

**Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников  
2016-2017  
10 класс**

**Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,004 – до 2. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.**

1. Мяч вернулся в место броска через время  $t$  после упругого удара о вертикальную стену. Под каким углом к горизонтали он брошен, если расстояние от места броска до стены  $L$ ? Ускорение свободного падения  $g$ , сопротивлением воздуха пренебречь. В ответе указать тангенс искомого угла.

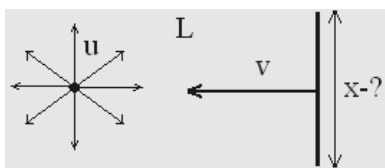
2. В помещении поддерживают постоянные условия. В бак налили немного воды. Как только вода испарилась, бак закрыли крышкой и взвесили. Крышку сняли, а через некоторое время бак снова закрыли и взвесили. Масса оказалась на  $\Delta m = 1,10$  г больше, чем при первом взвешивании. Какая масса водяного пара в граммах вышла из бака за время между взвешиваниями?

3. Клин массы  $M$  с углом  $\alpha$  при вершине находится на горизонтальном полу. На клине лежит тело массы  $m$ . Какую наименьшую горизонтальную силу нужно приложить к клину, чтобы тело начало подниматься по нему? Ускорение свободного падения  $g$ , трения между клином и телом нет, коэффициент трения между клином и полом  $\mu$ .

4. Камень бросили под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонтали. При пролёте расстояния  $L = 4$  м по горизонтали угол между скоростью камня и горизонталью уменьшился до  $\beta = 30^\circ$ . На какую наибольшую высоту камень поднялся? Влиянием воздуха пренебречь. Получить ответ в общем виде и найти числовое значение (в м) при данных углах.

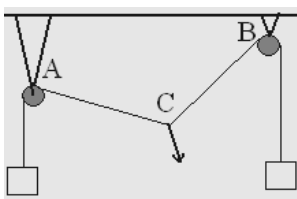
5. Упругий резиновый шнур прикреплен к потолку. К другому концу привязан груз веса  $P$ . Груз поднимают до точки подвеса и отпускают. Наибольшее ускорение груза  $a_1$  оказывается в 5 раз больше ускорения свободного падения:  $a_1 = 5g$ . Каким будет наибольшее ускорение для груза половинного веса, привязанного к этому же шнуру и отпущенного от точки подвеса? Каковы наибольшие силы натяжения шнура в этих двух случаях?

6. При давлении 760 мм ртутного столба и температуре  $0^{\circ}\text{C}$  в литровой банке содержится 1,293 г воздуха. Какова масса воздуха в банке (в граммах), если его температура стала  $27,3^{\circ}\text{C}$ , а давление 750 мм ртутного столба?

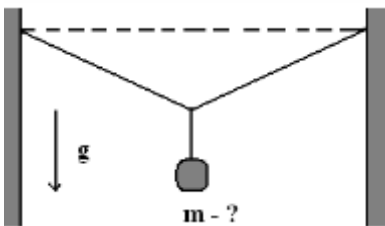


ти все рыбы попадут в неё?

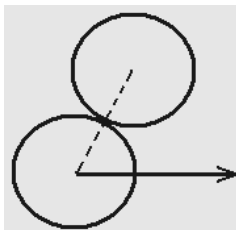
7. Плоская сеть движется перпендикулярно себе со скоростью  $v$ . Когда сеть приблизилась на расстояние  $L$  к небольшой стае рыб, они бросилась враспынную, удаляясь во все стороны от исходной точки со скоростью  $u$  ( $u < v$ ). При какой ширине сети все рыбы попадут в неё?



8. С помощью верёвки и неподвижных блоков А и В рабочий поднимает два груза разом так, что они поднимаются с одинаковой скоростью  $v$ . Для этого он тянет под углом вниз среднюю точку С верёвки между блоками ( $AC = BC$ ). Какова величина скорости точки С в момент, когда отрезок веревки АС направлен под углом  $\alpha = 80^{\circ}$  к вертикали, а ВС – под углом  $\beta = 40^{\circ}$ ? Под каким углом к вертикали направлена эта скорость?



9. Висящая вертикально нить рвётся, когда масса подвешенного к ней груза достигает значения  $M = 60$  кг, а относительное удлинение нити – значения  $\epsilon = 0,5\%$ . Эту нить привязывают к стенкам, так что её концы находятся на одной горизонтали, а расстояние между ними равно длине нерастянутой нити. Определите (в кг) массу  $m$  груза, который при подвеске к середине нити вызывает разрыв. Считайте, что нить остаётся упругой вплоть до разрыва.



10. На покоящийся гладкий шар налетает со скоростью  $v$  другой такой же. После упругого столкновения исходно покоящийся шар летит со скоростью  $u = v/2$ . Какой угол (в градусах) в момент столкновения образует скорость  $v$  с отрезком, соединяющим центры шаров?

**11.** В качестве 11 задачи представьте заполненную таблицу ответов. Если задача не решена оставьте строчку пустой. Будьте внимательны, при неправильном или неполном ответе в таблице решение уже не проверяется!

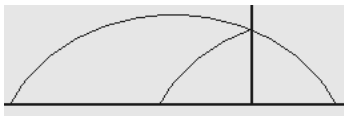
№ задачи	Ответ
1.	$tg\alpha = gt^2/L$ или $gt^2/L$
2.	1,80 г или 1,80
3.	$(M+m)g(tg\alpha + \mu)$
4.	$Ltg^2\alpha/2(tg\alpha - tg\beta)$ ; 5,20 или 5,20 м
5.	7g; 6P; 4P.
6.	1,16 или 1,16 г
7.	$2Lu/\sqrt{v^2 - u^2}$
8.	$2v$ ; $20^\circ$ .
9.	12 или 12 кг.
10.	$60^\circ$

**Заочный тур Всесибирской открытой олимпиады школьников  
2016-2017  
10 класс**

**Задача оценивается в 5 баллов при полном решении и правильном ответе в указанных в условии единицах. Если требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой. Числовой ответ, если иное не оговорено в условии, округляется до трёх значащих цифр. Например, полученное расчетом число 328,51 округляется до 329; 2,004 – до 2. Ответ (округлённый) нужно внести в таблицу. При невыполнении любого из требований за задачу ставится 0 баллов. Без представления таблицы работа не проверяется.**

1. Мяч вернулся в место броска через время  $t$  после упругого удара о вертикальную стену. Под каким углом к горизонтали он брошен, если расстояние от места броска до стены  $L$ ? Ускорение свободного падения  $g$ , сопротивлением воздуха пренебречь. В ответе указать тангенс искомого угла.

***Возможное решение***



На рис. справа указана траектория мяча до удара и после удара при возвращении на ту же горизонталь. Второй участок получается отражением продолжения траектории за стеной. Раз мяч вернулся в точку броска, то удар о стену произошел в верхней точке траектории. Тогда вертикальная скорость в момент броска равна  $v_y = gt$ , а горизонтальная  $v_x = L/t$ . Откуда для искомого угла  $tg\alpha = v_y/v_x = gt^2/L$ .

**Ответ:**  $tg\alpha = gt^2/L$  или  $gt^2/L$

2. В помещении поддерживают постоянные условия. В бак налили немного воды. Как только вода испарилась, бак закрыли крышкой и взвесили. Крышку сняли, а через некоторое время бак снова закрыли и взвесили. Масса оказалась на  $\Delta m = 1,10$  г больше, чем при первом взвешивании. Какая масса водяного пара в граммах вышла из бака за время между взвешиваниями?

***Возможное решение***

Увеличение массы за промежуток между взвешиваниями происходит за счёт замещения вышедшего водяного пара воздухом, тогда  $\Delta m = m_0 - m$ ; где  $m_0$  масса вошедшего воздуха, а  $m$  масса вышедшего пара. При постоянных температуре, давлении и объёме суммарное число молей в баке неизменно. Тогда  $m_0/\mu_0 = m/\mu$ . Для воздуха молярная масса  $\mu_0 = 29$  г; для воды  $\mu = 18$ . Отсюда  $m = \Delta m\mu/(\mu_0 - \mu) = 1,1 \cdot 18/(29 - 18) = 1,80$  г.

**Ответ:** 1,80

3. Клин массы  $M$  с углом  $\alpha$  при вершине находится на горизонтальном полу. На клине лежит тело массы  $m$ . Какую наименьшую горизонтальную силу нужно приложить к клину, чтобы тело начало подниматься по нему? Ускорение свободного падения  $g$ , трения между клином и телом нет, коэффициент трения между клином и полом  $\mu$ .

### ***Возможное решение***

В граничном случае ускорения тела и клина одинаковы и направлены по горизонтали. Вертикальная составляющая силы реакции между клином и телом  $N \cos \alpha = mg$ , а из 2-го закона Ньютона для горизонтального ускорения тела имеем  $ma = N \sin \alpha$ , откуда  $a = g \tan \alpha$ . Сила нормального давления со стороны пола  $N_1 = Mg + N \cos \alpha = (M+m)g$ , а сила трения  $f = \mu(M+m)g$ , из 2-го закона Ньютона для горизонтального ускорения клина имеем  $Ma = F - N \sin \alpha - f$ . Откуда  $F = (M+m)g(\tan \alpha + \mu)$ .

**Ответ:**  $(M+m)g(\tan \alpha + \mu)$ .

4. Камень бросили под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонтали. При пролёте расстояния  $L = 4$  м по горизонтали угол между скоростью камня и горизонталью уменьшился до  $\beta = 30^\circ$ . На какую наибольшую высоту камень поднялся? Влиянием воздуха пренебречь. Получить ответ в общем виде и найти числовое значение (в м) при данных углах.

### ***Возможное решение***

Обозначим горизонтальную и вертикальную проекцию начальной скорости  $v_x$  и  $v_y$ ,  $v_y = v_x \tan \alpha$ . Горизонтальная скорость неизменна и тогда  $L = v_x t$ , где  $t$  время пролёта. Вертикальная скорость за это время уменьшится на  $gt$  и станет равной  $v_x \tan \beta$ , откуда  $v_x (\tan \alpha - \tan \beta) = gt$ . Из этих двух уравнений исключим время и получим  $v_x^2 = gL / (\tan \alpha - \tan \beta)$ . Из сохранения энергии или кинематики выразим через начальную вертикальную скорость наибольшую высоту подъёма  $H = v_y^2 / 2g$ . Окончательно  $H = Ltg^2 \alpha / 2(\tan \alpha - \tan \beta)$ , а числовое значение высоты  $H = 5,20$  м.

**Ответ:**  $Ltg^2 \alpha / 2(\tan \alpha - \tan \beta)$ ; 5,20

5. Упругий резиновый шнур прикреплен к потолку. К другому концу привязан груз веса  $P$ . Груз поднимают до точки подвеса и отпускают. Наибольшее ускорение груза  $a_1$  оказывается в 5 раз больше ускорения свободного падения:  $a_1 = 5g$ . Каким будет наибольшее ускорение для груза половинного веса, привязанного к этому же шнуру и отпущенного от точки подвеса? Каковы наибольшие силы натяжения шнура в этих двух случаях?

### ***Возможное решение***

Вес груза  $P = mg$ , где  $m$  его масса. Пусть жёсткость шнура  $k$ , а наибольшее растяжение пружины  $x$  (тогда и ускорение максимально). В этом случае из второго закона Ньютона имеем:  $ma_1 = kx - mg$ ; а из сохранения энергии (скорость вначале и конце нулевая)  $kx^2/2 = mg(L + x)$ . Отсюда  $(a_1/g)^2 = 1 + 2kL/P$ . Для груза половинного веса аналогично получим  $(a_2/g)^2 = 1 + 4kL/P$ . Поскольку  $a_1 = 5g$ , то  $2kL/P = 24$ ; тогда  $(a_2/g)^2 = 1 + 4kL/P = 49$  и  $a_2 = 7g$ . Из применения 2-го закона Ньютона находим и наибольшие натяжения в этих случаях  $T_1 = mg + ma_1 = 6P$ ;  $T_2 = mg/2 + ma_2/2 = 4P$ .

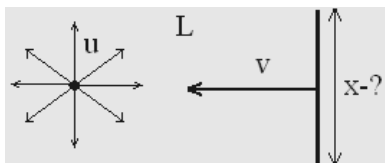
**Ответ:** 7g; 6P; 4P.

6. При давлении 760 мм ртутного столба и температуре  $0^\circ\text{C}$  в литровой банке содержится 1,293 г воздуха. Какова масса воздуха в банке (в граммах), если его температура стала  $27,3^\circ\text{C}$ , а давление 750 мм ртутного столба?

### ***Возможное решение***

Из уравнения состояния идеального газа имеем  $P_0V = (m_0/\mu)RT_0$ ;  $PV = (m/\mu)RT_0$ ;  $m = m_0PT_0/P_0T = 1,293 \cdot (75/76)(10/11) \cong 1,16$  г.

**Ответ:** 1,16



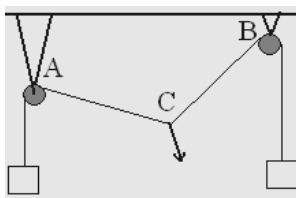
ти все рыбы попадут в неё?

7. Плоская сеть движется перпендикулярно себе со скоростью  $v$ . Когда сеть приблизилась на расстояние  $L$  к небольшой стае рыб, они бросилась враспынную, удаляясь во все стороны от исходной точки со скоростью  $u$  ( $u < v$ ). При какой ширине сети

**Возможное решение**

В системе отсчёта «Сеть» скорость рыб равна векторной сумме скорости  $-v$  и скорости рыб в исходной системе. Для наибольшего угла  $\alpha$ , образуемого суммой скоростей с направлением  $v$ , имеем  $\sin\alpha = u/v$ . Так как  $x/2 = L \tan\alpha$ ; то выражая тангенс через синус получим  $x = 2Lu/\sqrt{v^2 - u^2}$ .

**Ответ:**  $2Lu/\sqrt{v^2 - u^2}$ .

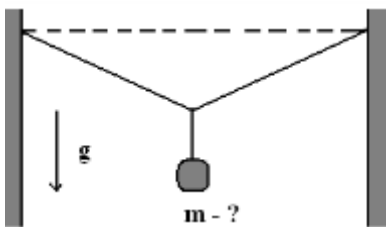


8. С помощью верёвки и неподвижных блоков А и В рабочий поднимает два груза разом так, что они поднимаются с одинаковой скоростью  $v$ . Для этого он тянет под углом вниз среднюю точку С верёвки между блоками ( $AC = BC$ ). Какова величина скорости точки С в момент, когда отрезок веревки АС направлен под углом  $\alpha = 80^\circ$  к вертикали, а ВС – под углом  $\beta = 40^\circ$ ? Под каким углом к вертикали направлена эта скорость?

**Возможное решение**

Средняя точка С движется по срединному перпендикуляру к отрезку АВ, а то есть по биссектрисе угла с вершиной С. В указанный момент времени угол  $ACB = 120^\circ$ , а углы между искомой скоростью  $u$  и наклонными участками верёвки одинаковы и равны  $\varphi = (\alpha + \beta)/2 = 60^\circ$ . Из нерастяжимости верёвки скорость увеличения длины наклонных участков равны скорости грузов  $v$ . С другой стороны это проекция скорости  $u$  на направление этих участков, то есть  $v = u \cos\varphi$ , и  $u = v/\cos\varphi = 2v$  в указанный момент. Искомый угол это угол между биссектрисой и вертикалью  $\theta = (\alpha - \beta)/2 = 20^\circ$ .

**Ответ:**  $2v$ ;  $20^\circ$ .



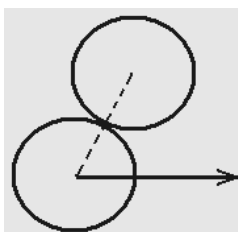
9. Висящая вертикально нить рвётся, когда масса подвешенного к ней груза достигает значения  $M = 60$  кг, а относительное удлинение нити – значения  $\epsilon = 0,5\%$ . Эту нить привязывают к стенкам, так что её концы находятся на одной горизонтали, а расстояние между ними равно длине нерастянутой нити. Определите массу  $m$  груза, который при подвеске к середине нити вызывает разрыв. Считайте, что нить остаётся упругой вплоть до разрыва.

**Возможное решение**

Нить рвётся во 2-м случае при том же относительном удлинении  $\epsilon = 0,5 \cdot 10^{-2}$  и том же натяжении  $T = Mg$ . Подвесим груз к середине нити. Пусть длина нити  $2L$ , удлинение половины нити  $x$ , а смещение середины нити по вертикали  $h$ .

Из равновесия сил по вертикали находим  $m = 2Mh/(L + x)$ . Из теоремы Пифагора имеем  $h^2 = 2Lx + x^2$ . Так как  $x = \varepsilon L$ , то  $m = 2M\sqrt{2\varepsilon + \varepsilon^2}/(1 + \varepsilon) \cong 2M\sqrt{2\varepsilon} = 12 \text{ кг}$ .

**Ответ: 12**



**10.** На покоящийся гладкий шар налетает со скоростью  $v$  другой такой же. После упругого столкновения исходно покоящийся шар летит со скоростью  $u = v/2$ . Какой угол (в градусах) в момент столкновения образует скорость  $v$  с отрезком, соединяющим центры шаров?

**Возможное решение**

Пусть координатная ось  $OX$  направлена по отрезку, соединяющему центры шаров в момент столкновения, а  $OY$  – перпендикулярно ей по касательной к поверхности шаров.

Для гладких шаров составляющая силы вдоль касательной нулевая. Поэтому при столкновении проекции скоростей на касательную не изменятся, у налетающего шара она останется равной  $v_y$ , а у исходно покоящегося нулевой. Таким образом конечная скорость второго шара  $u = v/2$  направлена по оси  $OX$ .

Из сохранения импульса по оси  $OX$  имеем  $mv_x = mv_x' + mv/2$  или  $v_x = v_x' + v/2$ . Из сохранения энергии с учётом неизменности проекций скоростей на ось  $OY$  получим  $v_x^2 = v_x'^2 + (v/2)^2$ . Из последних двух уравнений находим  $v_x' = 0$ ,  $v_x = v/2$ .

Для искомого угла  $\varphi$   $\cos\varphi = v_x/v = 1/2$ , а тогда  $\varphi = 60^\circ$ .

**Ответ:  $60^\circ$ .**