Заочный этап Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике 2017-2018 гг.

10 класс

Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, <u>если иное не оговорено в условии</u>, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,003 – до 2,00; 5,0081 – до 5,01; 0,60135 – до 0,601 и т.д. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.

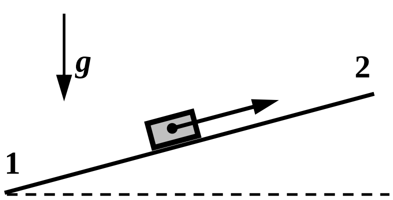
1. Открытый без крыши вагон (железнодорожники их называют полувагонами) высотой H = 4,5м движется с постоянной скоростью U = 6м/с. Сразу, как только вагон проехал мимо грузчика, тот попытался закинуть через заднюю стенку вагона небольшой мешок. Какую минимальную скорость V (в м/с) при этом необходимо сообщить мешку? Известно, что при забрасывании мешка грузчик «отпускает» его на высоте h = 1 м от уровня земли. Ускорение свободного падения g = 9,8 м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Возможное решение

$V_Y = \sqrt{2g(H-h)} \quad V_X = U \quad V = \sqrt{V_Y^2 + V_X^2} = \sqrt{U^2 + 2g(H-h)}$

Вертикальная составляющая искомой скорости должна быть не меньше $V_Y = \sqrt{2g(H-h)}$, а горизонтальная - не меньше $V_X = U$. В результате модуль искомой скорости $V = \sqrt{V_Y^2 + V_X^2} = \sqrt{U^2 + 2g(H-h)} = \sqrt{36 + 68{,}6} \approx 10{,}2$ м/с.

Ответ: 10,2 или 10,2 м/с.



2. Тело медленно втягивают вверх вдоль наклонной плоскости, ориентированной под углом α = 30^0 к горизонтали. При его смещении из точки 1 в точку 2 совершили работу A = 50 Дж. В точке 2 тело отпустили. К моменту, когда тело при соскальзывании снова оказалось в точке 1, выделилось тепло Q = 20 Дж. Чему равен коэффициент трения μ между телом и наклонной плоскостью? Ответ округлите до 2-х значащих цифр.

Возможное решение

Работа при затаскивании тела массы m на расстояние L вверх по наклонной плоскости

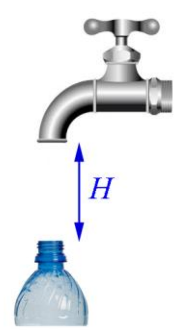
$A = mgL(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$ (1).

Выделившееся при соскальзывании тепло $Q = \mu mgL\cos\alpha$ (2).

Разделив (1) на (2), получаем $\mu = \dfrac{tg\alpha}{A/Q - 1} \approx 0{,}38$.

Ответ: 0,38.

3. Горлышко бутылки с внутренним диаметром D = 1 см находится на расстоянии H = 10 см ниже водопроводного крана, внутренний диаметр носика которого D_0 = 2 см. Центры горлышка бутылки и носика крана находятся на одной вертикали. При каком максимальном расходе воды Q_0 (в л/с) вся вода будет попадать в бутылку? Ускорение свободного падения g = 9,8 м/с^2. Считать течение воды спокойным (ламинарным).



Возможное решение

Скорость на уровне горлышка: $V^2 = V_0^2 + 2gH$. Условие непрерывности (вся вода попадает в горлышко):

$Q_0 = \pi V_0 D_0^2 = \pi V D^2$, откуда получаем $V_0 = \sqrt{\dfrac{2gH}{D_0^4 / D^4 - 1}}$. $Q_0 = \pi V_0 D_0^2 / 4 = \sqrt{\dfrac{gH}{8(D_0^4 / D^4 - 1)}} \cdot \pi D_0^2 \approx 0{,}114$ л/с.

Ответ: 0,114 л/с.

4. Спортсмен совершает метание молота по траектории, обеспечивающей максимальную дальность. В очередной попытке высокоскоростная видеокамера зафиксировала молот на высоте h = 10 м в момент, когда он находился на расстоянии s = 12м от места броска по горизонтали. На каком расстоянии (в метрах) от спортсмена упадет молот? Влиянием воздуха пренебречь.

Возможное решение

Обозначим искомое расстояние L, скорость молота V_0. Пусть t – время полета молота до местоположения, зарегистрированного камерой. По условию задачи $s = V_0\cos\alpha\cdot t$, $h = V_0\sin\alpha\cdot t - gt^2/2$ (1), Выразив из 1-го уравнения (1) t через s и, подставив во 2-е уравнение (1), получим

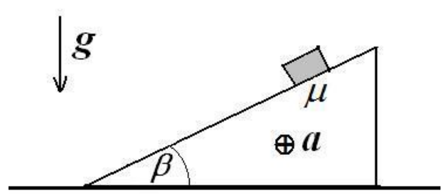
$$h = s\cdot tg\alpha - \frac{gs^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} \qquad (2)$$

Для оптимальной траектории (траектории, соответствующей максимальной дальности) в отсутствии сопротивления воздуха $\sin\alpha = 45^0$, и из (2) получим $h = s - \dfrac{gs^2}{V_0^2}$ (3).

Максимальное расстояние при $\sin\alpha = 45^0$, $L = \dfrac{V_0^2}{g}$ (4). Подставляя (4) в (3) $h = s - \dfrac{s^2}{L}$ или $L - \dfrac{s^2}{s-h} = 72$ м.

Ответ: 72 или 72 м.

5. Брусок лежит на клине, плоскость которого наклонена к горизонту под углом $\beta = 30^0$. Клин начинают двигать по горизонтали с ускорением a = 0,5g (g - ускорение свободного падения) в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка. При каком минимальном коэффициенте трения μ между бруском и поверхностью клина брусок не будет скользить по клину? Ответ получить с точностью до 2-х значащих цифр.



Возможное решение

На брусок действует сила тяжести, сила реакции опоры N, сила трения F. В итоге брусок движется горизонтально с ускорением a. Проекции сил на ось, нормальную к поверхности бруска $0 = N - mg\cos\beta$.

Проекции сил на оси: одну, направленную перпендикулярно плоскости рисунка, и вторую, направленную вниз вдоль наклонной клина, соответственно, $ma = F_1$ и $0 = F_2 - mg\sin\beta$.

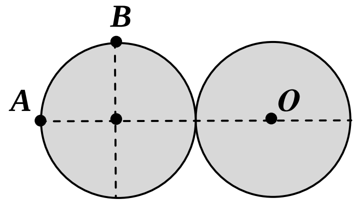
Перпендикулярно клину действует реакция $N = mg\cos\beta$, в плоскости клина компоненты силы трения $F_1 = mg\sin\beta$ и $F_2 = ma$.

Полная сила трения должна быть меньше μN: $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \le \mu N$ или $m\sqrt{a^2 + (g\sin\beta)^2} \le \mu mg\cos\beta$.

Откуда получим ответ: $\mu \ge \sqrt{(a/g\cos\beta)^2 + tg^2\beta}$.

При $\beta = 30^0$, $a = 0{,}5g$ $\mu \ge \sqrt{(2/2\sqrt{3})^2 + (1/\sqrt{3})^2} = \sqrt{2/3} \approx 0{,}82$.

Ответ: 0,82.



6. Комета представляет собой два соприкасающихся скрепленных между собой шара одинакового размера и массы. Во сколько раз ускорение свободного падения в т. B будет меньше, чем ускорение свободного падения в т. A?

Возможное решение

Пусть радиус каждого шара равен R, Если для одиночного шара ускорение свободного падения на его поверхности равно g_0, то на расстоянии от его центра $r>R$ ускорение свободного падения (из закона всемирного тяготения): $g = g_0 \frac{R^2}{r^2}$.

Точка A находится на расстоянии $3R$ от центра O «правого» шара.

Поэтому из принципа суперпозиции ускорение свободного падения в т. A $g_A = g_0 + g_0 \frac{R^2}{(3R)^2} = \frac{10}{9} g_0$.

Точка B находится на расстоянии $\sqrt{R^2+4R^2} = \sqrt{5}R$ от центра O «правого» шара, а вектор ускорения свободного падения от этого шара направлен вдоль отрезка OB и равен $g = g_0 \frac{R^2}{5R^2} = \frac{g_0}{5}$.

Проекция этого вектора на горизонтальную ось $\frac{g_0}{5}\frac{2}{\sqrt{5}}$ совпадает с полной проекцией на эту ось.

Проекция этого вектора на вертикальную ось $\frac{g_0}{5}\frac{1}{\sqrt{5}}$.

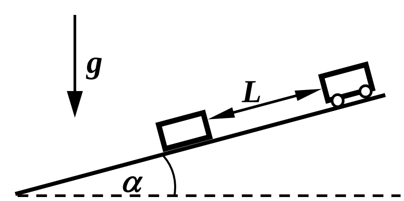
Полная проекция на вертикальную ось $\frac{g_0}{5}\frac{1}{\sqrt{5}} + g_0 = \left(1+\frac{1}{5\sqrt{5}}\right) g_0$.

Ускорение свободного падения в т. B определяется по теореме Пифагора:

$g_B = g_0\sqrt{1+\frac{1}{125}+2\frac{1}{\sqrt{5}}\frac{1}{5}+\frac{4}{125}} \approx 1{,}104 g_0$. Следовательно, $g_A = \frac{10}{9} g_0 \approx \frac{10}{9\cdot 1{,}104} g_B \approx 1{,}01 g_B$.

Ответ: 1,01 или в 1,01 раз.

7. Тележка и ящик с равными массами удерживаются на расстоянии L = 50 см друг от друга на плоскости, наклоненной под углом α = 15^0 к горизонту. Тележку отпускают. На какое расстояние x сместится ящик по плоскости за время между 1-м и 2-м упругими соударениями? Коэффициент трения скольжения между ящиком и плоскостью μ = 0,4, трением между тележкой и плоскостью пренебречь. Ответ получить в сантиметрах с точностью до 2-х значащих цифр.



Возможное решение

Скорость тележки перед 1-м соударением $V_0 = \sqrt{2gL\sin\alpha}$ (1).

После взаимодействия тележка останавливается, а ящик приобретает скорость V_0.

Далее ящик движется равнозамедленно с ускорением $\mu g\cos\alpha$ - $g\sin\alpha$, а тележка – равноускоренно с ускорением $g\sin\alpha$.

Зависимость от времени расстояния, пройденного тележкой $\frac{g\sin\alpha}{2}t^2$ (2) и ящиком $V_0 t - \frac{(\mu g\cos\alpha - g\sin\alpha)}{2}t^2$ (3) .

Приравнивая (2) и (3), находим время движения ящика до 2-го соударения $t_{1-2} = \frac{2V_0}{\mu g\cos\alpha}$ (4).

Проверим, сохраняет ли движение ящик перед 2-м соударением. Его скорость $V_0-(\mu g\cos\alpha-g\sin\alpha)t_{1-2}=V_0-2V_0\left(1-\frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mu}\right)=V_0\left(\frac{2\mathrm{tg}\alpha}{\mu}-1\right)>0$, так как $\mathrm{tg}\alpha\approx 0{,}268$. Все верно.

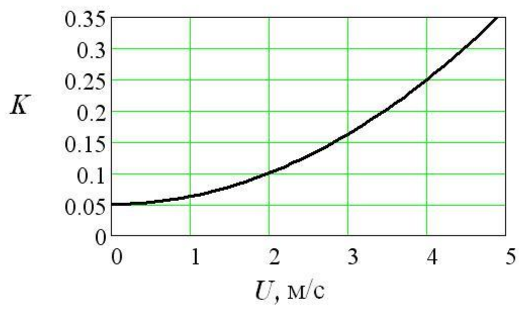
Подставляя (4) в (3) $V_0\frac{2V_0}{\mu g\cos\alpha}-\frac{(\mu g\cos\alpha-g\sin\alpha)}{2}\left(\frac{2V_0}{\mu g\cos\alpha}\right)^2=\frac{2V_0^2\sin\alpha}{\mu^2 g\cos^2\alpha}$

С учетом (1) $\frac{2V_0^2\sin\alpha}{\mu^2 g\cos^2\alpha}=L\frac{4}{\mu^2}tg^2\alpha\approx 88$ см.

Комментарий. Если вы не имеете на калькуляторе специально «тригонометрической опции», то для расчета тангенса 15^0 удобно выразить его через косинус двойного угла $tg15^0=\frac{\sin 15^0}{\cos 15^0}=\frac{\sqrt{1-\cos 30^0}}{\sqrt{1+\cos 30^0}}=\frac{\sqrt{1-\sqrt{3}/2}}{\sqrt{1+\sqrt{3}/2}}\approx 0{,}268$.

Ответ: 88 или 88 см.

8. На графике представлены результаты испытания – зависимость доли потерянной кинетической энергии некой массивной тележки от ее скорости после удара об абсолютно твердую стенку очень большой массы. На гладком горизонтальном столе эта тележка наезжает со скоростью U_0 = 4 м/с на точно такую же, покоящуюся. Найти скорости тележек после лобового удара. Ответ выразить в м/с.



Возможное решение

Потери энергии равны потерям энергии 2-х тележек, движущихся со скоростью $U_0/2$.

При скорости $U_0/2$ = 2 м/с коэффициент потерь равен 0,1.

Полная потеря равна $2\cdot 0{,}1\cdot m\frac{U^2}{8}=Km\frac{U^2}{2}$, где m – масса одной тележки. То есть, потеря энергии в нашем случае равняется $K_0 m\frac{U^2}{2}$, где коэффициент потерь K_0 = 0,05.

С учетом этого, запишем ЗСЭ и ЗСИ при лобовом ударе.

$$\begin{cases}(1-K_0)\frac{mU_0^2}{2}=\frac{mU_1^2}{2}+\frac{mU_2^2}{2} \quad (1)\\ mU_0=mU_1+mU_2\end{cases}.$$

Решая квадратное уравнение (1), получим

$$U_1=\frac{U_0}{2}(1+\sqrt{1-2K_0})\approx 3{,}897\text{м/с},\ U_2=\frac{U_0}{2}(1-\sqrt{1-2K_0})\approx 0{,}103\text{м/с}.$$

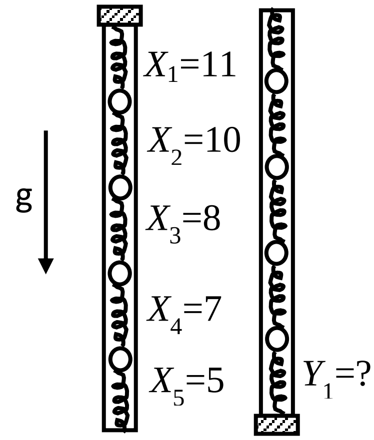
Задачу можно решить методически проще, переходя в систему отсчета, движущуюся со скоростью $U_0/2$, а после лобового удара – обратно.

По определению доли потерянной энергии $\frac{mU^2}{2}=(1-K)\frac{mU_0^2}{2}$. Т. е., при скорости тележки U_0, ее скорость после удара о массивную стенку равна $U=U_0\sqrt{1-K}$ (2), где коэффициент K соответствует U_0. При наезде одной тележки на другую в системе отсчета, движущейся со скоростью $U_0/2$, скорости тележек будут равны $U_0/2$ и направлены навстречу друг другу. Согласно (2) скорости тележек после удара будут $\frac{U_0}{2}\sqrt{1-K}$ и $-\frac{U_0}{2}\sqrt{1-K}$ соответственно. Здесь K соответствует $U_0/2$ (K = 0,1 для

$U_0/2 = 2$ м/с). При переходе обратно в лабораторную систему стола (добавляя $U_0/2$ к скорости каждой тележки) получим $U_1 = \frac{U_0}{2}(1+\sqrt{1-K}) \approx 3{,}897$м/с, $U_2 = \frac{U_0}{2}(1-\sqrt{1-K}) \approx 0{,}103$м/с.

Ответ: 3,90; 0,103 или 3,90 м/с; 0,103 м/с.

9. В пенал вставлены четыре разных шарика, разделенных одинаковыми прикрепленными к ним пружинами. Крайние пружины прикреплены к пеналу. Когда пенал установили вертикально, длины пружин приняли указанные на рисунке значения (в сантиметрах). Пенал перевернули. Какой после этого будет длина - Y_1 нижней (в новом положении пенала) пружины? Ответ выразить в сантиметрах.



Возможное решение

Если соседние пружины (например, 1 и 2) растянуты по отношению к недеформированному состоянию на $\Delta X_1 = X_1 - X_0$ и $\Delta X_2 = X_2 - X_0$, соответственно, то в равновесии

$mg = k(\Delta X_1 - \Delta X_2) = k(X_1 - X_2)$ (1), где m - масса 1-го (верхнего) шарика.

При этом ответ будет тот же и для растянутых ($\Delta X > 0$) и для сжатых пружин ($\Delta X < 0$).

Аналогично (1) записывается условие равновесия для любого шарика, из которых следует, что 2-й шарик имеет массу $2m$, 3-й - m, 4-й (нижний) - $2m$.

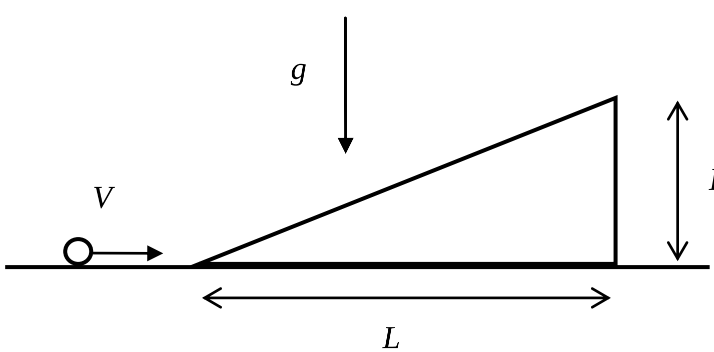
После переворачивания пенала массы шариков сверху будут распределены массам как $2m, m, 2m, m$.

Сумма длин всех пружинок сохранится.

$X_1+X_2+X_3+X_4+X_5 = 11+10+8+7+5=41$ см . Следовательно, $Y_1+Y_2+Y_3+Y_4+Y_5 = 41$ см (2)

Используя опять условия равновесия шариков, получим $Y_5 - Y_4 = 2$, $Y_4 - Y_3 = 1$, $Y_3 - Y_2 = 2$, $Y_2 - Y_1 = 1$, а с учетом (2) $Y_1 + (Y_1+1) + (Y_1+3) + (Y_1+4) + (Y_1+6) = 41$ см или $5Y_1 = 27$ см.

Ответ: 5,4 или 5,4 см.



10. На трамплин высотой $H = 10$ м и горизонтальной протяженностью $L = 20$ м со скоростью $V = 10$ м/с «налетает» шарик. На какую максимальную высоту (в метрах) он поднимется, если удары о трамплин упругие? Ускорение свободного падения $g = 9{,}8$ м/с^2. Ответ округлить до двух значащих цифр.

Возможное решение

Направим горизонтальную ось вдоль трамплина. Обозначим угол между плоскостью трамплина и горизонталью α. Интервал между ударами:

$$\tau = \frac{2v_{|\perp}}{g_\perp} = \frac{2v\sin\alpha}{g\cos\alpha}.$$

После N-го отскока $v_\parallel = v\cos\alpha - g\sin\alpha(N-1)\tau$, $v_\perp = v\sin\alpha$.

Горизонтальная составляющая скорости $v_x = v_\parallel\cos\alpha - v_\perp\sin\alpha = v(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) - 2v\sin^2\alpha(N-1)$, $v_x = v(1-0{,}4N)$. При каждом ударе слева направо горизонтальная составляющая скорости уменьшается. Максимальная высота достигается при минимальной горизонтальной составляющей скорости. Минимальная горизонтальная скорость после 2-го удара: $v_{x2} = 0{,}2v$. Высоту определим из закона сохранения энергии: $\frac{mv^2}{2} = mgh + \frac{mv_{x2}^2}{2}$.

Ответ: 4,9 или 4,9 м.

№ задачи	Ответ
1.	10,2 или 10,2 м/с
2.	0,38
3.	0,114 л/с
4.	72 или 72 м
5.	0,82
6.	1,01 или в 1,01 раз
7.	88 или 88 см
8.	3,90; 0,103 или 3,90 м/с; 0,103 м/с
9.	5,4 или 5,4 см
10.	4,9 или 4,9 м