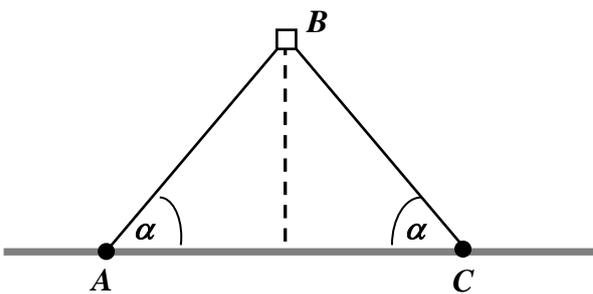


Заключительный этап
Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике
11 марта 2018 г.
Решения и критерии оценки
10 класс

1. По реке на расстоянии L от берега плывет плот. В некоторый момент к плоту от причала вышел катер, двигаясь все время по прямой. Через время t катер повстречался с плотом, и в течение времени τ они плыли по течению вместе. Затем катер отчалил от плота и, снова двигаясь по прямой, через то же время t опять пристал к причалу. Определите скорость V катера относительно воды, если скорость течения равна U .



Возможное решение

Плот движется со скоростью течения реки U . Решаем задачу в системе отсчета плота.

В этой системе отсчета плот покоится, а катер движется по отрезкам прямой со скоростью V . (1 балл)

Зато пристань в этой системе движется со скоростью U в противоположную сторону.

Поскольку время движения от пристани плота и время его движения обратно одинаковы, то картинка траектории катера выглядит симметрично (см. рисунок). (1 балл)

На рисунке. A – положение пристани в момент начала движения катера, B – положение плота, C – положение пристани в момент возвращения катера на пристань.

По рисунку $t = \frac{L}{V \sin \alpha}$. (1) (2 балла) $(2t + \tau)U = 2Lctg \alpha$. (2) (2 балла)

Используем тригонометрическое тождество $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = ctg^2 \alpha + 1$. (3) (1 балл)

Выражая из (1) $\sin \alpha$, а из (2) $ctg \alpha$, получим

$\left(\frac{Vt}{L}\right)^2 = 1 + \frac{(2t + \tau)^2 U^2}{4L^2}$. (2 балла) Откуда $V = \sqrt{\frac{L^2}{t^2} + U^2 \left(1 + \frac{\tau}{2t}\right)^2}$. (1 балл)

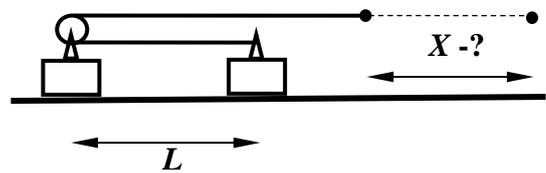
Ответ: $V = \sqrt{\frac{L^2}{t^2} + U^2 \left(1 + \frac{\tau}{2t}\right)^2}$

Разбалловка по этапам

№	Этап решения	балл
1	Переход в систему отсчета плота	1
2	Определение траектории движения в СО плота	1
3	Получение соотношения $t = \frac{L}{V \sin \alpha}$	2
4	Получение соотношения $(2t + \tau)U = 2Lctg \alpha$	2
5	Использование соотношения $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = ctg^2 \alpha + 1$	1
6	Получение соотношения $\left(\frac{Vt}{L}\right)^2 = 1 + \frac{(2t + \tau)^2 U^2}{4L^2}$	2
7	Получение ответа $V = \sqrt{\frac{L^2}{t^2} + U^2 \left(1 + \frac{\tau}{2t}\right)^2}$	1

Заключительный этап
Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике
11 марта 2018 г.
Решения и критерии оценки
10 класс

2. Два одинаковых бруска лежат на горизонтальной поверхности в состоянии покоя на расстоянии L друг от друга. На левом бруске установлен блок. Закрепленную на правом бруске и переброшенную через этот блок легкую нить начали тянуть вправо с некоторой силой. На какое расстояние переместится конец нити, прежде чем бруски столкнутся? Трения нет, блок невесомый, нить нерастяжимая.



Возможное решение

В любой момент времени сила, действующая на левый (1-й) брусок в два раза больше, чем сила, действующая на правый (2-й) брусок.

Ускорения левого бруска также больше: $a_1 = \frac{2T}{m} = -2a_2$.

Поскольку вначале бруски покоились, то скорость левого вдвое больше правого: $v_1 = \sum \Delta v_1 = \sum a_1 \Delta t = -2 \sum a_2 \Delta t = -2v_2$.

Рассуждая аналогично, приходим к равенству: $S_1 = -2S_2$, где S_1 и S_2 - расстояния, на которые переместятся 1-й и 2-й бруски, соответственно.

К моменту, когда бруски столкнутся: $L = S_1 - S_2$, откуда $S_1 = \frac{2L}{3}$.

Условие нерастяжимости нити (неизменности ее длины): $X - S_1 = L$.

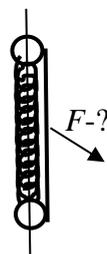
Ответ: $X = \frac{5}{3}L$.

Разбалловка по этапам

№	Этап решения	балл
1	Найдены ускорения брусков: $a_1 = \frac{2T}{m} = -2a_2$	2
2	Установлена связь их перемещений $v_1 = \sum \Delta v_1 = \sum a_1 \Delta t = -2 \sum a_2 \Delta t = -2v_2$, $S_1 = -2S_2$	2
3	Идентифицирован момент столкновения: $L = S_1 - S_2$	2
4	Условие неизменности длины нити: $X - S_1 = L$	2
5	Ответ: $X = \frac{5}{3}L$	2

Заключительный этап
Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике
11 марта 2018 г.
Решения и критерии оценки
10 класс

3. Две надетых на легкую незакрепленную спицу бусинки с массами m_1 и m_2 связаны нитью и недеформированной пружиной одинаковой длины $2L$ и лежат на горизонтальном столе (на рисунке вид сверху). С какой горизонтальной силой нужно тянуть за середину нити, чтобы нить и пружина образовали правильный треугольник? Жесткость пружины k , трения нет.



Возможное решение

Выбрав ось «у» вдоль спицы и ось «х» в перпендикулярном направлении, запишем второй закон Ньютона для бусинок в проекциях на направление

$$\text{оси «у»: } m_1 a_y = kL - \frac{1}{2} T_1 \quad (1), \quad m_2 a_y = -kL + \frac{1}{2} T_2. \quad (2)$$

$$m_1 a_x = \frac{\sqrt{3}}{2} T_1 \quad (3), \quad m_2 a_x = \frac{\sqrt{3}}{2} T_2. \quad (4)$$

$$\text{Из (3), (4) получим } \frac{T_1}{m_1} = \frac{T_2}{m_2}. \quad (5)$$

А из (1), (2), (5)

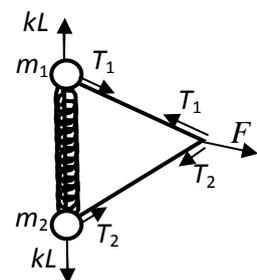
$$T_1 = kL \frac{m_1 + m_2}{m_2}, \quad T_2 = kL \frac{m_1 + m_2}{m_1}. \quad (6)$$

Из равенства всех сил, действующих на точку приложения силы F ,

$$F_x = \cos 30^\circ (T_1 + T_2), \quad F_y = \sin 30^\circ (T_2 - T_1).$$

$$F = \sqrt{F_y^2 + F_x^2} = \sqrt{\frac{1}{4} (T_2 - T_1)^2 + \frac{3}{4} (T_1 + T_2)^2} = kL \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \sqrt{m_1^2 + m_1 m_2 + m_2^2}$$

Ответ: $F = kL \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \sqrt{m_1^2 + m_1 m_2 + m_2^2}.$

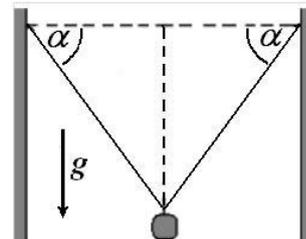


Разбалловка по этапам

№	Этап решения	балл
1	Движение по «у»: $m_1 a_y = kL - \frac{1}{2} T_1, m_2 a_y = -kL + \frac{1}{2} T_2$	2
2	Движение по «х»: $m_1 a_x = \frac{\sqrt{3}}{2} T_1, m_2 a_x = \frac{\sqrt{3}}{2} T_2$	2
3	Найдены силы натяжения: $T_1 = kL \frac{m_1 + m_2}{m_2}, T_2 = kL \frac{m_1 + m_2}{m_1}$	2
4	Найдены проекции искомой силы: $F_x = \cos 30^\circ (T_1 + T_2), F_y = \sin 30^\circ (T_2 - T_1)$	2
5	Ответ: $F = kL \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \sqrt{m_1^2 + m_1 m_2 + m_2^2}$	2

Заключительный этап
Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике
11 марта 2018 г.
Решения и критерии оценки
10 класс

4. Легкий резиновый шнур привязывают к стенкам, так что его концы находятся на одной горизонтали, а расстояние между ними равно длине нерастянутого шнура. К середине шнура прикрепили чашку от весов и начали постепенно увеличивать массу груза на чашке. Когда масса груза с чашкой достигла значения $M = 6$ кг, нить оборвалась. Перед самым разрывом угол между шнуром и горизонтом был равен $\alpha = 60^\circ$. Какую минимальную массу груза m можно было прикрепить к середине шнура, чтобы он разорвался после того, как груз отпустили? Считайте, что шнур остаётся упругим вплоть до разрыва.



Возможное решение

Пусть длина нерастянутого шнура равна L , жесткость шнура k , максимально возможное удлинение шнура до разрыва x_M .

Тогда, максимальное натяжение шнура равно $T_M = kx_M$. (1 балл)

Из баланса вертикальных сил, действующих на груз с чашкой перед разрывом: $Mg = 2T_M \sin \alpha = 2kx_M \sin \alpha$. (1) (1 балл)

Во втором случае груз m вначале ускоряется, затем замедляется и останавливается сразу перед разрывом (максимально возможное натяжение шнура). (1 балл)

Угол между шнуром и горизонтом к этому моменту также равен α . (1 балл)

При этом сохраняется сумма потенциальной энергии груза в поле тяжести и упругая энергии шнура

$$mg \frac{L}{2} \operatorname{tg} \alpha = \frac{k}{2} x_M^2 \quad (2). \quad (2 \text{ балла})$$

$$\text{Из тригонометрии } x_M = L \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right). \quad (3). \quad (2 \text{ балла})$$

Разделив (1) на (2) и учитывая (3)

$$\frac{M}{m} = \frac{2 \sin \alpha \cdot L \cdot \operatorname{tg} \alpha}{x_M} = 4 \cos^2(\alpha/2) = 3 \quad \text{или} \quad m = 2 \text{ кг}. \quad (2 \text{ балла})$$

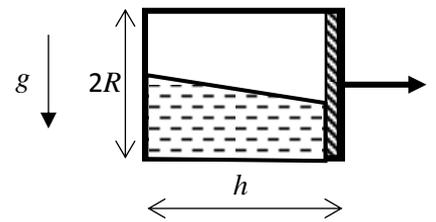
Ответ: $m = 2$ кг.

Разбалловка по этапам

№	Этап решения	балл
1	Определение натяжения шнура $T_M = kx_M$	1
2	Запись баланса сил, действующих на груз перед разрывом: $Mg = 2T_M \sin \alpha = 2kx_M \sin \alpha$	1
3	Указание остановки перед разрывом	1
4	Определения угла при разрыве нити	1
5	Запись ЗСЭ $mg \frac{L}{2} \operatorname{tg} \alpha = \frac{k}{2} x_M^2$	2
6	Нахождение удлинения нити $x_M = L \left(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \right)$	2
7	Получение ответа $\frac{M}{m} = \frac{2 \sin \alpha \cdot L \cdot \operatorname{tg} \alpha}{x_M} = 4 \cos^2(\alpha/2) = 3$, или $m = 2$ кг	2

Заключительный этап
Всесибирской открытой олимпиады школьников по физике
11 марта 2018 г.
Решения и критерии оценки
10 класс

5. Замкнутый цилиндрический сосуд с радиусом R и длиной h перекрыт тонким подвижным поршнем. Объем слева от поршня на $1/2$ занят жидкостью, а остаток объема заполняет газ с давлением P_0 . Справа поршень упирается в стенку сосуда. Сосуд двигают вправо с некоторым постоянным ускорением. Какова должна быть минимальная масса поршня m_{\min} , чтобы он при любой величине ускорения оставался в контакте с жидкостью? Ускорение свободного падения g . При движении, сосуд остается герметичным, а температура не меняется. Трением между поршнем и стенками сосуда можно пренебречь.

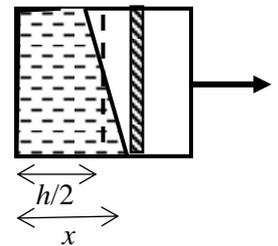


Возможное решение

При достаточно большом ускорении срез жидкости примет положение, изображенное на рисунке. Угол среза с горизонталью α . Из условия сохранения объема жидкости:

$$x = h/2 + Rctg \alpha .$$

Из условия, что при установившемся движении любой объем жидкости движется с ускорением a , равным ускорению цилиндра, следует, что $tg\alpha = a/g$. Величина x не зависит от массы поршня: чем больше его масса, тем ближе к x будет его расстояние до дна сосуда. Минимальная масса поршня, отвечающая условию задачи при выбранном положении жидкости, делает его расстояние до дна равным x .



Объем, занятый газом , , $V = \pi R^2 (x - h/2)$

его начальный объем , $V_0 = \pi R^2 h/2$

давление: $P = P_0 \frac{V_0}{V} = \frac{P_0 h}{2(x - h/2)}$

Второй закон Ньютона для поршня при минимальной массе поршня m_{\min} :

$$\pi R^2 P - N = m_{\min} a , \text{ или } m_{\min} = \frac{\pi R h P_0}{2g} - \frac{N}{a} .$$

Сила реакции опоры со стороны правой стенки сосуда N

обращается в 0, если поршень отходит от стенки.

При любом $x < h$ реакция опоры со стороны правой стенки $N = 0$ (поршень не контактирует с правой стенкой, и в зазоре - вакуум).

Поскольку масса поршня должна удовлетворять условию $m \geq m_{\min}$ при любом ускорении, получаем:

$$m \geq \frac{\pi R h P_0}{2g} .$$

Ответ: $m \geq m_{\min} = \frac{\pi P_0 R h}{2g}$

Разбалловка по этапам

№	Этап решения	балл
1	Определена форма объема жидкости и его наиболее удаленная от дна точка: $x = h/2 + Rctg \alpha$	2
2	Найдена связь угла среза жидкости с ускорением: $tg\alpha = a/g$	2
3	Найден объем газа при критическом положении поршня: $V_0 = \pi R^2 h/2, V = \pi R^2 (x - h/2)$	1
4	Найдено давление газа при этом положении: $P = P_0 \frac{V_0}{V} = \frac{P_0 h}{2(x - h/2)}$	2
5	Второй закон Ньютона для поршня: $\pi R^2 P - N = m_{\min} a$	1
6	Ответ: $m_{\min} = \frac{\pi P_0 R h}{2g}$	2