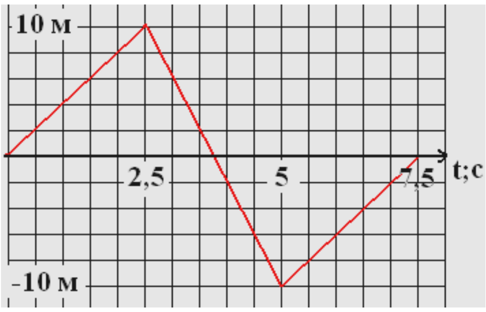
I этап (очный) Всесибирской олимпиады по физике
11 класс
Решения и критерии оценки

1. Хозяин идёт по прямой тропе со скоростью $v = 2$ м/с, удерживая пса на поводке длины $L = 10$ м. Пёс бегает со скоростью $u = 6$ м/с туда и назад по тропе, меняя направление движения на обратное, когда поводок натягивается. Посередине тропы пёс, догоняя хозяина, поравнялся с ним. На каком расстоянии от хозяина окажется пёс, впереди или позади, если хозяин пройдёт от середины тропы расстояние $S = 62$ м? 98 м?

Возможное решение

Скорость пса относительно хозяина $v_1 = u - v = 4$ м/с, и $v_2 = u + v = 8$ м/с при движении пса в обратную сторону (2 балла).

Через время $t_1 = L/v_1 = 2{,}5$ с от начального момента поводок натянется (1балл) и пёс побежит в обратную сторону, затратив время $t_2 = 2L/v_2 = 2{,}5$ с (1балл) и оказавшись на расстоянии L сзади хозяна. После чего он догонит хозяина за время $t_1 = L/v_1 = 2{,}5$ с (1балл). То есть через промежуток времени $T = 2L/v_1 + 2L/v_2 = 7{,}5$ с ситуация полностью повторяется (1балл), соответственно повторение происходит при прохождении хозяином расстояния $\lambda = vT = 15$ м (1балл).



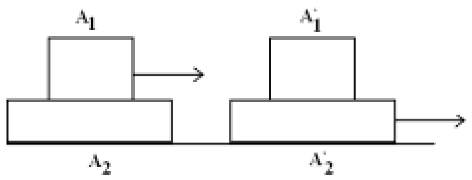
При пути $S = 62$ м $= 4\text{x}15 + 2$ пройдено 4 таких цикла, и собака убегала от хозяина в течении времени $\tau = 2\text{м}/v = 1$ с и окажется впереди него на расстоянии $x = v_1\tau = 4$ м (1 балл).

При $S = 98$ м. Тогда время $\tau = 8\text{м}/v = 4$ с, то есть пёс бежал время $\tau_1 = \tau - t_1 = 1{,}5$ с назад с расстояния L перед хозяином, и окажется поэтому на расстоянии $x = v_2\tau_1 - L = 2$ м сзади хозяина (2 балла).

Возможно решение из рассмотрения графика относительного движения пса. Так как скорость хозяина постоянна, то по оси времени можно «читать» его перемещение, в данном случае одна клетка по горизонтали это 1 м, а по вертикали 1 клетка это 2 м.

Разбалловка

№	Этапы решения	соотношения	баллы
1	Относительная скорость пса	$v_1 = u - v = 4$ м/с, $v_2 = u + v = 8$ м/с	1+1
2	Движение за цикл, времена, расстояния, периоды	$t_1=L/v_1=2{,}5$с; $t_2=2L/v_2=2{,}5$с; второй раз t_1; $T=2L/v_1+2L/v_2=7{,}5$с; $\lambda = vT = 15$ м	3 +2
3	Ответ при $S = 62$ м	впереди на расстоянии $x = v_1\tau = 4$ м	1
4	Ответ при $S = 98$ м	$x = v_2\tau_1 - L = 2$ м сзади	2



2. Кубик стоит на бруске, а он – на полу. Когда кубик стали тянуть по горизонтали, он приобрёл ускорение A_1 = 1,1 м/с^2, а брусок ускорение A_2 = 0,7 м/с^2. Если с той же силой тянуть брусок, то ускорение кубика будет $A`_1$ = 0,6 м/с$^2$, а бруска $A`_2$ = 2,1 м/с^2. Все указанные ускорения направлены вправо. Найдите отношения массы кубика к массе бруска.

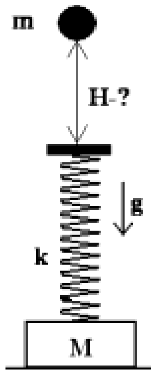
Возможное решение

2-й закон Ньютона для кубика и бруска в двух вариантах приложения силы F: $M_1A_1 = F – \mu_1M_1g$ <1 балл>; $M_1A`_1 = \mu_1M_1g$ <1 балл>; $M_2A_2 = \mu_1M_1g – \mu_2(M_1 + M_2)g$ <2 балла>; $M_2A`_2 = F – \mu_1M_1g – \mu_2(M_1 + M_2)g$ <2 балла>. Вычитем из четвёртого уравнения третье, исключая μ_2: $M_2(A`_2 – A_2) = F – 2\mu_1M_1g$ <1 балл>. Из первых двух уравнений: $M_1(A_1 – A`_1) = F – 2\mu_1M_1g$ <1 балл>. И $M_1/M_2 = (A`_2 – A_2)/(A_1 – A`_1) = 2,8$ <2 балла>.

Разбалловка

№	Этапы решения	соотношения	баллы
1	2-й закон Ньютона для кубика	$M_1A_1 = F – \mu_1M_1g$; $M_1A`_1 = \mu_1M_1g$	1+1
2	2-й закон Ньютона для бруска	$M_2A_2 = \mu_1M_1g – \mu_2(M_1 + M_2)g$; $M_2A`_2 = F – \mu_1M_1g – \mu_2(M_1 + M_2)g$.	2+2
3	Решение уравнений		2
4	Отношение масс	$M_1/M_2 = (A`_2 – A_2)/(A_1 – A`_1) = 2,8$	2

Комментарий: Если взято $\mu_2 = 0$, то за 2-й пункт 2 балла, а за следствия (пункты 3-4) 0 баллов. Если произвольно взять равными коэффициенты трения $\mu_1 = \mu_2$, то нарушается условие о направлении ускорений, здесь при второй ошибке в знаке A_2 вероятно получить и правильный ответ. И в этом случае за 2-й пункт 2 балла. За 3-й пункт – исключение слагаемого $\mu_2(M_1 + M_2)g$ 1 балл, а за 4-й – правильный ответ из неверных рассуждений 0 баллов. Будьте при проверке внимательны!



3. Невесомая пружина жесткости k прикреплена к подставке массы M, к верхнему концу пружины прикреплена невесомая пластина. С какой наименьшей высоты над пластиной нужно отпустить шарик массы m, чтобы подставка оторвалась от пола? Шарик прилипает к пластине, пружина остаётся вертикальной. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение

При прилипании к невесомой пластине потерь энергии нет. Начальная потенциальная энергия mgH полностью переходит в упругую энергию пружины, кинетическую и потенциальную энергию в поле тяжести (1 балл).

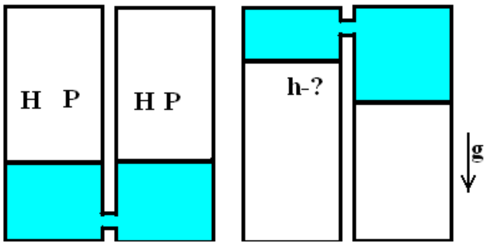
Условие отрыва подставки – упругая сила при максимальном расстяжении пружины x равна силе тяжести, действующей на подставку: $kx = Mg$ (2 балла).

При максимальном растяжении скорость шарика обращается в 0 (1 балл). Поэтому в энергетический баланс кинетическая энергия не входит (1 балл). Применив закон сохранения энергии, имеем: $mgH = mgx + kx^2/2$ (2 балла). После подстановки $x = Mg/k$ получаем уравнение $mgH = Mmg^2/k + (Mg)^2/2k$ и окончательно $H = (2m + M)Mg/2mk$ (3 балла).

Разбалловка

№	Этапы решения	соотношения	баллы
1	Отсутствие потерь энергии		1
2	Условие отрыва	$kx = Mg$	2
3	Обращение в 0 скорости и кинетической энергии при максимальном растяжении		1+1
4	Применение закона сохранения энергии	$mgH = mgx + kx^2/2$	2
5	Нахождение искомого H	$H = (2m + M)Mg/2mk$	3

Комментарий: Пункт 1 существенен, при неупругом ударе происходит обычно переход энергии во внутреннюю (выделение тепла), здесь такого нет из-за нулевой массы пластины.



4. В одинаковых цилиндрах, соединённых трубкой, объём под поршнями заполнен жидкостью плотности ρ. В отсеках высоты H над поршнями находится газ с давлением P. Систему перевернули. Поршни остановились на разной высоте, а пустот в отсеке с жидкостью не появилось. Найдите разницу высот поршней. Трения нет, температура неизменна, ускорение свободного падения g.

Возможное решение

Из уравнения состояния идеального газа и неизменности температуры следует $P_1(H – h/2) = PH$; $P_2(H + h/2) = PH$. P_1 и P_2 давления в конечном состоянии. (2 + 2 балла). Разность давлений уравновешивает столб жидкости высоты h: $P_1 – P_2 = \rho gh$ (2 балла). После подстановок и упрощений (сокращения на $h \neq 0$) получаем $(h/2)^2 = H(H – P/\rho g)$ или $h = 2(H(H – P/\rho g))^{1/2}$ (3 балла). При $P > \rho gH$ решения с ненулевым h нет, поршни окажутся на равной высоте (1 балл).

Разбалловка

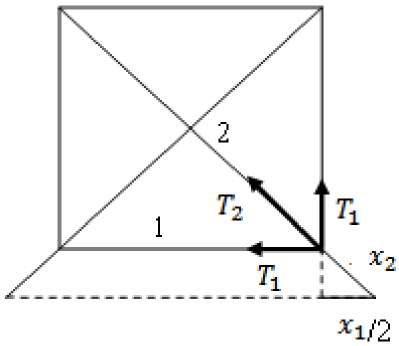
№	Этапы решения	соотношения	баллы
1	Уравнения для конечных давлений	$P_1(H – h/2) = PH$; $P_2(H + h/2) = PH$	2+2
2	Связь разности давлений с h	$P_1 – P_2 = \rho gh$	2
3	Вывод уравнения для h и ответ	$(h/2)^2 = H(H – P/\rho g)$ при $h \neq 0$; $h = 2(H(H – P/\rho g))^{1/2}$	3
4	Указание, когда нет ненулевого решения.	$P > \rho gH$	1

Комментарий: Формально исследования пункта 4 в условии не требуется. Но для 11 класников анализ ответа на «разумность» входит в требуемые навыки.

5. Пять маленьких шариков в центре и вершинах квадрата соединили недеформированными пружинами, нарезанными из одной длинной однородной пружины. Когда шарики в углах квадрата зарядили до заряда q, а центральный – до заряда Q, то в результате сторона квадрата возросла до длины l. Найдите натяжения пружин.

Возможное решение

Для пружин, нарезанных из одной однородной пружины, жёсткости обратно пропорциональны их длинам. Это следует из того, что при одинаковой силе отрезки одинаковой длины таких пружин растягиваются одинаково (одинаково относительное удлинение). Тогда жёсткость пружины на диагонали $k_2 = \sqrt{2}k_1$, где k_1 жёсткость пружины на стороне квадрата (2 балла).



Растяжения этих пружин (рис.) связаны так же как длина стороны квадрата с длиной половины диагонали, то есть $x_1 = \sqrt{2}x_2$ (2 балла).

Отсюда следует замечательный результат для сил упругого натяжения пружин $T_1 = k_1x_1$ и $T_2 = k_2x_2$. При найденным отношениям жёсткостей и натяжений $T_1 = T_2$! Натяжения равны, обозначим общее значение T. (1 балл).

Рассмотрим равновесие сил для углового шарика. На рис. указаны три силы упругого натяжения, кроме них на угловой шарик действуют силы электростатического отталкивания со стороны трёх шариков в остальных углах и со стороны центрального шарика (1 балл). С учётом направления этих сил и используя закон Кулона получим: $T(1 + \sqrt{2}) = kQq/(l/\sqrt{2})^2 + \sqrt{2}kq^2/l^2 + kq^2/2l^2$ (равновесие сил по диагонали) (3 балла). И окончательно $T = (kq/l^2(1 + \sqrt{2}))(2Q + q(\sqrt{2} + 1/2))$ (1 балл). Здесь k коэффициент входящий в закон Кулона, $k = 1/4\pi\varepsilon_o$.

Разбалловка

№	Этапы решения	соотношения	баллы
1	Отношение жёсткостей	$k_2 : k_1 = \sqrt{2}$	2
2	Отношение растяжений	$x_2 : x_1 = 1/\sqrt{2}$	2
3	Вывод о равенстве натяжений	$T_1 = T_2= T$	1
4	Равновесие сил для угла	$T(1+\sqrt{2}) = k\, q^2(\sqrt{2}+1/2)/l^2+2\, k\, qQ/l^2$	1+3
5	Ответ (могут быть эквиваленты)	$T= k\, q(q(\sqrt{2}+1/2)+2Q)/(1+\sqrt{2})l^2$	1

Комментарий: Из 3 баллов в пункте 4 оцениваются выражения для отдельных сил с учётом зависимости от расстояния и геометрическое (векторное сложение сил). Скажем само по себе указание, что сумма сил натяжения и сумма кулоновских сил направлены в противоположные стороны по диагонали заслуживает оценки в 1 балл. Если все четыре кулоновские силы написаны правильно по отдельности это тоже 1 балл. Аналогично 1 балл, если правильно найдена сумма трёх натяжений, а именно $T(1+\sqrt{2})$. Ответ может быть правильным, но записан в ином виде. Скажем участник может воспользоваться тождеством $1/(1 + \sqrt{2}) = \sqrt{2} – 1$.

Рекомендации для жюри

Максимальная оценка каждой задачи 10 баллов. Участники олимпиады могут предложить полные и верные решения задач, отличные от приведённых ниже. Оценка таких решений также 10 баллов. Частичное решение или решение с ошибками жюри оценивает, ориентируясь на этапы решения, приведённые в разбалловке. При этом необоснованные верные утверждения, как и верные выводы из ошибочных допущений не добавляют баллов. Если какой-то этап решения не полный, или частично правильный, то он оценивается частью баллов за этап. Если в решении участника олимпиады предложенные этапы объединены как один, то оценка проводится из суммарного балла. Наличие лишь ответа без решения не оценивается. В решениях в скобках указаны баллы за этап или часть этапа. Для удобства работы жюри решения и критерии оценки для каждой задачи приведены на отдельной странице и при необходимости снабжены комментарием. К некоторым задачам приводится два варианта решения. Следует держаться духа и буквы предлагаемой разбалловки, чтобы обеспечить сопоставимость проверки на разных площадках проведения.