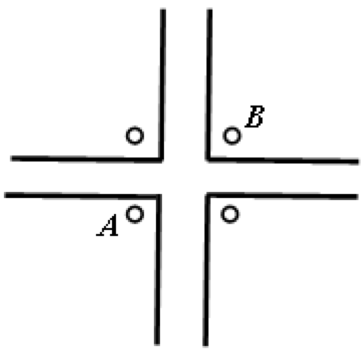
Заочный этап Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике 2017-2018 гг.

9 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, <u>если иное не оговорено в условии</u>, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,004 – до 2. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.



1. Пешеходу ежедневно необходимо пересекать регулируемый переход с цифровыми светофорами из т. A в т. B. Время включения зеленого света на одном направлении 56 с, а на перпендикулярном 28 с. Время пересечения пешеходом любой дороги 8 с. Каждый раз появление пешехода в т. A происходит случайным образом. Каково из всех возможных ситуаций минимальное время (в секундах) перехода пешехода из т. A в т. B и каково максимальное время? Пешеход хорошо видит цифры (секунды) на всех светофорах и не начнет движения, если не будет уверен, что успеет полностью пересечь дорогу «на зеленый свет». Пешеход также умеет быстро оценивать обстановку и всегда выбирает самый оптимальный по времени путь пересечения перекрестка. Временем включения желтого сигнала светофора можно пренебречь.

Возможное решение

Наименьшее время – когда остается ровно 8 с зеленого сигнала на любом светофоре, и пешеход переходит без остановок одну и другую дорогу:

$t_{\text{MIN}} = 8+8 = 16$ с.

Наибольшее время – когда пешеход не успевает уложиться в 8 с «короткого» светофора, ждет это время, переходит дорогу по «долгому» светофору, ждет включения «короткого» и только тогда переходит другую дорогу:

$t_{\text{MAX}} = 8+56+8 = 72$ с.

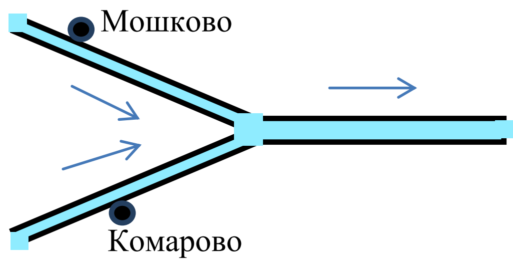
Ответ: 16; 72 или 16 с; 72 с.

2. Набор состоит из свечей двух типов: толстых и тонких. Длины всех свечей одинаковы. Известно, что за время горения $t_0 = 30$ минут тонкая свеча сгорает наполовину, а толстая - на треть. Через какое время t (в минутах) после поджога фитиля у новых свечей длина толстой и тонкой свечи будут отличаться в 2 раза?

Возможное решение

Пусть длина любой свечи равна L. Скорость сгорания толстой свечи равна $U_T = \frac{L}{3t_0}$, а тонкой - $U_m = \frac{L}{2t_0}$. Через время t после поджога длина толстой свечи станет равной $L - U_T t = L\left(1 - \frac{t}{3t_0}\right)$, а тонкой - $L - U_m t = L\left(1 - \frac{t}{2t_0}\right)$. $L\left(1 - \frac{t}{3t_0}\right) = 2L\left(1 - \frac{t}{2t_0}\right)$ или $\frac{2t}{3t_0} = 1$. Откуда $t = 3t_0/2 = 45$ мин.

Ответ: 45 или 45 мин.



3. Некая река формируется после слияния двух малых. На берегу одной из малых рек расположена деревня Комарово, а на берегу другой – Мошково. Между деревнями ходит катер, который на путь из Комарово в Мошково затрачивает на 40% больше времени, чем на обратный путь. Скорость течения обоих малых рек одинакова, а скорость катера относительно воды в 3 раза больше скорости течения рек. Определите, во сколько раз Комарово ближе к месту слияния малых рек, чем Мошково.

Возможное решение

Пусть от Комарово до места слияния малых рек L_1, а от Мошково – L_2 ($L_2/L_1 = x$), а время пути из Комарово t_1, из Мошково – t_2, скорость течения рек u, скорость катера $v = 3u$ (1).

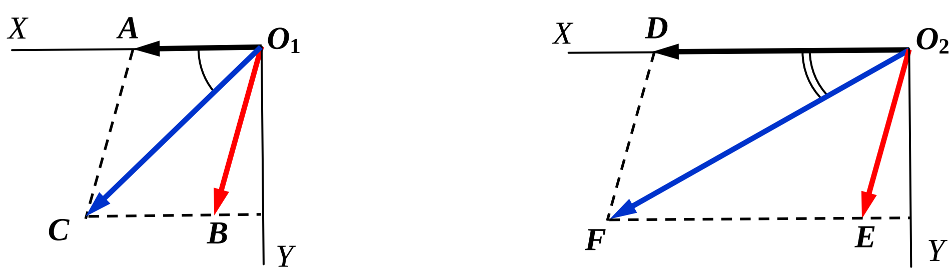
$$t_1 = \frac{L_1}{v+u} + \frac{L_2}{v-u} = \frac{L_1}{4u} + \frac{L_2}{2u} \quad (2), \qquad t_2 = \frac{L_1}{v-u} + \frac{L_2}{v+u} = \frac{L_1}{2u} + \frac{L_2}{4u} \quad (3)$$

Поделив (2) на (3), получим $\dfrac{t_1}{t_2} = \dfrac{L_1 + 2L_2}{2L_1 + L_2} = \dfrac{1 + 2L_2/L_1}{2 + L_2/L_1} = 1{,}4$ или $1{,}4(2 + x) = 1 + 2x$.

Ответ: 3 или в 3 раза.

4. Катер движется при устойчивом ветре по заданному курсу с постоянной скоростью $V_1 = 20$км/час относительно берега моря. На катере установлен флюгер, то есть изготовленный из тонкой металлической пластины флажок, который может легко вращаться вокруг вертикальной оси. Угол между курсом катера и флюгером составляет 120°. При сохранении курса скорость катера удвоили ($V_2 = 2V_1$). Угол между курсом катера и флюгером стал составлять 150°. Определить модуль скорости ветра U относительно берега (в км/час).

Возможное решение



Флюгер ориентируется по скорости воздушного потока, которая при движущемся катере отличается от скорости ветра. Вектор скорости воздушного потока на катере (на рисунках **синим цветом**) равен сумме вектора скорости ветра (**красным цветом**) и вектора, равного по величине скорости катера, но направленным в противоположную сторону (**черным цветом**)

Левый схематичный рисунок соответствует скорости катера V_1 , а правый – скорости V_2.

По условию угол $\angle AO_1C = 180^0 - 120^0 = 60^0$, $\angle DO_2F = 180^0 - 150^0 = 30^0$.

Обозначим на обоих рисунках проекции вектора скорости ветра на оси абсцисс и ординат U_X и U_Y , соответственно.

Тогда $\dfrac{V_1 + U_X}{U_Y} = ctg\,60^0 = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (1) $\qquad \dfrac{2V_1 + U_X}{U_Y} = ctg\,30^0 = \sqrt{3}$ (2)

Разделим (2) на (1): $\dfrac{2V_1 + U_X}{V_1 + U_X} = 3$. Откуда $U_X = -\dfrac{V_1}{2}$ (3).

Знак минус означает, что на самом деле вектор скорости ветра O_1B (и O_2E) наклонен не в левую, а в правую (по рисункам) сторону.

Проекцию U_Y определим, например, из (1) с учетом (3) $\frac{V_1+U_X}{U_Y}=\frac{V_1}{2U_Y}=\frac{\sqrt{3}}{3}$. Откуда $U_Y=\frac{\sqrt{3}}{2}V_1$.

По теореме Пифагора искомая величина модуля скорости ветра равна $U=\sqrt{U_X^2+U_Y^2}=V_1$

Ответ: 20 или 20км/час.

5. Спортсмен совершает метание молота по траектории, соответствующей максимальной дальности. В очередной попытке высокоскоростная видеокамера зафиксировала молот на высоте h = 10 м в момент, когда он находился на расстоянии s = 12м от места броска по горизонтали. На каком расстоянии (в метрах) от спортсмена упадет молот? Влиянием воздуха пренебречь.

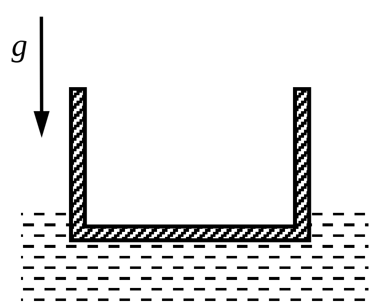
Возможное решение

Обозначим искомое расстояние L, скорость молота V_0. Пусть t – время полета молота до местоположения, зарегистрированного камерой. По условию задачи $s = V_0\cos\alpha\cdot t$, $h = V_0\sin\alpha\cdot t - gt^2/2$ (1), Выразив из 1-го уравнения (1) t через s и, подставив во 2-е уравнение (1), получим

$$h=s\cdot tg\alpha-\frac{gs^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} \qquad (2)$$

Для оптимальной траектории (траектории, соответствующей максимальной дальности) в отсутствии сопротивления воздуха $\sin\alpha = 45^0$, и из (2) получим $h=s-\frac{gs^2}{V_0^2}$ (3). Максимальное расстояние при $\sin\alpha = 45^0$, $L=\frac{V_0^2}{g}$ (4). Подставляя (4) в (3) $h=s-\frac{s^2}{L}$ или $L-\frac{s^2}{s-h}=72$ м.

Ответ: 72 или 72 м.



6. Деревянный сосуд цилиндрической формы плавает в воде, погрузившись на 0,2 своей высоты, когда он пустой, и на 0,95 высоты, когда он заполнен водой. Во сколько раз плотность дерева, из которого изготовлен сосуд, меньше плотности воды?

Возможное решение

Обозначим: ρ - плотность дерева, ρ_0 – плотность воды, V – внешний объем сосуда, V_1 – его внутренний объем, H, h и h_1 – высота сосуда, глубина его погружения в пустом и наполненном состоянии, соответственно.

Равновесие пустого сосуда:

$$\rho g(V-V_1)=\rho_0 gV\frac{h}{H}, \text{ откуда } \rho gV_1=gV\left(\rho-\rho_0\frac{h}{H}\right) \quad (1)$$

Равновесие наполненного сосуда: $\rho g(V-V_1)+\rho_0 gV_1=\rho_0 gV\frac{h_1}{H}$, откуда $g(\rho-\rho_0)V_1=gV\left(\rho-\rho_0\frac{h_1}{H}\right)$ (2)

Поделив (1) на (2), получим:

$$\frac{V\left(\rho-\rho_0\frac{h}{H}\right)}{V\left(\rho-\rho_0\frac{h_1}{H}\right)}=\frac{\rho V_1}{(\rho-\rho_0)V_1} \quad \text{или} \quad \left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\right)\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\frac{h}{H}\right)=\left(1-\frac{\rho_0}{\rho}\frac{h_1}{H}\right). \text{ Откуда } \frac{\rho_0}{\rho}=\frac{1+\frac{h}{H}-\frac{h_1}{H}}{\frac{h}{H}}=1{,}25.$$

Плотность дерева в 1.25 раз меньше плотности воды.

Ответ: 1,25 или в 1,25 раз

7. В двух стаканах находится одинаковое количество некой жидкости: в одном стакане с температурой T_1 =80°С, в другом – с комнатной температурой T_2 =20°С. После того как в горячий стакан опустили ложку, первоначально имеющую комнатную температуру T_2, температура стакана понизилась до T_3 =70°С. Какой станет температура в стакане с холодной жидкостью T_X, если в него перенести ложку из горячего стакана? Обменом теплом с окружающей средой пренебречь.

Возможное решение

Пусть теплоемкость стакана с жидкостью C_0, а ложки – C.

Баланс тепла при погружении ложки в горячий стакан: $C_0T_3 + CT_3 = C_0T_1 + CT_2$ или $C_0(T_1 - T_3) = C(T_3 - T_2)$ (1),

При помещении ложки в холодный стакан: $C_0T_3 + CT_3 = C_0T_1 + CT_2$ или $C_0(T_X - T_2) = C(T_3 - T_X)$ (2).

Поделив (1) на (2), получим $(T_1 - T_3)(T_3 - T_X) = (T_3 - T_2)(T_X - T_2)$.

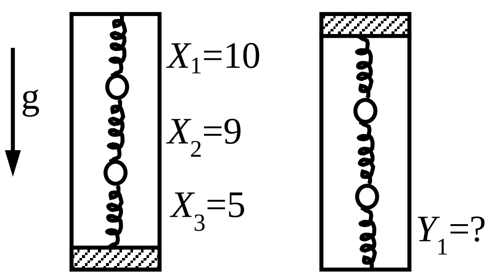
Откуда $T_X = \dfrac{(T_3 - T_2)T_2 + T_1 - T_3)T_3}{(T_1 - T_2)} = \dfrac{50\cdot 20 + 10\cdot 70}{60} \approx 28{,}3^0 C$.

При решении этой задачи возможны были «промежуточные упрощения».

Например: Из (1) $C = C_0\dfrac{T_1 - T_3}{T_3 - T_2} = C_0\dfrac{80-70}{70-20} = \dfrac{C_0}{5}$. С учетом этого из (2) $\left(C_0 + \dfrac{C_0}{5}\right)T_X = C_0T_2 + \dfrac{C_0}{5}T_3$.

Откуда $T_X = \dfrac{5}{6}\left(20 + \dfrac{70}{5}\right) = \dfrac{170}{6} \approx 28{,}3^0 C$.

Ответ: 28,3 или 28,3^{0}С.



8. В пенал вставлены два разных шарика, разделенных одинаковыми прикрепленными к ним пружинами. Крайние пружины прикреплены к пеналу. Когда пенал установили вертикально, длины пружин приняли указанные на рисунке значения (в сантиметрах). Пенал перевернули. Какой после этого будет длина - Y_1 нижней (в новом положении пенала) пружины? Ответ выразить в сантиметрах.

Возможное решение

Если соседние пружины (например, 1 и 2) растянуты по отношению к недеформированному состоянию на $\Delta X_1 = X_1 - X_0$ и $\Delta X_2 = X_2 - X_0$, соответственно, то в равновесии

$mg = k(\Delta X_1 - \Delta X_2) = k(X_1 - X_2)$ (1), где m - масса верхнего шарика.

При этом ответ будет тот же и для растянутых ($\Delta X > 0$) и для сжатых пружин ($\Delta X < 0$).

Аналогично (1) записывается условие равновесия для нижнего шарика

$Mg = k(\Delta X_2 - \Delta X_3) = k(X_2 - X_3)$ (2)

Сравнивая (1) и (2), получаем, что масса нижнего шарика $M = 4m$.

После переворачивания пенала массы шариков сверху будут распределены как $4m$, m.

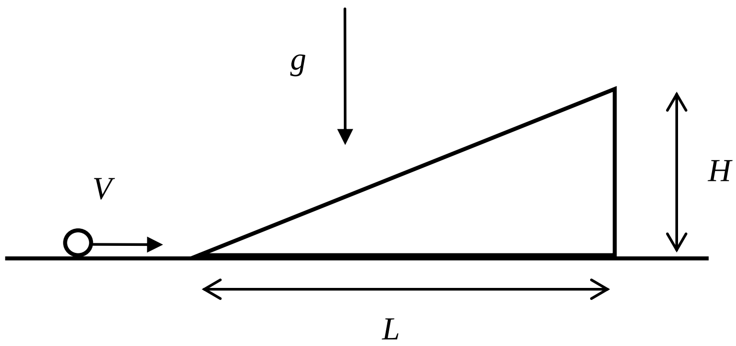
Сумма длин всех пружинок сохранится.

$X_1+X_2+X_3$= 10+9+5=24 см. Следовательно $Y_1+Y_2+Y_3$ = 24 см (3)

Используя опять условия равновесия шариков, получим

$Y_3 - Y_2 = 4$, $Y_2 - Y_1 = 1$, а, с учетом (3) $Y_1 + (Y_1+1) + (Y_1+5) =$ 24 см или $3Y_1$ = 18 см.

Ответ: 6 или 6 см.



9. На трамплин высотой H = 10 м и горизонтальной протяженностью L = 20 м со скоростью V = 10 м/с налетает шарик. На какую максимальную высоту (в метрах) он поднимется, если удары о трамплин упругие? Ускорение свободного падения g=9,8 м/с^2. Ответ округлить до двух значащих цифр.

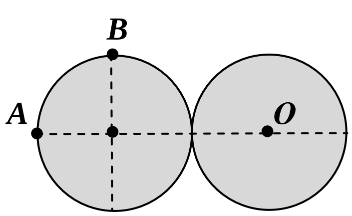
Возможное решение

Направим горизонтальную ось вдоль трамплина. Обозначим угол между плоскостью трамплина и горизонталью α. Интервал между ударами: $\tau = \dfrac{2v_{|\perp}}{g_{\perp}} = \dfrac{2v\sin\alpha}{g\cos\alpha}$.

После N-го отскока $v_{\parallel} = v\cos\alpha - g\sin\alpha(N-1)\tau$, $v_{\perp} = v\sin\alpha$.

Горизонтальная составляющая скорости $v_x = v_{\parallel}\cos\alpha - v_{\perp}\sin\alpha = v(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) - 2v\sin^2\alpha(N-1)$, $v_x = v(1-0{,}4N)$. При каждом ударе слева направо горизонтальная составляющая скорости уменьшается. Максимальная высота достигается при минимальной горизонтальной составляющей скорости. Минимальная горизонтальная скорость после 2-го удара: $v_{x2} = 0{,}2v$. Высоту определим из закона сохранения энергии: $\dfrac{mv^2}{2} = mgh + \dfrac{mv_{x2}^2}{2}$.

Ответ: 4,9 или 4,9 м.



10. Комета представляет собой два соприкасающихся скрепленных между собой шара одинакового размера и массы. Во сколько раз ускорение свободного падения в т. B будет меньше, чем ускорение свободного падения в т. A?

Возможное решение

Пусть радиус каждого шара равен R. Если для одиночного шара ускорение свободного падения на его поверхности равно g_0, то на расстоянии от его центра $r>R$ ускорение свободного падения (из закона всемирного тяготения): $g = g_0\dfrac{R^2}{r^2}$.

Точка A находится на расстоянии 3R от центра O «правого» шара.

Поэтому из принципа суперпозиции ускорение свободного падения в т. A $g_A = g_0 + g_0\dfrac{R^2}{(3R)^2} = \dfrac{10}{9}g_0$.

Точка B находится на расстоянии $\sqrt{R^2+4R^2} = \sqrt{5}R$ от центра O «правого» шара, а вектор ускорения свободного падения от этого шара направлен вдоль отрезка OB и равен $g = g_0\dfrac{R^2}{5R^2} = \dfrac{g_0}{5}$.

Проекция этого вектора на горизонтальную ось $\dfrac{g_0}{5}\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ совпадает с полной проекцией на эту ось.

Проекция этого вектора на вертикальную ось $\dfrac{g_0}{5}\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Полная проекция на вертикальную ось $\dfrac{g_0}{5}\dfrac{1}{\sqrt{5}} + g_0 = \left(1+\dfrac{1}{5\sqrt{5}}\right)g_0$.

Ускорение свободного падения в т. B определяется по теореме Пифагора:

$$g_B = g_0\sqrt{1+\frac{1}{125}+2\frac{1}{\sqrt{5}}\frac{1}{5}+\frac{4}{125}} \approx 1{,}104 g_0.$$ Следовательно, $$g_A = \frac{10}{9}g_0 \approx \frac{10}{9\cdot 1{,}104}g_B \approx 1{,}01 g_B.$$

Ответ: 1,01 или в 1,01 раз.

№ задачи	ответ
1.	16; 72 или 16 с; 72 с
2.	45 или 45 мин
3.	3 или в 3 раза
4.	20 или 20км/час
5.	72 или 72 м
6.	1,25 или в 1,25 раз
7.	28,3 или 28,3^{0}С
8.	6 или 6 см
9.	4,9 или 4,9 м
10.	1,01 или в 1,01 раз