

І Этап Всесибирской олимпиады-2014.

7-8 классы,

Физика

Возможные решения с баллами. Максимальный балл за задачу – 10.

7 КЛАСС

1) В городе N по маршруту длиной 24 км с 8-ю промежуточными остановками ходят автобус и маршрутное такси. Скорость движения между остановками у такси составляет 60 км/час, а у автобуса – 40 км/час. Также известно, что на остановках такси стоит по одной минуте, а автобус – по две. Во сколько раз средняя скорость движения по маршруту у такси больше, чем у автобуса?

Решение. Обозначим через L длину маршрута, $V_T=60$ км/час – скорость такси во время движения между остановками, $V_A=40$ км/час – скорость движения автобуса. Время стоянки обозначим $T_1=1$ мин и $T_2=2$ мин. Так как во время стоянки на остановке транспортное средство не перемещается вдоль маршрута, что время собственно движения по маршруту составляет $L/V_T=24$ минуты для такси (+2 балла) и $L/V_A=36$ минут для автобуса (+2). Полное время движения составит $L/V_T+8 \cdot T_1=32$ (+1) и $L/V_A+8 \cdot T_2=52$ минуты (+1), соответственно.

Обратное отношение времен движения равно отношению средних скоростей (+2, или найдены значения средних скоростей по +1 баллу), $13/8 \approx 1.63$ (+2).

2) Учительница математики ведет занятия в 5-м и 10-м классах. В понедельник в школе были все ученики, а на следующий день на соревнования уехали восемь учеников из 5-го класса и шестеро из 10-го. Поэтому во вторник учительница принесла домой на 0.8 кг тетрадей меньше и проверила их на 1 час быстрее, чем в понедельник. Известно, что:

а) работу у 5-классника учительница проверяет в 2 раза быстрее, чем у 10-классника;

б) масса тетрадей у 10-классников вчетверо больше, чем у 5-тиклассников;

в) число учеников в каждом классе - 24.

Сколько времени длилась вся проверка, и какова была масса всех тетрадей в понедельник? Считать, что все пришедшие в класс сдают домашние задания!

Решение. Если тетради пятиклассника и десятиклассника проверяются за время T_1 и T_2 , соответственно, то, $T_1=T_2/2$. Так как во вторник было меньше на 8 пятиклассников и 6 10-тиклассников, то $8 \cdot T_1+6 \cdot T_2=10 \cdot T_2=60$ мин. (+2 балла) Т.е. тетради пятиклассника и десятиклассника проверяются за 3 и 6 минут, соответственно (+1).

Всего в понедельник для проверки потребовалось $24(T_1+T_2)=216$ мин=3.6 ч (+2).

Если тетради пятиклассника и десятиклассника имеют массы M_1 и M_2 , соответственно, то, $M_1=M_2/4$. Из условия на массы тетрадей, следует, что $8 \cdot M_1 + 6 \cdot M_2 = 8 \cdot M_2 = 0.8$ кг (+2), т.е. $M_2=100$ г, $M_1=25$ г (+1).

Т.е. полная масса всех тетрадей по математике обоих классов равна $M=24(M_1+M_2)=3$ кг (+2).

3) На фабрике делают 2400 тонн полимерных гранул в год. Для отправки контейнеров с продукцией в течение года приходилось заказывать 600 машин. Каждая такая машина может везти не более двух контейнеров, а полная масса груза машине не должна превышать 6-ти тонн. На фабрике изменили технологию производства, и плотность гранул увеличилась вдвое. Сколько теперь нужно заказывать тех же машин в течение года для отправки той же массы гранул? Считать, что фабрике выгодно заказывать как можно меньшее число машин, масса одного пустого контейнера равна 500 кг.

Решение. Из условия следует, что до модернизации каждая машина везла по два полностью заполненных контейнера по 2 тонны каждый (+2 балла).

Всего получается 5 тонны на машину (еще 1 тонна – контейнеры, +2). После увеличения плотности контейнеры уже нельзя заполнять целиком, так как будет превышена предельная масса груза на машине (+2).

Значит, одна машина теперь сможет перевозить 5 тонн гранул (+2), и всего машин потребуется 480 штук (+4).

4) Том Сойер и Гекльберри Финн вместе красят длинный забор с противоположных концов. Том мажет краску слоем 2 мм и расходует 2 литра краски за минуту. Гек старается размазывать краску потоньше, слоем 1.5 мм, и расходует 1 литр в минуту. Сколько времени друзья красили весь забор, если его длина 80 м, а высота – 2 м?

Решение. За минуту Том закрашивает $2000/0.2=10^4$ см² поверхности забора (+2 балла), а Гек – $1000/0.15=(2/3) \cdot 10^4$ см² (+2). При высоте забора 2 м край той части забора, которую уже покрасил Том, смещается вдоль забора со скоростью $10^4/200=50$ см/мин (+1), а у той части, которую уже покрасил Гек, длина увеличивается со скоростью $(100/3)$ см/мин (+1).

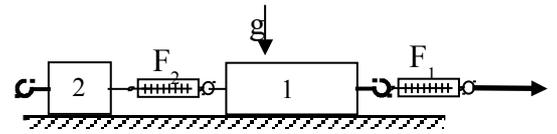
Скорость уменьшения длины непокрашенной части забора равна $(250/3)$ см/мин $=2.5/3$ м/мин (+1).

На всю покраску друзья потратят $80/(2.5/3)=240/2.5=96$ мин. (+3).

Ответ можно получить и определив отношение площади всего забора к площади, закрашиваемой обоими мальчиками за минуту, $80 \cdot 2(\text{м}^2)/(1+2/3)=(3/5) \cdot 160=96$ мин.

8 КЛАСС

1) У школьника есть два легких динамометра и два груза. Он соединил грузы и динамометры, как показано на рисунке, и потянул правый динамометр вдоль стола.



Когда оба груза скользили по столу, показание правого динамометра было $F_1=7$ Н, а у другого динамометра $F_2=2$ Н. Затем школьник перенес правый динамометр влево, прицепил его к грузу №2 (за левый крюк) и грузы стали скользить влево. Что теперь показывает динамометр между грузами?

Решение: Для того, чтобы брусок сдвинулся с места, к нему должны быть приложены силы, с равнодействующей не меньше некоторой величины (+2 балла). Из условия задачи следует, что брусок №2 сдвигается с места, когда к нему приложена сила $F_2=2$ Н (+1). При этом такая же сила должна действовать на динамометр и со стороны тела №1. Равнодействующая сил, приложенных к бруску №1, поэтому равна $F_1-F_2=5$ Н (+2). Такая же сила должна быть приложена к этому бруску и во втором опыте (+3). Таким образом, показание динамометра между грузами составит 5 Н (+2). Если в приведенном решении явно не указано, что для смещения бруска в любую сторону вдоль горизонтальной поверхности нужна одна и та же по величине сила, за формально правильный ответ ставится 7 баллов.

2) Грузовик едет по пустой дороге с постоянной скоростью 54 км/ч. Известно, что светофор на этой дороге разрешает и запрещает проезд каждые 25 секунд. Водитель, находясь от светофора на расстоянии 0.55 км, увидел, что появился разрешающий сигнал. Через 10 секунд после этого водитель решил уменьшить скорость настолько, чтобы не останавливаться на светофоре. С какой скоростью ему теперь следует поехать?

Решение: Водитель решил изменить скорость, когда до светофора осталось 400 м (+2 балла). До моментов появления запрещающих сигналов остается 15 сек, 65 сек, и т.д. (+1), а до появления разрешающих – 40 сек, 90 сек и т.д. (+1) Чтобы подъехать к светофору быстрее чем за 15 секунд, ему пришлось бы не уменьшить, а увеличить (+1) скорость. Чтобы подъехать к моменту включения следующих разрешающих сигналов, ему надо снизить скорость до $400/40$ м/с = 36 км/час (+1) или до $400/90$ м/с = 16 км/час и т.д. (+1) Но так как водитель не хочет подъехать к включению запрещающего сигнала, то его скорость должна быть не менее, чем $400/65$ м/с ≈ 22.2 км/час, т.е. скорость должна быть в диапазоне $22.2 \div 36$ км/час (+2). Условию задачи удовлетворяют и другие диапазоны, например, $12.5 \div 16$ км/час и т.д. (+1, при отсутствии явного указания на другие возможные решения ставится максимум 9 баллов). По-видимому, такие варианты значений скорости можно считать неподходящими для реальной ситуации.

3) Том Сойер и Гекльберри Финн красят длинный забор с противоположных концов. Том мажет краску слоем 2 мм и расходует 2 литра краски за минуту. Гек размазывает краску потоньше, слоем 1.5 мм, и расходует 1 литр в минуту. Когда 20% забора еще оставались непокрашенными, Тома позвали домой, и Геку пришлось еще час докрашивать самому. Сколько всего краски израсходовал Гек?

Решение. За минуту Том закрашивает $2000/0.2=10^4$ см² поверхности забора (+1 балл), а Гек – $1000/0.15=(2/3) \cdot 10^4$ см² (+1).

По условию, Гек за один час покрасил пятую часть забора, т.е. ее площадь была равна $60 \cdot (2/3) \cdot 10^4$ см² = $4 \cdot 10^4$ см² = 40 м² (+1).

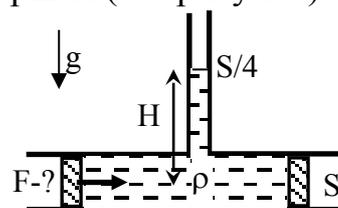
Остальные 4/5 забора, т.е. 160 м², друзья красили вдвоем, причем Том за одно и то же время красит в 1.5 раза большую площадь. Значит, до ухода Тома Гек покрасил $160 \cdot 1/(1+1.5)=64$ м² (+2).

Ушло у него на это $64/40=1.6$ часа = 96 мин (+2). Т.е. всего Гек красил 156 минут (+1) и израсходовал 156 л краски (+2).

4) Нижнюю часть Т-образной трубы перекрывают два поршня (см. рисунок).

Из-за трения минимальная сила, которая необходима, чтобы сдвинуть какой-либо поршень с места, равна F_0 .

Через открытый вертикальный отрезок в трубу между поршнями заливают жидкость плотности ρ так, что высота столба в этом отрезке равна H , а поршни



остаются в покое. Затем левый поршень медленно сдвигают до тех пор, пока правый поршень не сдвинулся. Насколько пришлось сдвинуть левый поршень, и какая при этом потребовалась максимальная сила? Площадь сечения трубы в нижней части - S , в вертикальном отрезке – в 4 раза меньше.

Решение. По условию, поршень сдвинется, если со стороны жидкости к нему будет приложена сила F_0 , т.е. давление увеличится до F_0/S (+1). Это случится, если из-за смещения левого поршня высота столба в вертикальном отрезке увеличится до $H_1 = F_0/(\rho g S)$ (+2).

Вследствие постоянства объема жидкости (+1), смещение левого поршня должно быть вчетверо меньше (+2), чем изменение высоты столба жидкости, т.е. $(F_0/(\rho g S) - H)/4$ (+2).

Так как силы давления жидкости на оба поршня одинаковы, то максимальное значение силы, необходимое для требуемого смещения левого поршня, составляет $2F_0$ (+2).

5) Гномы из палки сделали весы для орехов. С одной стороны, на расстоянии 50 см от подвеса, к палке привязан камень. Он уравнивает корзину, подвешенную на расстоянии 1 м от подвеса, если в ней лежит 200 орехов. Маленький гном крепко уснул в корзине. Другие гномы решили его не будить, но по-прежнему отмерять по 200 орехов, складывая их рядом со спящим. Но чтобы так сделать, гномам пришлось сдвинуть точку подвеса палки на 10 см. Какова масса маленького гнома, если ее измерять в «орехах»? Считать, что палка очень легкая, а масса корзины равна массе 100 орехов.

Решение. Равновесие достигается при равенстве моментов сил, действующих на разные плечи весов (+1 балл). Так как масса груза в корзине увеличилась, то точку подвеса палки надо подвинуть к корзине (+1). Плечо силы тяжести, действующей на камень, увеличилось в 1.2 раза, т.е. момент этой силы также увеличился в 1.2 раза (+1).

Плечо силы тяжести, действующей на корзину с орехами, уменьшилось до $9/10$ от прежней величины (+1).

Равенство моментов сил сохраняется, если масса груза в корзине увеличится в $(10/9) \cdot (12/10) = 4/3$ раза (+2).

Поэтому масса гнома, корзинки и орехов вместе должна быть больше в $4/3$ раза, чем масса только корзинки и орехов (+1), т.е. масса гнома будет равна $1/3$ массы $100 + 200 = 300$ орехов (+1).

Таким образом, масса спящего гнома составляет 100 «орехов» (+2).