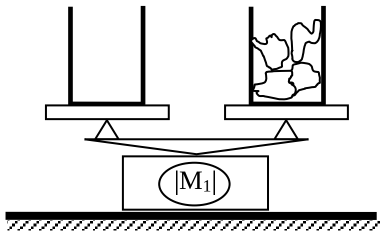
Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике
Задачи для 7 класса (11 марта 2018 г.)
Возможные решения (максимум за задачу – 10 баллов)

1. Для того чтобы вспахать прямоугольное поле, тракторист решил сначала проехать по внешнему краю поля, затем – по внешнему краю оставшегося участка и т.д., до тех пор, пока все не будет вспахано. Сколько, как минимум, времени для этого потребуется, если после трактора остается вспаханная полоса шириной b=3 м, размеры поля примерно равны L×H=0,6 км ×0,7 км, а скорость трактора – V=18 км/час?

Решение: Можно сказать, что в конце работы все поле будет «покрыто» прямоугольниками вспаханной земли (+1 балл). За время *t* трактор проезжает расстояние *Vt* и после него остается прямоугольник площадью *Vtb* (+2 балла). Вся площадь поля равна L×H =0,42 км^2=420 тыс. м^2 (+1 балл).

Таким образом, на покрытие всей площади поля, если пренебречь наложениями разных малых прямоугольников, потребуется время T =LH/Vb (+3 балла). Численное значение равно 28000 сек, т.е. примерно 7,8 часов или 7 ч 47 мин (+3 балла).

Если трактор будет проезжать по несколько раз по одному месту, то времени потребуется заведомо больше.



2. Имеются весы, которые показывают *величину* разницы масс грузов, находящихся на разных чашках. Школьник установил на разные чаши весы по одинаковому стакану и положил в один из них бесформенные камешки. Показания весов после этого составили M_1=0,52 кг. Затем школьник в оба стакана налил доверху воду. После этого прибор стал показывать значение M_2=0,32 кг. Чему равняется собственная плотность камней, если вода полностью их покрывает? Считать, что плотность воды 1000 кг/м^3.

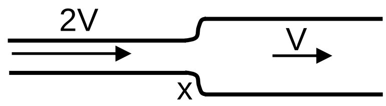
Решение: Показания весов в первый раз дают массу самих камней, $M_1=\rho_K V_K$, где ρ_K – искомая плотность камней, V_K – их собственный объем (+ 1 балл).
Во второй раз определяется величина $|\rho_K V_K+\rho_B(V-V_K)-\rho_B V|$ (+ 1 балл), где V – внутренний объем стакана, ρ_B=1000 кг/м^3 – плотность воды. Так как камни находятся полностью в воде, то плотность камней больше, $(\rho_K V_K-\rho_B V_K)>0$, т.е. $M_2=\rho_K V_K-\rho_B V_K$ (+ 2 балла).

Значит, $V_K=\dfrac{M_1}{\rho_K}=\dfrac{M_2}{\rho_K-\rho_B}$ (+ 2 балла), откуда следует, что

$\rho_K=\rho_B\cdot\dfrac{M_1}{M_1-M_2}=2600\ \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ (+ 4 балла).

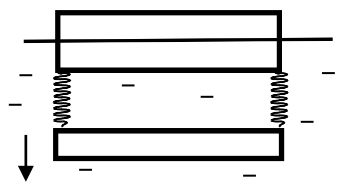
Если при формально правильном ответе отсутствует указание на то, что согласно условию задачи $(\rho_K V_K-\rho_B V_K)>0$, то всего ставится 9 баллов.

3. На реке есть место, где русло резко расширяется. Выше этого места скорость течения реки равна 2V, а ниже места расширения течение имеет постоянную скорость V. Два друга одновременно отправились от места расширения на катерах, один вверх, а другой вниз по течению. Через час оба одновременно вспомнили об очень важном деле, развернулись и поплыли навстречу друг другу без остановок. Через какое время после разворота они встретятся, если скорости катеров относительно воды равны 4V?



Решение: За один час (обозначим это время за T) тот друг, который поплыл вверх по течению, окажется от места старта на расстоянии (4V-2V)·T=2V·T (+ 1 балл), а второй проплывет относительно берега расстояние (4V+V)·T=5V·T (+ 1 балл).
После того, как они развернутся, первый из перечисленных будет двигаться относительно берега со скоростью (4V+2V)=6V (+1 балл), а второй – со скоростью 3V (+ 1 балл).
Отсюда следует, что первый доплывет до места расширения через 2V·T/6V=T/3 (+ 1 балл), а второй будет в этот момент на расстоянии
L=5V·T-3V·(T/3)= 4V·T (+1 балл).
После этого они будут оба плыть по одной и той же части реки с относительной скоростью 4V+4V=8V (+1 балл).
Т.е. оставшееся расстояние L они преодолеют за время L/8V=T/2 (+1 балл).
Таким образом, полное время движения до встречи составит T/3+T/2=5T/6=50 минут (+2 балла).

4. На планете Нептун тамошние школьники из одного и того же материала сделали два прямоугольных бруска размерами 0.3ϒ×1ϒ×2ϒ и 0.1ϒ×1ϒ×2ϒ (ϒ - обозначение нептунианской единицы измерения длины). Они соединены четырьмя одинаковыми пружинами по углам так, что большие грани обращены друг к другу. Всю конструкцию положили в жидкость, как показано на рисунке. После установления равновесия оказалось, что верхний брусок погружен в жидкость наполовину.



Всю конструкцию переворачивают «вверх ногами» и снова опускают плавать в ту же жидкость. Во сколько раз изменилась величина деформации пружин после установления нового равновесия, если пружины подчиняются закону Гука?

Считать, что плотность атмосферы в месте проведения экспериментов много меньше плотности жидкости. Массой и объемом пружин пренебречь.

Решение: По условию объем верхнего бруска, независимо от названия единиц измерения, втрое больше, чем у нижнего. Если V – объем нижнего бруска, то в жидкость погружен объем $3V/2$ верхнего бруска (+1 балл).

Условие равновесия всей конструкции в целом в начальной ситуации имеет вид:

$$\rho_Ж g(V+3V/2)=4\rho_Б gV$$

отсюда следует, что $5\rho_Ж/2=4\rho_Б$, т.е. $\rho_Ж=8\rho_Б/5$ (+ 2 балла).

Поскольку бруски имеют одинаковую плотность, и вся конструкция плавает, то нижний брусок удерживается в жидкости силой упругости пружин, направленной вниз (+ 1 балл).

Это означает, что пружины сжаты. Обозначим величину деформации каждой пружины L_1.

Условие равновесия для нижнего бруска (плотность $\rho_Б$) в жидкости (плотность $\rho_Ж$) имеет вид:

$$\rho_Ж gV=\rho_Б gV+kL_1 \qquad \text{(+1 балл)}$$

Здесь k – суммарный коэффициент жесткости пружин, g – ускорение свободного падения в месте проведения эксперимента. Отсюда можно получить соотношение

$$kL_1=(\rho_Ж-\rho_Б)gV \qquad \text{(+1 балл)}$$

После переворачивания конструкции верхний брусок вообще не будет погружен в жидкость, так как необходимое для плавания конструкции значение выталкивающей силы будет достигнуто уже при погружении 5/6 части большого бруска (+1 балл).

Каждая пружина при этом тоже сжата.

Теперь условие равновесия для этого, меньшего бруска имеет вид:

$$kL_2=\rho_Б gV \qquad \text{(+1 балл)}$$

Здесь L_2 – новая деформация каждой пружины. С учетом приведенных выше уравнений искомое отношение величин деформации пружин равно

$$\frac{L_2}{L_1}=\frac{\rho_Б \cdot \mathrm{g}V}{(\rho_Ж-\rho_Б)\mathrm{g}V}=\frac{5}{3}\approx 1.67 \text{ раза (+ 2 балла)}$$