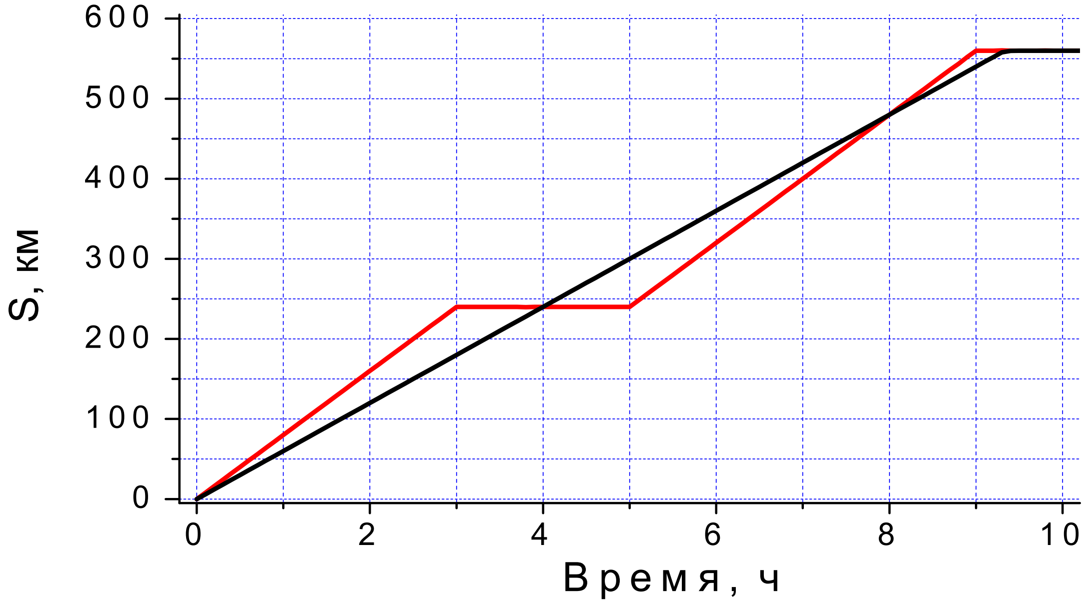
Заочный этап Всесибирской олимпиады, 2014-2015.
Физика, 7 класс
Возможные решения с баллами. Максимальный балл за задачу – 10.

1) Из города M в город N ведет дорога длиной 560 км. Из города M одновременно выехали две машины. Водитель одной из них ехал со скоростью 80 км/ч три часа подряд, потом постоял на обочине 2 часа и с прежней скоростью продолжил движение. Во второй машине было два водителя, и они ехали без остановок со скоростью 60 км/ч. Сколько раз по пути между городами машины проезжали мимо друг друга? В какие моменты времени, считая от начала движения, это происходило? Ответы найти, построив графики зависимости перемещения машин от времени.

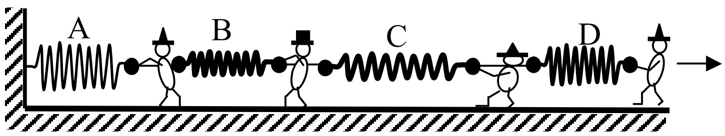
Решение. Построив зависимость расстояния, на которое каждая из машин отъехала вдоль дороги, от времени. Получим график, показанный ниже (по 3 балла за правильный график для каждой из машин). Момент, когда одна машина проезжает мимо другой на таком графике соответствует точке пересечения линий. С помощью графика легко видеть, что



машины за время пути между городами проезжают мимо друг друга 2 раза (+2), и происходило это через 4 и 8 часов после начала движения (+2).

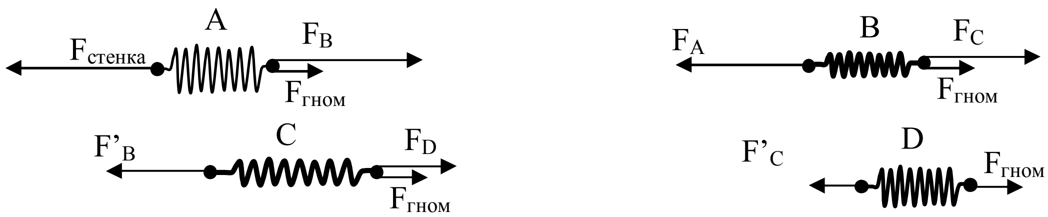
2) У каждого из 4-х гномов есть своя пружина. Пружины все разные – их коэффициенты жесткости равны 1, 2, 3, 4 Н/см.

Гномы решили соединить все пружины концами одну за другой и, прикрепив с одной стороны за стенку, растянуть систему пружин на максимально возможную длину. Считать, что максимальная сила, с которой гном может что-нибудь тянуть или толкать, равна 4 Н. Как им нужно расположиться, чтобы выполнить задуманное, если каждый гном хочет тянуть за конец именно своей пружины? Насколько они смогут увеличить общую длину пружин?



Решение:

Обозначим пружины буквами *A, B, C, D*, считая от стены. Для получения ответа на вопрос задачи важно понять, какие силы действуют на пружины. Ниже изображены силы, действующие на каждую из пружин. В обозначениях явно указан объект (обозначение пружины), со стороны которого приложена соответствующая сила:



Например, обозначение F_D указывает, что имеется в виду сила, действующая *со стороны* пружины *D*. Пружины *B* и *C* взаимодействуют с двумя пружинами, поэтому соответствующих обозначений по два, но силы F'_B и F_B разные по величине!

Проще всего начать с четвертой от стены пружины. Силы $F_{гном}$ и F'_C равны по величине, так как пружина в конечном итоге неподвижна. Для краткости будем обозначать $|F_{гном}|=F=4Н$, т.е. $|F'_C|=F$. Величину равнодействующей, приложенной к одному из концов (любому) пружины, называют натяжением или силой упругости пружины, т.е. натяжение пружины *D* равно F (+1 балл).

По 3-ему закону Ньютона, силы, с которыми взаимодействуют две сцепленные пружины в точке касания, равны по величине: $|F_D|=|F'_C|=F$ (+1 балл).

Равнодействующие сил, приложенных к разным концам каждой из других пружин, также попарно равны, т.е. $|F'_B|=|F_D + F|=2F$, т.е. натяжение пружины *C* равно 2F. Продолжая аналогичные рассуждения, получаем, что натяжение пружины *B* равно $|F_C + F|=3F$, пружины *A* – 4F (+2 балла все величины).

Для справки: на стенку действует сила, равная силе, которую прикладывают к системе пружин все гномы вместе, т.е. 4F.

Дальше надо применить закон Гука, который связывает натяжение пружины и ее деформацию. Обозначим $k_A, ...k_D$ – коэффициенты жесткости первой, второй и т.д. пружин, считая от стенки. Пока неизвестно, где какая именно пружина должна быть, чтобы удовлетворить условию задачи. Применяя закон Гука, получаем, что у пружины *D* растяжение равно $\dfrac{F}{k_D}$, у пружины *C* – $\dfrac{2F}{k_C}$, *B* – $\dfrac{3F}{k_B}$, *A* – $\dfrac{4F}{k_A}$ (+1 балл за все величины).

Полное растяжение всех пружин будет сумме растяжений каждой из пружин

$$\Delta X = \frac{4F}{k_A} + \frac{3F}{k_B} + \frac{2F}{k_C} + \frac{F}{k_D} \qquad \text{(+1 балл).}$$

Чтобы найти, где какая пружина должна стоять, можно заметить следующее:

$$\Delta X = \frac{4F}{k_A} + \frac{3F}{k_B} + \frac{2F}{k_C} + \frac{F}{k_D} = \frac{3F}{k_A} + \frac{2F}{k_B} + \frac{F}{k_C} + \left(\frac{F}{k_A} + \frac{F}{k_B} + \frac{F}{k_C} + \frac{F}{k_D}\right)$$

Слагаемое в скобках не зависит от порядка соединения пружин. Значит, максимальное растяжение ΔX будет тогда, когда будет максимальна сумма $\dfrac{3F}{k_A} + \dfrac{2F}{k_B} + \dfrac{F}{k_C}$. Так как дробь уменьшается при увеличении знаменателя (при постоянном числителе), то среди коэффициентов k_A, k_B, k_C не должно быть самого большого, равного 4 Н/см. В противном случае эту сумму можно было бы еще увеличить, поменяв эту пружину на более «слабую». Таким образом, четвертая пружина должна быть самой жесткой, т.е. k_D=4 Н/см, а ее растяжение будет равно 1 см. Проводя аналогичные рассуждения, можно показать, что первая от стенки должна быть самой слабой, а далее жесткость должна возрастать (+1 балл за определение положения одной пружины, +2 – за все). Если в решении приведены другие непротиворечивые рассуждения о требуемом порядке пружин, баллы не снимаются.

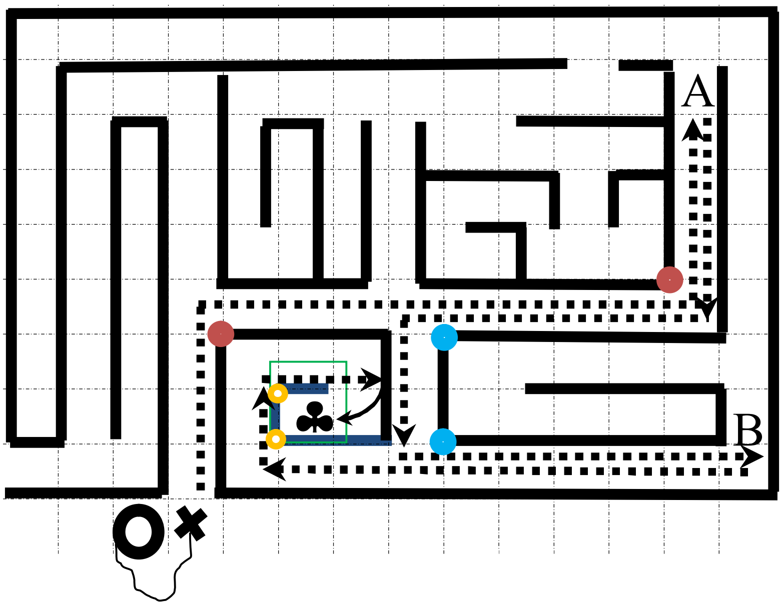
Таким образом, полное растяжение всех пружин вместе составит 16+6+8/3+1=25.6(6)≈25.7 см (+2 балла).

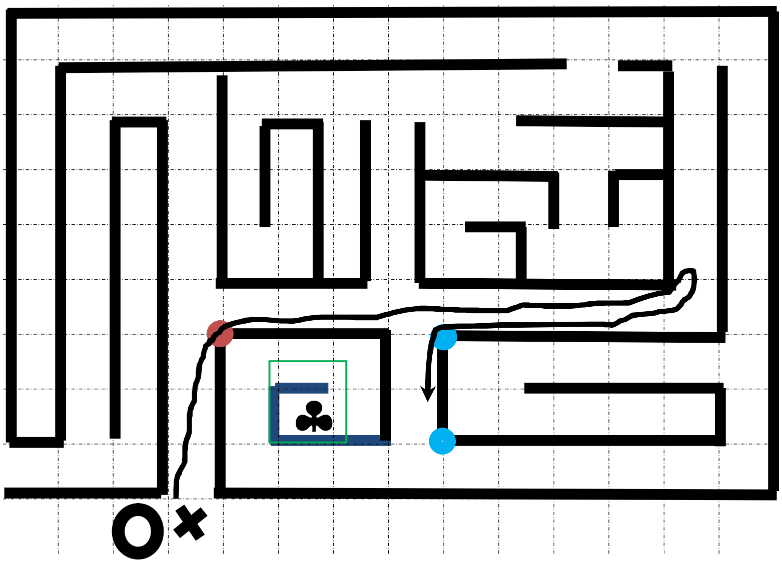
Если правильный ответ получен прямым перебором нескольких вариантов, то ставится 8 баллов (два варианта или отсутствие обоснование – 7).

3) Школьник участвует в детском конкурсе, где надо пройти по лабиринту, показанному на рисунке. По условиям конкурса к поясу школьника привязана крепкая леска, но браться за нее руками или наматывать, поворачиваясь вокруг себя, нельзя. По прямому коридору школьник может тянуть за собой леску на любое расстояние. Школьник может поворачивать за угол, но если поворотов больше чем два, то из-за трения об углы лабиринта протянуть леску дальше уже не получается. Помогите школьнику добраться до приза, не нарушая условия конкурса. За какое минимальное время он сможет это сделать, если расстояние, равное стороне клеточки, он проходит примерно за 10 секунд? Начальное положение школьника (X) и положение приза (♣) показаны на схеме. Считать, что свободно лежащая леска обратно не сматывается.

Решение: Для того, чтобы добраться до приза, школьнику придется сначала дойти до точки A (+3 балла). При этом леска трется об углы, показанные красным. Затем до точки B (+3 балла). На этом пути леска будет тереться об углы, отмеченные синим цветом. Это нужно для того, чтобы вытянуть леску на длину, достаточную для преодоления двух последних поворотов, отмеченных желтыми точками. Для примера на нижней схеме показано примерное положение лески в промежуточной ситуации.

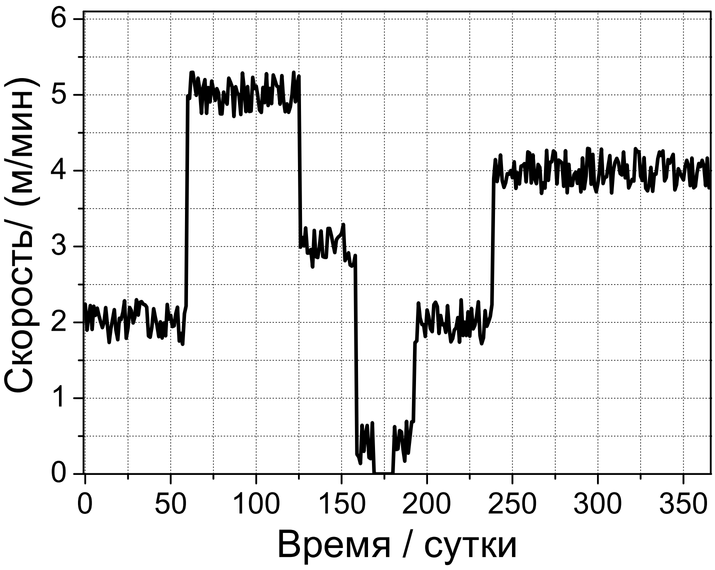
Так как леска может смещаться и стремится натягиваться на участках между двумя углами, то участки, где стенки отмечены темно-синим цветом, школьнику надо проходить вдоль стенок. Если не обращать внимания на неопределенность положения школьника и лески по ширине прохода, то минимальное время для такого перемещения получается равным примерно 450 секунд (+4 балла).





4) В котельную подают газ по трубе с площадью сечения 0.01 м^2. На графике показано, как средняя за сутки скорость газа в трубе зависела от времени в течение года. Благодаря реконструкции котельной всю вторую половину года газ в трубе подавался под высоким давлением, из-за чего его плотность была вдвое выше, чем обычно. С помощью графика определите, какова примерная масса газа, поступившего в котельную за весь год, если до реконструкции 1 литр газа в трубе имел массу 6 г?

Решение:



Масса μ газа, поступающего через трубу каждую секунду, равна ρVS, где ρ- плотность газа в трубе, **V** – средняя скорость в трубе, **S** - площадь сечения трубы (+1 балл). Массовый расход μ имеет размерность [масса/время], например, кг/сек. Для того, чтобы найти массу газа, прошедшего через трубу за какой-то промежуток времени ΔT, надо найти произведение $\mu \cdot \Delta T$. Отметим, что в произведении $\rho VS \cdot \Delta T$ есть сомножитель **($V \cdot \Delta T$).** Эта величина имеет смысл расстояния, которое газ проходит за время ΔT по трубе.

При таком способе вычислений не будет ошибки только в том случае, когда μ , т.е. скорость движения газа, не изменяется в течение всего этого промежутка. Согласно данным задачи, скорость подачи газа зависит от времени, поэтому приходится разбить весь год на промежутки, в течение которых величина μ была практически постоянна: 0-60, 60-125, 125-160, 160-170. 180-190, 190-240, 240-365 (+2 балла). В течение этих промежутков скорость подачи газа сравнительно быстро колеблется относительно некоторого постоянного (среднего) значения. Его можно определить на глаз и большой ошибки не возникнет.

В качестве величины скорости на том или ином участке можно взять это среднее значение (+1). Например, в течение первых 60 дней года через трубу прокачают
6(кг/м^3)·2(м/мин)·0.01(м^2)·60(суток)·1440(мин/сутки)≈10.4 тонны газа.

Обращайте внимание на размерность величин, данных в условии!

Считая для следующих участков, получаем ,что до реконструкции, т.е. за первые примерно 150 дней всего будет примерно 48 тонн газа (+2), а после, с учетом удвоенной плотности, – еще 104 тонны (+2), т.е. всего примерно 152 тонны (+2).

Заметим, что ответ можно получить, просуммировав сначала произведения $\mathbf{V \cdot \Delta T}$ по всем участкам первого полугодия, а затем второго. Такой расчет аналогичен вычислению площади под графиком зависимости V(t) и имеет смысл расстояния, которое конкретная порция газа прошла бы по очень длинной трубе за это время. Точный подсчет дает, что для первого полугодия такая «площадь» равна примерно 555 [(м/мин) × сутки], а для второго – 598 [(м/мин) × сутки]. Далее, умножив эффективную «длину» всего прошедшего газа на площадь трубы и плотность, можно получить искомое значение массы.

5) В данной задаче для подготовки к опыту предлагается провести следующие действия:

а) Взять небольшой предмет цилиндрической формы с ровными краями (крышка от пластиковой бутылки, пластмассовый стаканчик, кружка, и т.п.);

б) закрепить на его боковой поверхности конец нитки (привязать к ручке, приклеить скотчем и т.п.) и намотать нитку на боковую поверхность предмета в 10-30 оборотов;

в) поставить этот предмет на торцевую сторону на горизонтальную, достаточно гладкую поверхность (закрепленный лист бумаги на столе и т.п.);

г) отметить начальные положения предмета и свободного конца слегка натянутой нити.

Теперь можно приступить к проведению опыта. В данной задаче предлагается тянуть за свободный конец нитки и измерять смещения конца нитки (X) и самого предмета (Y), отсчитывая их от начальных положений. Получаемые данные занести в таблицу, а затем по ним построить график зависимости смещения предмета от смещения конца нити Y(X).

Возможное решение: Составители использовали для количественных измерений цилиндрическую картонную банку из под чая с металлическими крышками на торцах. Диаметр крышек составлял 66 мм, высота банки - 160 мм. Еще использовался картонный контейнер для плакатов диаметром 60 мм, высотой 450 мм. Конструкция крышек во всех случаях была такой, что сила трения к крышке была приложена только на ее краях, и радиус намотки нити был примерно равен радиусу крышки. Для изменения массы в банку насыпали пшено.

Были проведены эксперименты при разной высоте намотки нити на банку: в самом низу и в самом верху, практически вплотную к нижней и верхней крышкам, соответственно, а также посередине банки. Нитка натягивалась таким образом, чтобы

1) движение банки было медленным;

2) чтобы оставаться параллельной своему начальному направлению.

Постоянство направления нити оказалось важным при намотке нити на высоких уровнях. В этих случаях направления перемещений конца нити и банки различались. При увеличении высоты намотки угол между этими направлениями увеличивался. Максимальный угол, 81^o - 82^o был получен при использовании высокого контейнера при намотке нити на самом верху.

На графике приведены результаты трех экспериментов. Измеренные значения показаны символами. Погрешность измерений не больше, чем размер символов на графике. Знаками «X» показаны результаты, полученные после засыпания банки пшеном (около 0.5 кг).

Линия показывает теоретически ожидаемую зависимость для намотки нити снизу в случае, когда радиус намотки строго равен тому радиусу, на котором возникает трение. В этом случае предсказываемые перемещения конца намотанной нити и самого цилиндра относятся ровно как 2:1.

Таким образом, результаты экспериментов показали, что если сила трения приложена по краям цилиндра, то, при намотке нити на цилиндр, соотношение скоростей конца нити и центра цилиндра примерно равно 2:1 независимо от места намотки и массы банки.

За полноту описания проведенных экспериментов ставилось 2 балла.

Если для построения одного графика использовалось более 5 точек, то ставилось 2 балла за график (всего не более 6), 3-5 точек – 1 балл, менее 3 - график не считается построенным.

За тот или иной ясно сформулированный вывод о величине соотношений перемещений – 2 балла.