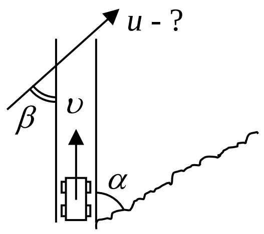
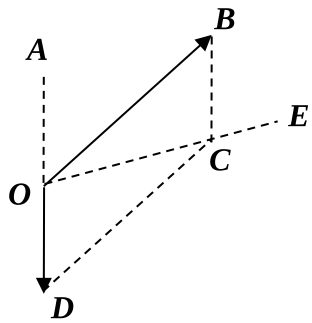
Заключительный этап
Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике
11 марта 2018 г.
Решения и критерии оценки
11 класс



1. При движении автомобиля по проселочной дороге со скоростью υ пылевой шлейф, уносимый ветром, ориентирован под углом α к направлению движения автомобиля (если смотреть сверху). Определите скорость ветра u, если она направлена под углом β к скорости автомобиля.

Возможное решение

Перейдем в систему отсчета автомобиля и сделаем построения (см. рисунок). (2 балла)
Вектор ***OB*** обозначает скорость ветра, вектор ***OD*** - вектор скорости автомобиля со знаком минус.
Отрезок ***OC*** направлен по пылевому шлейфу. (2 балла)



По построению
$\angle AOC = \alpha$, $\angle AOB = \beta$, $\angle BOC = \alpha - \beta$. (2 балла)
По теореме синусов для треугольника OBC

$$\frac{\sin BOC}{v} = \frac{\sin BCO}{u}$$. (2 балла)

$\sin BCO = \sin BCE = \sin\alpha$. (1 балл)

$$\frac{\sin(\alpha-\beta)}{v} = \frac{\sin\alpha}{u} .$$

Откуда $u = v\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}$. (1 балл)

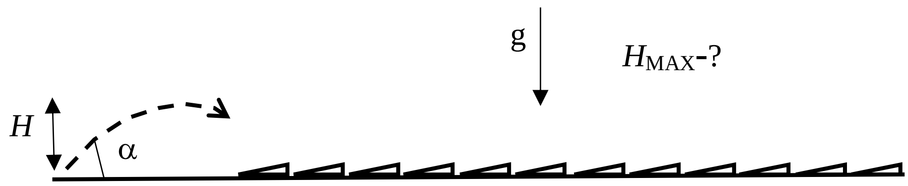
Ответ: $u = v\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}$

Разбалловка по этапам

№	Этап решения	балл
1	Переход в систему отсчета автомобиля	2
2	Нахождение направления шлейфа в новой СО	2
3	Определения угла между скоростью ветра и шлейфом $\angle BOC = \alpha - \beta$	2
4	Получение соотношения для скоростей $\dfrac{\sin BOC}{v} = \dfrac{\sin BCO}{u}$	2
5	Запись условия $\sin BCO = \sin BCE = \sin\alpha$	1
6	Нахождение ответа $u = v\dfrac{\sin\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}$	1

Заключительный этап
Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике
11 марта 2018 г.
Решения и критерии оценки
11 класс

2. На горизонтальную рифленую поверхность с тонким треугольным рельефом под углом α бросают мяч. До первого удара о поверхность максимальная высота подъема мяча равна H (см. рисунок). Мяч 11 раз упруго отскакивает от наклонных поверхностей треугольников и возвращается в исходную точку по той же самой траектории. При этом мяч попадает только на наклонные части поверхности. Определите высоту наибольшего подъема мяча H_{MAX}.



Возможное решение

Пусть β - угол наклона рифленой поверхности относительно горизонтали, а скорость мяча при броске (максимальная скорость мяча) U_0 .

После k-го удара угол отскока по отношению к горизонтали меняется относительно угла падения (относительно горизонта): $\alpha_k = \alpha_{k-1} + 2\beta$. (2 балла)

Для того, чтобы мяч вернулся по своей траектории, он должен при первых 5 ударах о поверхность отскакивать вперед, под углом $\alpha_k < \pi/2$, а при 6-м ударе – удариться перпендикулярно поверхности: $\alpha + 10\beta = \pi/2 - \beta$. (2 балла)

Находим $\beta = (\pi - 2\alpha)/22$.

Высота траектории (максимально высокая точка траектории) после k –го отскока: $H_k = \dfrac{U_0^2 \sin^2 \alpha_k}{2g}$,

начальная высота траектории: $H = \dfrac{U_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$. (2 балла)

Она максимальна на крайнем правом участке: $H_{MAX} = \dfrac{U_0^2 \sin^2(\pi/2 - \beta)}{2g} = H \dfrac{\sin^2(\pi/2 - \beta)}{\sin^2 \alpha}$. (2 балла)

Или $H_{MAX} = H \dfrac{\sin^2[(10\pi + 2\alpha)/22]}{\sin^2 \alpha}$. (2 балла)

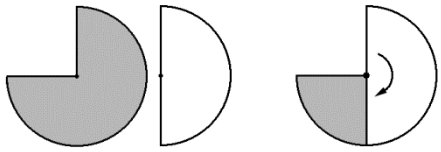
Ответ: $H_{MAX} = H \dfrac{\sin^2[(10\pi + 2\alpha)/22]}{\sin^2 \alpha}$.

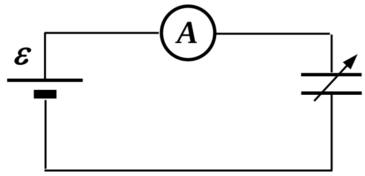
Разбалловка по этапам

№	Этап решения	Балл
1	Угол отскока до и после удара при движении вправо: $\alpha_k = \alpha_{k-1} + 2\beta$.	2
2	Условие возврата, нормальное падение при шестом ударе: $\alpha + 10\beta = \pi/2 - \beta$.	2
3	Начальная высота траектории $H = \dfrac{U_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$, высота после отскока «k» $H_k = \dfrac{U_0^2 \sin^2 \alpha_k}{2g}$	2
4	Максимальная высота перед шестым ударом: $H_{MAX} = \dfrac{U_0^2 \sin^2(\pi/2 - \beta)}{2g}$	2
5	Ответ: $H_{MAX} = H \dfrac{\sin^2[(10\pi + 2\alpha)/22]}{\sin^2 \alpha}$	2

Заключительный этап
Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике
11 марта 2018 г.
Решения и критерии оценки
11 класс

3. Одна обкладка конденсатора переменной емкости имеет форму полукруга, а вторая – трех четвертей круга радиуса R (см. верхний рисунок). Обкладки закреплены на общей оси, зазор между ними d мал по сравнению с R. Вначале обкладки перекрываются, а затем полукруг начинают равномерно вращать так, что он делает полный оборот за время T. Конденсатор присоединен к источнику, имеющему ЭДС $\mathcal{E}$, через амперметр (см. нижний рисунок). Найти зависимость тока через амперметр от времени, нарисовать график.



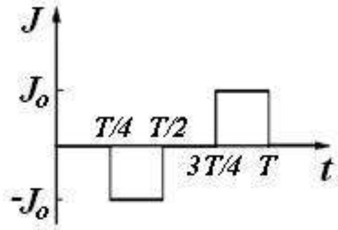


Возможное решение.

Емкость конденсатора C зависит от площади перекрытия обкладок, которая при вращении изменяется в пределах от $\pi R^2/2$ до $\pi R^2/4$. Сответственно, максимальная емкость равна $\varepsilon_0\pi R^2/2d$, а минимальная $\varepsilon_0\pi R^2/4d$. (2 балла)

Напряжение на конденсаторе $V = \mathcal{E}$, а его заряд Q изменяется от $\mathcal{E}\varepsilon_0\pi R^2/2d$ до $\mathcal{E}\varepsilon_0\pi R^2/4d$. (2 балла)
Ток в цепи возникает в те интервалы времени, когда площадь перекрытия и заряд изменяются. Продолжительность этих интервалов равна $\Delta t = T/4$. (2 балла)
Поскольку площадь перекрытия изменяется со временем линейно, величина тока равна

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \varepsilon_0 \frac{\pi R^2}{Td} \mathcal{E} = J_0 . \qquad (2\ \text{балла})$$



Зависимость тока от времени показана на рисунке. Положительным считается ток, увеличивающий заряд конденсатора. (2 балла)

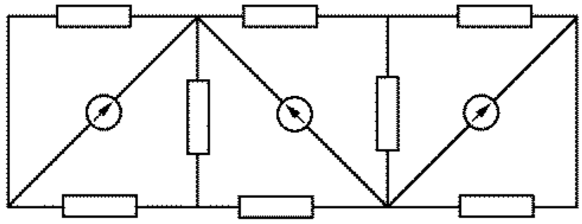
Ответ $J_0 = \varepsilon_0 \dfrac{\pi R^2}{Td} \mathcal{E}$, график на рисунке

Разбалловка по этапам

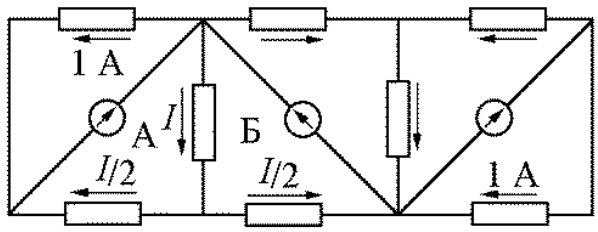
№	Этап решения	балл
1	Нахождение границ емкости	2
2	Нахождение границ заряда	2
3	Указание длительности импульсов тока	2
4	Нахождение амплитуды тока	2
5	Представление графика	2

Заключительный этап
Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике
11 марта 2018 г.
Решения и критерии оценки
11 класс

4. Из восьми резисторов и трех идеальных батареек (с пренебрежимо малыми внутренними сопротивлениями) собрана цепь. Найти суммарную мощность N, расходуемую батарейками. Сопротивление каждого резистора равно R = 5 Ом, ЭДС каждой батарейки ε = 5 В.



Возможное решение

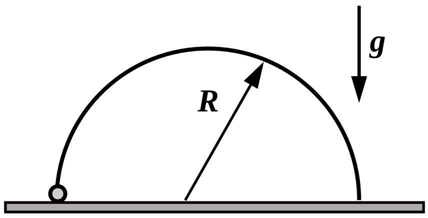


По двум резисторам – верхнему слева и нижнему справа – текут токи, равные 1 А. (2 балла)
По резистору 3 течет ток I, который разделяется на два равных тока $I/2$ (это следует из рассмотрения контуров А и Б). (2 балла)
Для любого из этих контуров: 5 В = 5 Ом·(I + I/2), откуда I = 2/3 А. (2 балла)
Такие же токи текут в симметричных ветвях справа. (1 балл)
Суммарно через крайние батарейки протекает по 4/3 А, через средний 2/3 А. (2 балла)
Суммарная мощность равна 5·(4/3 + 4/3 + 2/3) = 50/3≈16,67 Вт. (1 балл)
Ответ: N = 50/3 ≈ 16,67Вт

Разбалловка по этапам

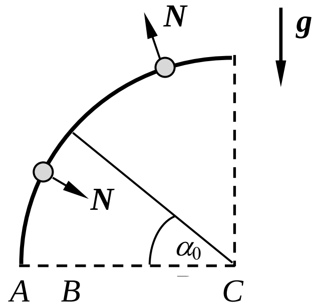
№	Этап решения	балл
1	Нахождение токов в крайних резисторах – 1А	2
2	Нахождение токов в нижних резисторах	2
3	Законы Кирхгофа в контурах	2
4	Учет симметрии	1
5	Нахождение токов, протекающих через источники: через крайние - 4/3 А, через средний 2/3 А.	2
6	Получение ответа 16,67Вт	1

Заключительный этап
Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике
11 марта 2018 г.
Решения и критерии оценки
11 класс



5. На столе закреплено проволочное полукольцо радиуса R, плоскость которого вертикальна. На полукольцо надета небольшая бусинка массой m, которая вначале покоится, опираясь на стол. Бусинку начинают двигать с постоянной скоростью $V=\sqrt{gR/\sqrt{2}}$ (g - ускорение свободного падения) внешней силой, которая все время направлена по касательной к полукольцу. Какую работу совершит эта внешняя сила при подъеме бусинки от стола до вершины полукольца. Коэффициент трения бусинки о проволоку полукольца μ.

Возможное решение



Поскольку кинетическая энергия бусинки не меняется, работа A внешней силы равняется сумме изменения потенциальной энергии mgR и работы силы трения $F_{ТР}=\mu|N|$. (1 балл)

Направление силы реакции кольца на бусинку N меняет знак при $\alpha=\alpha_0$, где

$\alpha_0=\arcsin\left(V^2/gR\right)=\arcsin\left(1/\sqrt{2}\right)=\pi/4$. (2 балла)

$|N|=mV^2/R-mg\sin\alpha$ при $\alpha<\alpha_0$, $|N|=-mV^2/R+mg\sin\alpha$ при $\alpha>\alpha_0$.

(1 балл)

Поэтому работа части силы трения $A_{ТР,1}$, пропорциональной V^2, равна

$A_{TP,1}=\mu mV^2/R\cdot R\alpha_0-\mu mV^2/R\cdot R\left(\pi/2-\alpha_0\right)=\mu mV^2\left(2\alpha_0-\pi/2\right)=0$. (2 балла)

$mg\cdot cos\alpha$ - проекция силы тяжести на касательную к пути бусинки, а работа силы тяжести равна силе тяжести, умноженную на проекцию дуги окружности на вертикаль.

$mg\cdot sin\alpha$ - проекция силы тяжести на нормаль к дуге.

Формально работа силы $mg\cdot sin\alpha$ равна силе тяжести, умноженной на проекцию дуги окружности на горизонталь (как если бы сила тяжести была направлена горизонтально).

Поэтому, работа части силы трения $A_{ТР,2}$, пропорциональная mg, равна

$A_{TP,2}=-\mu mg\cdot AB+\mu mg\cdot BC=\mu mg\left(BC-AB\right)=\mu mgR\left[\cos\alpha_0-\left(1-\cos\alpha_0\right)\right]=\mu mgR\left[2\cos\alpha_0-1\right]$. (2 балла)

Поскольку $AB=R\left(1-\cos\alpha_0\right), BC=R\cos\alpha_0$ (проекции пути на горизонталь), то,

с учетом того, что $\alpha_0=\pi/4$,

$A=mgR+A_{TP,1}+A_{TP,2}=mgR+\mu mgR\left(2\cos\alpha_0-1\right)=mgR\left[1+\mu\left(\sqrt{2}-1\right)\right]$. (2 балла)

Ответ: $A=mgR\left[1+\mu\left(\sqrt{2}-1\right)\right]$

Разбалловка по этапам

№	Этап решения	балл
1	Определение составляющих работы	1
2	Получение условия на смену направления силы реакции опоры $\alpha_0=\arcsin\left(V^2/gR\right)=\arcsin\left(1/\sqrt{2}\right)=\pi/4$	2
3	Нахождение силы реакции опоры $\lvert N\rvert=mV^2/R-mg\sin\alpha$ при $\alpha<\alpha_0$ $\lvert N\rvert=-mV^2/R+mg\sin\alpha$ при $\alpha>\alpha_0$	1
4	Нахождение $A_{ТР,1}$, пропорциональной V^2 $A_{TP,1}=\mu mV^2/R\cdot R\alpha_0-\mu mV^2/R\cdot R\left(\pi/2-\alpha_0\right)=\mu mV^2\left(2\alpha_0-\pi/2\right)=0$	2
5	Нахождение $A_{ТР,2}$, пропорциональной mg $A_{TP,2}=-\mu mg\cdot AB+\mu mg\cdot BC=\mu mg\left(BC-AB\right)=\mu mgR\left[\cos\alpha_0-\left(1-\cos\alpha_0\right)\right]=\mu mgR\left[2\cos\alpha_0-1\right]$	2
6	Получение ответа $A=mgR\left[1+\mu\left(\sqrt{2}-1\right)\right]$	2