{\frac{2H}{g}} \cos \alpha$  <2 балла>.

6) Полная начальная скорость  $V_0 = \sqrt{V_H^2 + u^2 \sin^2 \alpha} = \sqrt{2gH + u^2 \sin^2 \alpha}$  <1 балл>.

**Ответ:**  $V_{\min} = \sqrt{2gH + u^2 \sin^2 \alpha}$ ,  $AB = u \sqrt{\frac{2H}{g}} \cos \alpha$  <1 балл>.

**Разбалловка по этапам**

	Этапы решения	Соотношения	Балл
1	Определение минимальной вертикальной скорости	$V_H = \sqrt{2gH}$	1
2	Определение времени подъема	$t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$	1
3	Определение направления результирующей горизонтальной составляющей скорости в системе отсчета крана		2
4	Определение минимальной горизонтальной скорости бросания	$\vec{V}_2 \perp AB, V_2 = u \sin \alpha$	2
5	Определение расстояния, отвечающего минимальной скорости броска	$AB = ut \cos \alpha$	2
6	Определение минимальной полной скорости бросания	$V_0 = \sqrt{V_H^2 + u^2 \sin^2 \alpha}$	1
	Получение ответа	$V_{\min} = \sqrt{2gH + u^2 \sin^2 \alpha}$ , $AB = u \sqrt{\frac{2H}{g}} \cos \alpha$	1