Заочный этап Всесибирской олимпиады, 2014-2015
Физика, 8 класс
Возможные решения с баллами. Максимальный балл за задачу – 10.

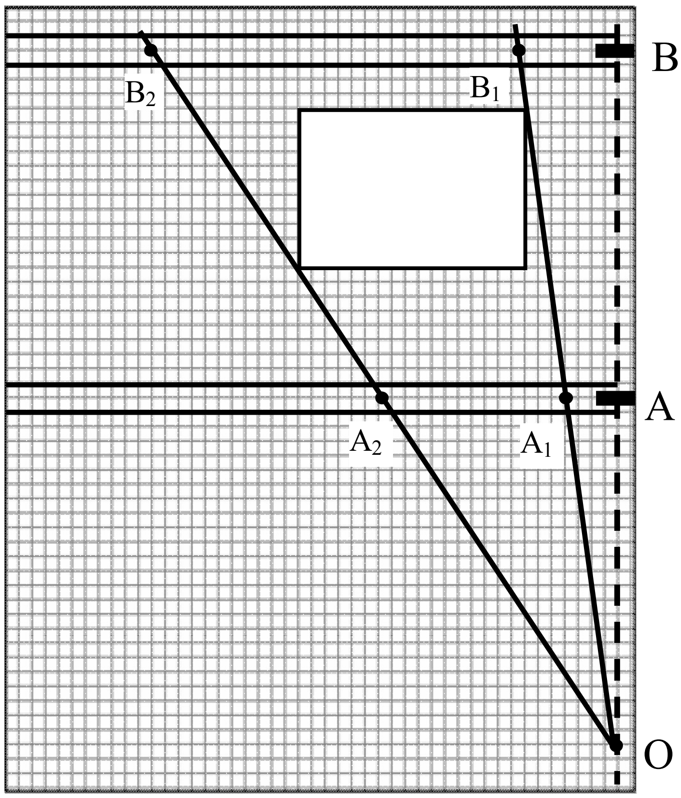
1) Две машины одновременно начали движение по двум параллельным прямым дорогам, между которыми стоит здание прямоугольной формы (см. рисунок справа).

Скорость машины **B** вдвое больше скорости машины **A**. Через 30 секунд после начала движения водитель машины **A** перестал видеть машину **B**, так как та скрылась за зданием. Используя рисунок с разметкой, определите (приближенно), через какое время после этого машина **B** снова станет видима для водителя другой машины, если машины всегда ехали с постоянными скоростями. Собственными размерами машин пренебречь.

Решение: Прежде всего, заметим, что:

1) машина **B** всегда будет ровно вдвое дальше от места своего старта, чем машина **A**, так как ее скорость вдвое больше по условию. Значит, если A_X и B_X – точки, изображающие на рисунке положения машин **A** и **B** в какой-то (любой) момент времени, то $BB_X=2\times AA_X$. Здесь BB_X и AA_X – длины отрезков, изображающих перемещения машин к этому моменту (+1 балл).

2) луч света, отразившийся от поверхности машины **B** и попавший в глаз водителя машины **A** (это и значит, что этот водитель увидел машину **B**), распространяется по прямой.



Если не использовать свойства подобных треугольников, то задача решается так: отложим от начального положения машин на рисунке два отрезка, один вдвое длиннее другого (см. замечание 1), вдоль «дороги». Это можно сделать с помощью циркуля, линейки или посчитав клеточки по рисунку. Проведем через их концы, как правые, так и левые, линии (как указано в подсказке) до их пересечения. На рисунке через положения машин в начальный момент времени проходит пунктирная линия. Построим еще два таких отрезка и снова проведем линию через их концы до пересечения с пунктирной. Можно заметить, что точки пересечения разных линий находятся близко друг к другу (в идеале они совпадают в точке O на рисунке). Можно это проверить, проведя линии еще для нескольких пар точек (+1). Таким образом, можно заключить, что для любого момента времени машины будут находиться на линии, пересекающей пунктирную линию примерно там же, где и остальные (+1). В те моменты, когда машина **B** пропадает или появляется на этой линии находится и соответствующий угол дома (+2).

Найдем положение точки B_1, изображающей на рисунке положение машины **B** в тот момент, когда она скрылась за зданием (для водителя машины **A**). Для этого через точку O и соответствующую вершину прямоугольника (это – изображение угла здания) проведем прямую. Пересечение этой прямой и (центра) дороги, по которой едет машина **B**, и есть искомая точка B_1. Действительно, в этот момент машина **A** проехала ровно вдвое меньшее расстояние и находится в точке A_1 (см. рис), и в этот момент луч зрения водителя перекрывается углом здания. В масштабе рисунка расстояние, которое машина **B** проехала к этому моменту, имеет длину примерно 7.5 клеточек (отрезок BB_1) (+1). Способ построения (и его обоснование) точки B_2, изображающей на рисунке положение машины **B** в момент, когда она уже может быть видна водителю машины **A**, теперь ясен из рисунка. Длина отрезка BB_2 составляет, согласно рисунку, примерно 35 клеточек (+2). Если 30-ти секундное перемещение машины **B** изображается отрезком длиной 7.5 клеточек, то 35 клеточек изображают перемещение за 30·(35/7.5)= 140 сек (+1). Так как скорость считается постоянной, т.е. машина **B** снова станет видимой через 105 сек (+1).

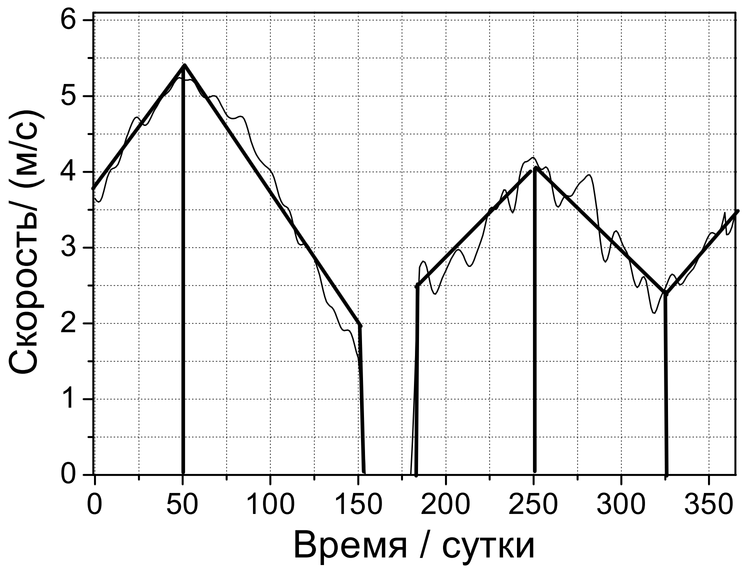
Если при решении использовать свойства подобных треугольников, то решение может выглядеть, как описано далее. Проведем на рисунке прямую, проходящую через исходные положения машин **A** и **B**. Поставим на этой прямой точку O так, что OB=2×OA (т.е. отрезки OA и AB равны). Это опять можно сделать с помощью циркуля, линейки или посчитав клеточки по рисунку. Для любого момента времени будет справедливо следующее утверждение: треугольники OA_XA и OB_XB подобны по трем углам, так как дороги параллельны по условию задачи. Причем, по построению $OB_X= 2\times OA_X$ (+2 балла). Далее находятся положения точек B_1 и B_2 (+2) и ответ получается так же, как описано выше.

Если результат получен с помощью аналогичных построений, но без обоснования, то ставится 6 баллов. Если школьник привел правильное решение для другого, самостоятельно изображенного рисунка, то баллы не снимаются. Если условием «появления» машины B является перемещение машины A на всю длину здания, то ставится 2 балла.

2) На ТЭЦ подают газ по трубе диаметром 600 мм. На графике показано, как средняя за сутки скорость газа в трубе зависела от времени в течение года. После реконструкции оборудования всю вторую половину года газ в трубе подавался под повышенным давлением, из-за чего его плотность была вдвое выше, чем до реконструкции. С помощью графика, определите примерную массу газа, поступившего на ТЭЦ за весь год, если до реконструкции литр газа в трубе имел массу 6 г?

Решение: Масса μ газа, поступающего через трубу каждую секунду, равна ρ**VS** (+1 балл)., где ρ- плотность газа в трубе, **V** – средняя скорость в трубе, $S=\pi D^2/4\approx 0.28$ м^2 - площадь сечения трубы. Массовый расход μ имеет размерность [масса/время], например, кг/сек. Для того, чтобы найти массу газа, прошедшего через трубу за какой-то промежуток времени ΔT, надо найти произведение $\mu\cdot\Delta T$ (+1). Отметим, что в произведении $\rho VS\cdot\Delta T$ есть сомножитель $V\Delta T$. Эта величина имеет смысл расстояния, которое газ проходит за время ΔT по трубе.

Однако, при таком вычислении не будет ошибки только в том случае, когда μ не изменяется в течение всего этого промежутка, но, согласно данным этой задачи, скорость подачи газа зависит от времени. Поэтому можно разбить весь год на такие промежутки, в течение которых μ меняется мало, найти расход для каждого промежутка, а затем сложить (+1). Но таких промежутков получается слишком много!



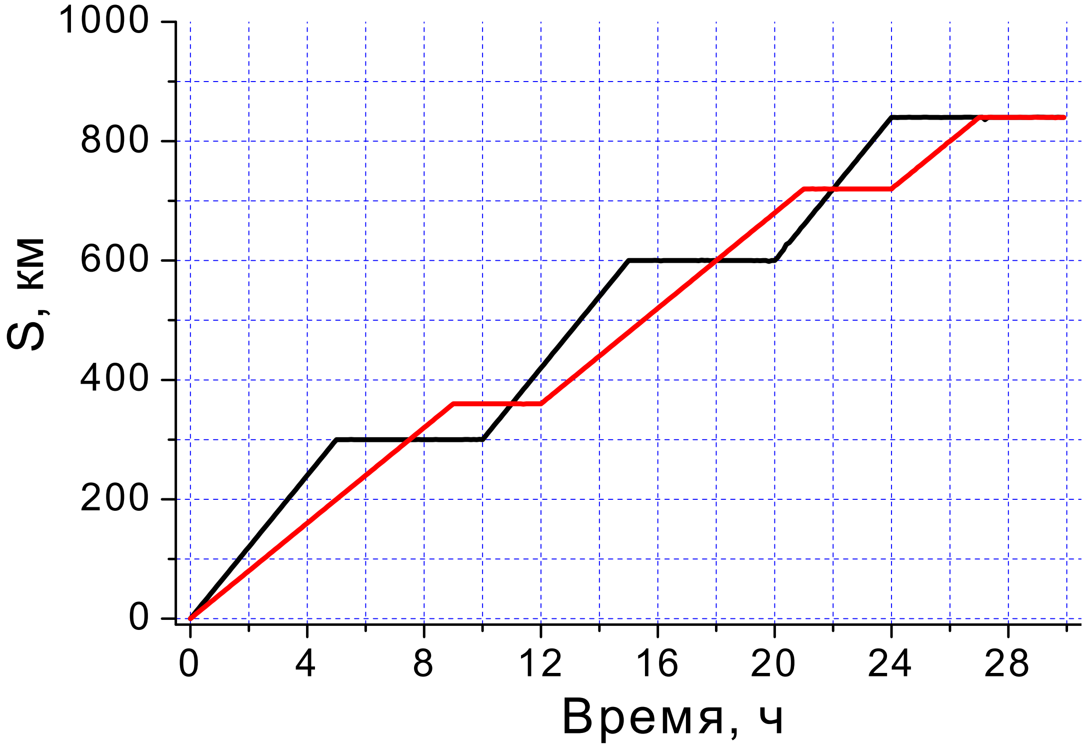
Решение можно упростить, если заметить, что такой расчет аналогичен вычислению площади под графиком зависимости V(t) (+1). Для получения ответа эту «площадь», которая на графике имеет размерность [м/мин ×сутки], т.е. имеет смысл длины трубы, которую заполнит газ за время движения. Для вычисления массы эту эффективную «длину» надо умножить на **ρS** (+1). При приближенных расчетах для удобства можно заменить исходный график подходящим приближенным, то есть таким, у которого площадь примерно такая же, но ее легче посчитать. Пример разбиения на прямоугольные трапеции дан на рисунке. Еще одним вариантом является подсчет всех клеточек, лежащих «внутри» графика, а также минимального количества клеточек, которые «покрывают» график. Среднее этих значений и даст примерное значение, как говорят, оценку, искомой площади.

Величину скорости можно определить по среднему значению в течение соответствующего промежутка (на глаз будет достаточно точно) (+1). Например, в течение первых 50 дней через трубу будет прокачано 6(кг/м^3)·4.6(м/мин)·0.28(м^2)·50(суток)·1440(мин/сутки)≈ 556 тонн газа. Тщательный подсчет «площади под графиком скорости» дает такие значения: за первые примерно 150 дней - 605 [м/мин ×сутки], за второе полугодие 572[м/мин ×сутки].

Таким образом, получаем, что до реконструкции всего было прокачано примерно 1460 тонн газа (+2), а после, с учетом удвоенной плотности, – еще 2770 тонн (+2), т.е. всего примерно 4230 тонн (+1).

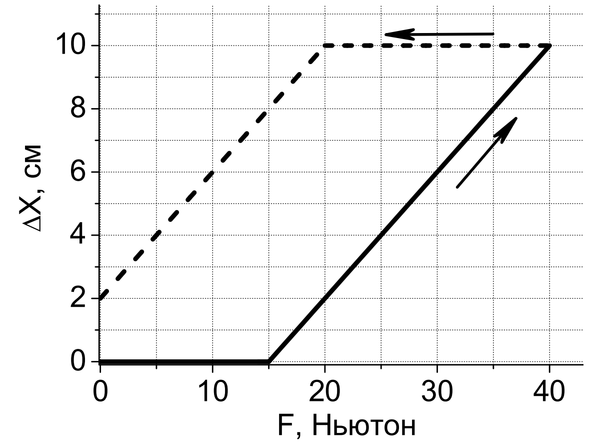
3) Из города M в город N ведет дорога длиной 840 км. Из города M одновременно выехали две машины. Водитель одной из них ехал по 5 часов подряд со скоростью 60 км/ч с перерывами на стоянку по 5 часов каждая. Водитель другой машины ехал со скоростью 40 км/ч, делая через каждые 9 часов остановки по 3 часа. Сколько раз за весь путь между городами машины проезжали мимо друг друга? Какова разница между моментами прибытия машин в город N? Ответы найти, построив графики зависимости перемещения машин от времени.

Решение. Построив зависимость расстояния, на которое каждая из машин проедет вдоль дороги, от времени, получим такой чертеж (по 4 балла за правильный график для каждой из машин). Моменты обгона соответствуют на этом чертеже точкам пересечения графиков. Легко видеть, что машины за время пути между городами обгонят друг друга 4 раза (+1 балл). Время между моментами прибытия машин в город N, т.е. достижение ими значения координаты 860 км, составляет 3 часа (+1).



4)На горизонтальном столе возле стенки находится брусок, который прикреплен к стенке пружиной. К бруску прикладывают медленно увеличивающуюся силу **F**, которая начинает сдвигать брусок, растягивая пружину.

На графике показано, как зависит смещение Δ**X** бруска от достигнутой величины силы **F**. Смещение бруска отсчитывается от его начального положения! После того как брусок сместился на 10 см, величину приложенной силы стали медленно уменьшать, сохраняя ее направление. Зависимость смещения бруска от **F** при уменьшении величины силы показано пунктирной линией. Найти с помощью этого графика коэффициент жесткости пружины, ее начальную деформацию в тот момент, когда сила F еще равнялась нулю, а также силу трения, действующую на движущийся брусок.



Решение: Смещение бруска отсутствует до тех пор, пока внешняя сила F не достигнет значения, равного векторной сумме силы упругости пружины и силы трения, *необходимой* для смещения бруска (+2 балла), $F_{тр}$: $F= F_{тр}+ k\cdot\Delta X_0$. Здесь k - коэффициент жесткости пружины, ΔX_0 - начальная деформация пружины, которая может быть отлична от нуля при наличии силы трения между бруском и столом (при этом $F_{тр}> k\cdot\Delta X_0$). Когда сила трения, действующая на неподвижный брусок, достигает своего максимального значения $F_{тр}$, пружина начинает растягиваться, и сила упругости возрастает в соответствии с законом Гука (+1). По приведенной зависимости видно, что пружина растянулась на 10 см при увеличении внешней силы на 25 Н, т.е. ее коэффициент жесткости k=2.5 Н/см (+1).
При уменьшении внешней силы сила трения начинает уменьшаться, но брусок начинает сдвигаться только тогда, когда величина силы трения опять достигнет $F_{тр}$, но в обратном направлении (+1). Значит, диапазон изменения внешней силы F, при котором брусок стоял на месте, т.е. диапазон 20 Н, показанный горизонтальной пунктирной линией, равен $2\cdot F_{тр}$ (+1). Таким образом, величина силы трения, действующей на движущийся брусок равна 10 Н (+2). Приведенное выше уравнение позволяет определить, что в начальном положении пружина была растянута в направлении действия внешней силы настолько, что сила упругости равнялась 15-10=5 Н, т.е. ее деформация составляла 5/2.5=2 см (+2). Отметим, что остаточная деформация 2 см (точка пересечения пунктирной линии и вертикальной оси координат) равна начальной случайно, из-за выбранного сочетания параметров задачи.

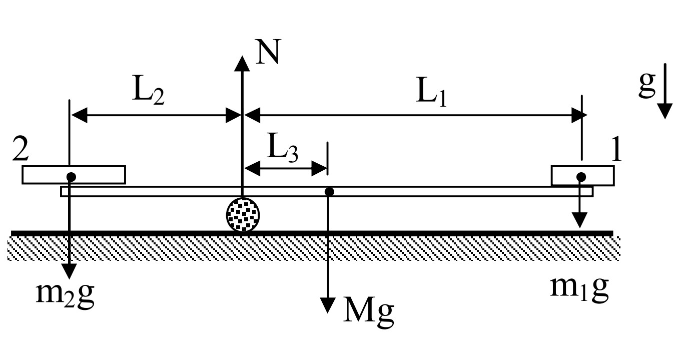
5) В данной задаче предлагается экспериментально определить отношение масс монет номиналом 2 и 1 рубль *при следующих ограничениях*:

а) для измерений разрешается использовать линейку, одну(!) двухрублевую и одну(!) рублевую монеты, а также какой-нибудь цилиндрический предмет вроде карандаша (для опоры/подставки);

б) линейка на небольшой подставке используется в качестве рычажных весов;

в) ДВУХРУБЛЕВАЯ МОНЕТА ДОЛЖНА ЛЕЖАТЬ НА КОНЦЕ ЛИНЕЙКИ.

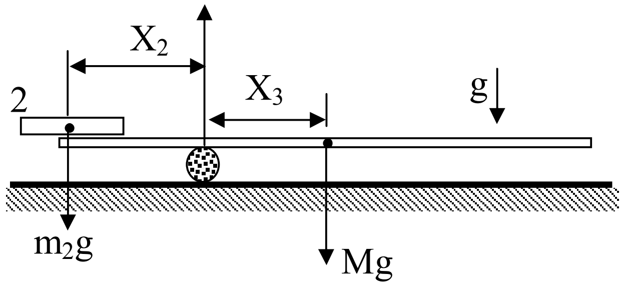
Возможное решение: Если попробовать достичь равновесия линейки с лежащими на концах монетами, то придется сместить точку опоры в сторону более тяжелой двухрублевой монеты. На рисунке справа показаны силы, действующие на линейку с монетами в таком случае.



При вычислении моментов сил относительно точки опоры условие равновесия системы записывается следующим образом:

$$m_2g\cdot L_2 = m_1g\cdot L_1 + Mg\cdot L_3 \quad \text{(+2 балла)}$$

Смысл обозначений ясен из рисунка (рублевую монету не обязательно класть на самый конец линейки). Монеты довольно легкие, поэтому масса линейки должна быть учтена (+1). Положение центра масс линейки можно определить, достигая равновесия линейки без монет (+1). Оно может не совпадать с геометрическим центром линейки!



Определить вклад веса линейки можно, уравновешивая линейку в случае, когда на конце линейки лежит только 2-рублевая монета. В этом случае условие равновесие имеет вид:

$$m_2g\cdot X_2 = Mg\cdot X_3 \quad \text{(+1 балл)}$$

Это более простой способ по сравнению с измерениями при других положениях однорублевой монеты, но можно использовать и иные комбинации измерений. Используя измеренные величины L_1, L_2, L_3, X_2, X_3 из этих уравнений можно исключить вес линейки.

$$Mg = m_2 g\cdot\frac{X_2}{X_3}; \quad m_2\cdot L_2 = m_1\cdot L_1 + m_2\cdot\frac{X_2}{X_3}\cdot L_3$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{L_1}{L_2 - \frac{X_2}{X_3}\cdot L_3} = \frac{L_1\cdot X_3}{L_2\cdot X_3 - X_2\cdot L_3} \quad \text{(+2 балла)}$$

Составители задачи провели измерения, используя две разных, тонкая и толстая (для сравнения результатов), деревянных линейки с разметкой на 40 см. Были проведены измерения для разных положений рублевой монеты.

№ опыта	L_1/мм	L_2/мм	L_3/мм	X_2/мм	X_3/мм	m_2/m_1
Тонкая линейка						
1	215	185	18	149	54	1.59
2	112	168	35	149	54	1.57
3	104	162	42	148	56	1.53
Толстая линейка						
1	211	189	14	166	37	1.67
2	121	179	25	166	38	1.73
3	128	172	21	158	36	1.60

За корректное определение искомого отношения масс монет с помощью минимального количества измерений ставится 2 балла. За дополнительные измерения добавляется 1 балл.

Сравнивая приведенные в таблице результаты между собой, можно заметить, что измерения с использованием тонкой и, следовательно, более легкой линейки имеют меньший разброс. Это связано с тем, что на равновесие более тяжелой линейки больше влияет точность установки самой линейки, чем вес положенных на нее монет. Согласно данным Центробанка отношение должно быть равно примерно 1.57, т.е. измерения с легкой линейкой оказываются весьма точными.

Если в качестве ответа приводится соотношение вида $\frac{m_2}{m_1} = \frac{L_1}{L_2}$, т.е. игнорируется наличие массы у линейки, то при одном корректном измерении всего ставится 3 балла.
Способ измерения, при котором по очереди каждая монета кладется на конец линейки и находится положение равновесия, также считается правильным.