Заключительный этап Всесибирской открытой олимпиады школьников

Физика, 5 марта 2017

Задачи для 8 класса с возможными решениями (максимум – 10 баллов)

1) Рассеянный лаборант наполнил жидкостью два одинаковых сосуда, поставил их на две включенных плитки и ушел. Когда через 20 минут лаборант вернулся, часть жидкости в сосуде, стоявшем на плитке №1, уже испарилась, а второй сосуд был еще полным. Он убрал кипящий сосуд, поставил на его место сосуд с плитки №2 и опять ушел. Вернувшись через 15 минут, он обнаружил, что теперь из второго сосуда выкипело столько жидкости, сколько из первого в прошлый раз. Найдите отношение мощностей плиток, если теплообменом с окружающей средой и испарением жидкости ниже температуры кипения можно пренебречь.

Решение. Если решать прямолинейно, то сначала обозначим как T_0, T_K и T_1 температуру жидкости в начале нагрева, температуры кипения и температуру жидкости в сосуде на плитке №2 через 20 минут после начала нагрева, соответственно; N_1 и N_2 мощности плиток №1 и №2, соответственно (надо найти отношение N_1/N_2); t_1=20 мин, t_2=15 минут; M – масса жидкости в полном сосуде, m – масса *испарившейся* жидкости на плитке №1 к истечению 20 мин, C – удельная теплоемкость жидкости, r – удельная теплота парообразования. Тогда уравнения теплового баланса для разных промежутков времени имеют вид

(1) $M\cdot C(T_K-T_0)+m\cdot r=N_1\cdot t_1$ (+1 балл)

(2) $M\cdot C(T_1-T_0)=N_2\cdot t_1$ (+1 балл)

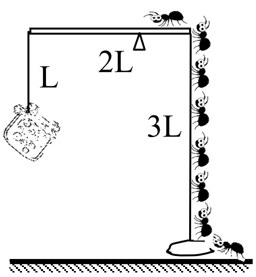
(3) $M\cdot C(T_K-T_1)+m\cdot r=N_1\cdot t_2$ (+1 балл)

Складывая уравнения (2) и (3) получаем уравнение $M\cdot C(T_K-T_0)+m\cdot r=N_2\cdot t_1+N1\cdot t2$

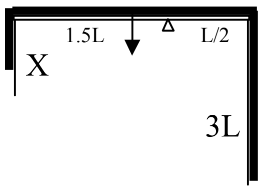
Таким образом, $N_2\cdot t_1+N_1\cdot t_2=N_1\cdot t_1$ (+ 3 балла*). Это уравнение может быть получено и без явного выписывания уравнений (1)-(3), так как конечное состояние воды в разных сосудах одинаково.* Преобразуя, получаем $N_1/N_2=t_1/(t_1-t_2)$ (+2 балла).

Ответ имеет вид $N_1/N_2=4$ (+ 2 балла за ответ).

2) Во время каникул на даче Петя изучал условия равновесия рычага с отношением плеч 1:3. На длинное плечо он с помощью нитки подвесил банку с остатками варенья, а к другому плечу для равновесия прикрепил камень, который почти касался пола. Когда Петя ушел, муравьи из большого муравейника стали один за другим ползти к банке: сначала на камень, затем по нити, стержню и т.д. Сколько муравьев сможет подряд заползти на Петину конструкцию, если муравьи одинаковы и ползут строго друг за другом? Считать, что на каждого муравья приходится отрезок длины $\boldsymbol{H}$. Стержень имеет длину $2\boldsymbol{L}$, много большую, чем $\boldsymbol{H}$, длины нитей указаны на рисунке. Трением в оси (точке крепления) рычага и размером камня пренебречь.



Решение. Поскольку вся система находилась в равновесии (причем независимо от однородности и веса стержня), а трение пренебрежимо мало, то при заползании первого же муравья камень начнет касаться пола. А когда с другой стороны от оси рычага будет достаточно муравьев для нарушения равновесия, то он поднимется на некоторую высоту и муравьи больше не смогут на него забраться (+2 балла).



Муравьи одинаковы, поэтому масса всех муравьев будет пропорциональна длине тех отрезков, которые они заполняют. Пусть X – длина участка короткой нити, на которой висит банка (очевидно, что в момент отрыва камня от пола $0<X<L$). Тогда масса муравьев, которая заполняет этот отрезок, равняется $m\cdot X/H$ (+1 балл).

Новое условие равновесия системы будет определяться наличием муравьев и, когда камень уже не касается пола, будет иметь вид

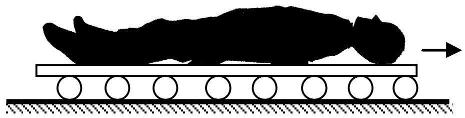
$(m\cdot X/H)\cdot 3L/2+(m\cdot 2L/H)\cdot L/2=(m\cdot 3L/H)\cdot L/2$ (+3 балла).

Здесь учтено, что центр масс цепочки муравьев на стержне находится на расстоянии L/2 от оси рычага. Таким образом, $X\cdot 3L+2L\cdot L=3L\cdot L$, т.е. $X=L/3$ (+ 1 балл).

Полное число муравьев, при котором камень вернется в прежнее положение – оторвется от пола, будет равно $(2L+3L+X)/H=16L/3H$ (+ 3 балла).

Более точный вариант ответа – если пренебречь муравьями, ползущими по маленькому камню, то число муравьев должно быть целым и превышать величину 16L/3H.

3) Лилипуты тащат спящего на доске Гулливера по ровной дороге, подкладывая под доску одинаковые маленькие цилиндрические катки. Когда один каток выкатывается сзади, спереди надо класть новый. Всего под доской должно находиться не менее 40 катков. С какой максимальной скоростью может двигаться доска с Гулливером, если у лилипутов всего 45 годных катков, а скорость, с которой лилипуты могут передвигать свободный каток, равна V=25 см/сек?



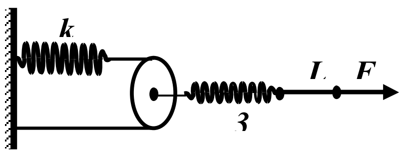
Решение: Чем больше свободных катков, тем быстрее можно двигать доску, так как больше времени можно перетаскивать каток к началу доски. Обозначим искомую скорость доски относительно земли W. В системе отсчета, связанной с доской, N=40 катков двигается назад со скоростью W/2 (скорости центров катков, + 2 балла), а остальные M=5 двигаются вперед со скоростью (V-W)   (+ 1 балл). Такое движение сохраняется долго, поэтому на каждый каток, проехавший относительно доски назад, должен приходиться ровно один каток, проехавший вперед (+ 2 балла). Расстояние между центрами катков под доской равно L/N, а между катками, переносимыми вперед, L/M. Таким образом, получаем уравнение

$\frac{\left(L/N\right)}{\left(W/2\right)} = \frac{\left(L/M\right)}{\left(V-W\right)}$ или NW/2=(V-W)M   (+ 3 балла).

Отсюда следует, что $W = V \cdot \frac{2M}{2M+N}$ =5 см/сек (+ 2 балла).

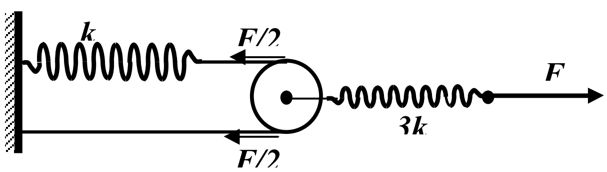
Другой вариант: время высвобождения нового катка T=(L/N)/(W/2), и за это время каток, который высвободился M раз тому назад, должен быть вначале доски, т.е. V·MT=L+W·TM. Подставляя выражение для T, получаем тот же ответ.

Формально правильное значение может быть получено делением скорости перетаскивания катка на число свободных катков. Однако абсурдность такого рассуждения очевидна на примере 1-го свободного катка. За такой вариант «решения» ставился 0 баллов (если нет каких-либо иных верных элементов решения).



4) Имеется две разные пружины, блок и нерастяжимые нити, соединенные так, как показано на рисунке. К свободному концу пружины с жесткостью 3***k*** прикладывают силу и медленно ее увеличивают. Какого значения достигнет эта сила, когда точка ее приложения сместится на расстояние ***L***? Блок поворачивается вокруг своей оси без трения.

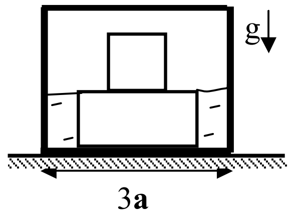
Решение. При медленном увеличении силы до искомого значения ***F*** пружина с жесткостью 3***k*** растянется на ***F/3k*** (+1 балл). Из условия медленности движения блока следует, что



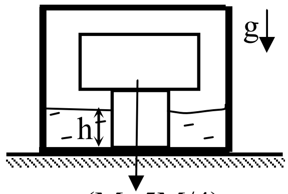
натяжение охватывающей его нити составляет **F**/2 (+ 2 балла). Значит, растяжение менее жесткой пружины равно ***F/2k*** (+1 балл). Смещение оси блока в результате такого растяжения с одной стороны блока составляет ***F/4k*** (+2 балла).

По условию, полное смещение правого конца пружины жесткостью 3***k*** составляет ***L***= ***F/3k*** + ***F/4k*** (+ 2 балла). Таким образом, ***F=12kL/7*** (+2 балла).

5) Деревянный «грибок» состоит из «ножки», сделанной из кубика с ребром **a**, и «шляпки», имеющей вид параллелепипеда 2**a**×2**a**×**a**. Масса грибка равна **M**. Этот грибок кладут на «шляпку» в бак с плоским квадратным дном размерами 3**a**×3**a**. В бак медленно наливают воду. Как только шляпка полностью погрузилась в воду, грибок поплыл, чуть-чуть оторвавшись от дна. Плававший грибок переворачивают ножкой вниз и опускают назад в воду. С какой силой грибок будет теперь давить на дно бака?



Решение. Из условия следует, что уровень воды в момент отрыва грибка от дна был равен **a**. Это значит, что к этому моменту объем налитой в бак воды составил 5$\mathbf{a}^3$ (+1 балл). Хотя из условия также следует, что вода подтекала под шляпку (иначе бы грибок не всплыл), но толщина этого слоя воды под грибком очень мала.



Можно решать эту задачу разными способами, например, путем расчета по закону Архимеда выталкивающей силы в новом положении грибка.

В приводимом решении используется то, что суммарная сила, действующая на дно бака со стороны грибка и налитой воды ($F_В$), равна сумме сил тяжести, действующих на эти два тела. Согласно закону Архимеда, вес воды в объеме погруженной шляпки (4$\mathbf{a}^3$), равен Mg (+1), т.е. масса залитой жидкости составляет 5M/4 (+1).

Получаем уравнение $(M+5M/4)g= F_В+ F_Г$ (+2 балла), где $F_Г$ - *искомая сила*, действующая на дно со стороны ножки грибка.

Вследствие постоянства объема воды, после переворачивания грибка и установки его на дно, уровень воды в баке составит $h=5\mathbf{a}^3/(9\mathbf{a}^2 - \mathbf{a}^2)=5\mathbf{a}/8$ (+1 балл).

Надо учитывать, что вода под грибок подтекает, т.е. давление воды равномерно распределено практически по всей площади дна 9$\mathbf{a}^2$ (если поставить грибок в воду, а потом ее слить, то дно грибка все равно будет мокрым!). При этом поверхности ножки грибка и дна сосуда непосредственно соприкасаются на очень малой площади, как это характерно для твердых тел.

Сила $F_В$, действующая на дно со стороны воды, может быть рассчитана, исходя из гидростатического давления на дно: $F_В=\rho gh\cdot 9\mathbf{a}^2$. Здесь ρ плотность, h - уровень жидкости, считая от дна (+1 балл). Получаем, $F_В=\rho g5\mathbf{a}/8\cdot 9\mathbf{a}^2=(\rho 5\mathbf{a}^3)g\cdot 9/8= =45Mg/32$ (+1 балл).

Таким образом, грибок будет давить на дно бака с силой

$F_Г=27Mg/32$ (+2 балла).

Если при решении фактически принято, что вода под ножку не подтекает, и сила взаимодействия ножки и дна равна Mg, то ставится 3 балла.