

Заключительный этап Всесибирской открытой олимпиады школьников

Физика, 5 марта 2017 г.

Задачи для 7 класса с возможными решениями (максимум – 10 баллов)

1) У школьника Пети были два одинаковых ведра – первое с водой, а второе – с картошкой. Петя взвесил ведра вместе с содержимым и получил значения масс 9 кг для первого и 5.8 кг для второго, соответственно. Затем из ведра с водой он аккуратно перелил половину воды в ведро с картошкой. При этом оказалось, что картошка полностью покрыта водой, а уровень воды в этом ведре стал таким же, как раньше был в ведре с водой. Теперь он опять взвесил второе ведро и получил значение его массы 9.8 кг. Определите по этим данным собственную плотность картофеля. Считать, что плотность воды равна 1000 кг/м^3 .

Решение. Если объем воды равен V , то перелито было $V/2$ (+1 балл), а масса перелитой воды составляет 4 кг, т.е. $V=8 \text{ л}$ (+ 1 балл). Так как оставшаяся вода имеет ту же массу, то это означает, что масса ведра составляет 1 кг (+ 1 балл). Сумма объемов картофеля и перелитой воды, согласно условию, равна V , т.е. объем картофеля равен $V/2=4 \text{ л}$ (+ 2 балла).

Зная массу ведра, находим собственную массу картофеля – $m=4.8 \text{ кг}$ (+ 2 балла). Таким образом, плотность картофеля равна $\rho=2m/V=1.2 \text{ кг/л}=1200 \text{ кг/м}^3$ (+ 3 балла).

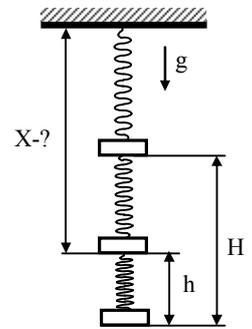
2) На вершине горы и у её подножия стоят два замка. Из этих замков одновременно выбежали два гонца с посланиями соседям. К моменту встречи гонец сверху пробежал вдвое больше, чем гонец из нижнего замка. При встрече гонцы обменялись письмами и побежали обратно, каждый в свой замок. В каждом замке по полчаса сочиняли ответ и снова отправили гонцов с посланиями по той же дороге. Какую часть дороги вниз пробежит гонец из верхнего замка к моменту новой встречи? Считать, что гонцы обладают одинаковыми физическими возможностями, и при движении по склону горы в одну сторону их скорость не изменяется.

Решение. Обозначим L длину дороги от нижнего замка до места первой встречи. Тогда, согласно условию задачи, гонец, который бежал вниз по склону, пробежал $2L$, т.е. скорость гонца вниз по склону вдвое больше, чем того же гонца, когда он бежит вверх по склону (+ 2 балла).

Ответ на вопрос задачи не зависит от того, как долго писались ответы, главное, что задержка на это время одинакова для обоих гонцов (+ 1 балл). Представим, что ответы были написаны мгновенно. Тогда гонец из нижнего замка выбежит с ответом в тот момент, когда второй гонец отбежал от места первой встречи на расстояние $L/2$ (+1 балла). Вверх по склону они бегут с одной и той же скоростью, т.е. между ними будет расстояние $3L/2$ до тех пор, пока гонец сверху не добежит до своего замка (+ 2 балла). Так как времени на ответ тратится по предположению, этот гонец сразу побежит вниз,. Исходя из известного соотношения скоростей бега вверх и вниз, этот отрезок ($3L/2$) будет разделен точкой встречи в отношении 1(снизу):2(сверху), т.е. верхний успеет пробежать L вниз по склону (+ 2 балла), т.е. он пробежит треть длины дороги (+2 балла за ответ в соответствии с вопросом задачи).

Если не считать, что время на составление ответа равно нулю, то все равно получится, что в момент начала движения гонца с ответом из верхнего замка гонец из нижнего замка будет находиться на расстоянии $3L/2$ от него.

3) У Пети было много одинаковых пружин и грузов. Он соорудил «гирлянду» из трех пружин и трех грузов (см рис.). Самый нижний груз был на h ниже среднего, и на расстояние H ниже самого верхнего. На каком расстоянии X от потолка висит средний груз? Размерами грузов пренебречь.



Решение. Обозначим длину нерастянутой пружины L , ее жесткость k , массу груза M , считаем, что пружина невесома. Тогда, по закону Гука, для нижней пружины справедливо соотношение $h=L+Mg/k$ (+1 балл).

Длина второй растянутой пружины будет равна $L+2Mg/k$ (+ 1 балл), так как на ней висит два груза.

Поскольку $H=2L+3Mg/k$ (+2 балла), то получаем, что $Mg/k=H-2\cdot h$ (+ 2 балла). (Аналогичными преобразованиями уравнений для h и H можно получить и другие соотношения, например, $3h-H=L$, которые также можно использовать для решения задачи).

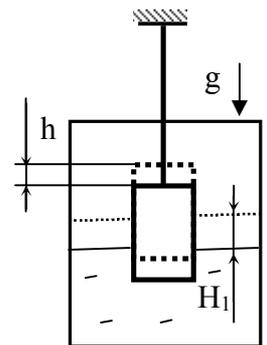
Искомое расстояние равно $X=(L+3\cdot Mg/k)+(L+2\cdot Mg/k)=2L+5Mg/k$ (+ 2 балла).

Подставляя полученные выше выражения, получаем

$$X=H+2\cdot(H-2\cdot h)=3H-4h \quad (+ 2 \text{ балла})$$

Отметим, что наличие у пружин массы на ответ не влияет, так как это эквивалентно увеличению массы каждого груза.

4) На длинном резиновом жгуте висит однородный брусок, погруженный в жидкость на $b=5$ см, что составляет треть длины его вертикального ребра (см. рисунок). В сосуд доливают жидкость так, что её уровень поднимается на $H_1=3$ см. Брусок при этом поднимается на $h=2$ см. Найдите, насколько еще поднимется брусок, если уровень воды дополнительно поднимется на $H_2=7$ см. Плотность жидкости вдвое больше плотности бруска. Жгут считать невесомым, ориентацию бруска – неизменной.



Решение. Условие равновесия бруска всегда имеет вид

$F_{\text{упр}}+F_A=F_T$, где $F_{\text{упр}}$ - величина силы натяжения жгута, F_A - величина выталкивающей силы, F_T – величина силы тяжести, действующей на груз.

Отметим, что сила упругости со стороны жгута не может быть направлена вниз, этим жгут отличается от пружины. Если ввести обозначение $\rho_{\text{ж}}$ для плотности жидкости, S для площади сечения нижней грани бруска, X_0 для начального растяжения жгута и k для его жесткости, то в начальном положении условие равновесия запишется в виде

$$kX_0+\rho_{\text{ж}}gSb=F_T \quad (+1 \text{ балл})$$

Для поднятого положения $k(X_0-h)+\rho_{\text{ж}}gS(b+H_1-h)=F_T$ (+2 балла).

Так как масса бруска не изменяется, то получаем уравнение $kh=\rho_{\text{ж}}gS(H_1-h)$,

$$\text{т.е. } \frac{k}{\rho_{\text{ж}}gS} = \frac{H_1}{h} - 1 = 0.5 \quad (+2 \text{ балла}).$$

Это соотношение между смещениями уровня воды и положения бруска верно до той поры, пока жгут остается в растянутом положении. Из этих же уравнений, пользуясь условием на отношение плотностей бруска и жидкости ($\rho_{\text{б}}:\rho_{\text{ж}}=1:2$) и

долю погруженной части (1/3), можно получить, что $\frac{k}{\rho_{\text{ж}}gS} X_0 + b = 3b \cdot \frac{\rho_{\text{б}}}{\rho_{\text{ж}}}$, т.е.

$X_0=b=5$ см (+1 балл). Значит, жгут перестанет быть растянутым в тот момент, когда его длина сократится еще на 3 см, т.е. уровень воды поднимется еще на 4.5 см (+ 1 балл). Далее брусок будет смещаться вместе жидкостью (+ 1 балл), плавая в ней, т.е. его искомое добавочное смещение составит 5.5 см (+2 балла).

Если приводится ответ, формально соответствующий замене жгута пружиной (14/3 см), то, при наличии верных условий равновесия, ставится 5 баллов. Если в качестве решения приводится только пропорция вида $H_2/x=H_1/h$, то ставится 1 балл.

