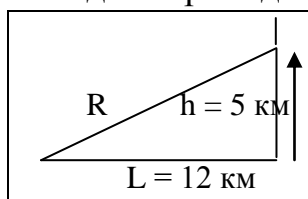


I этап (очный) Всесибирской олимпиады по физике
Задачи 9 кл. (14 октября 2012 г.)

1. Два туриста должны сесть на курсирующий по прямолинейному каналу пассажирский катер. Когда до канала осталось 12 км, они разошлись. Первый отправился по кратчайшему пути к каналу – там находился ближайший причал. Второй пошёл прямо к другому причалу, находящемуся в 5 км от ближайшего. Скорости катера 20 км/час, туристов 5 км/час. Только один из туристов успел к катеру. Какой из них? Мог ли попавший на катер турист ожидать прихода катера 5 минут?



Решение

Второй турист прошёл $R = 13$ км (теорема Пифагора) и вышел к своему причалу на время $T_1 = (R - L)/u = 1/5$ часа позже первого ($u = 5$ км/час скорость туристов, далее $v = 20$ км/час скорость катера). Если первый успел к катеру, то и второй успевает. Ведь расстояние $h = 5$ км катер проходит за время $T_2 = h/v = 1/4$ часа, что больше T_1 ! По условию успел только один турист, значит это второй. Наибольшее время ожидания T отвечает случаю, когда первый турист приходит к причалу в момент отхода катера, тогда $T = T_2 - T_1 = 1/4 - 1/5 = 1/20$ часа = 3 минуты. Ждать 5 минут он не мог.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Нахождение пройденного вторым туристом пути	$R^2 = L^2 + h^2$; $R = 13$ км	3
Нахождение времени T_1	$T_1 = (R - L)/u = 1/5$ часа	2
Нахождение времени T_2	$T_2 = h/v = 1/4$ часа	1
Вывод об опоздавшем по сравнению времён	$T_2 > T_1$ (указание)	2
Нахождение наибольшего времени ожидания	$T = T_2 - T_1 = 3$ минуты	1
Ответ на второй вопрос	$T < 5$ минут (указание)	1

2. Автомобиль едет по шоссе вдоль железной дороги со скоростью $v = 30$ м/с и обгоняет поезд за время $T_1 = 40$ с. Потом он разворачивается, едет назад с той же скоростью и встречает тот же поезд. На этот раз он проезжает вдоль поезда время $T_2 = 8$ с. Найдите длину поезда, если его скорость оставалась неизменной.

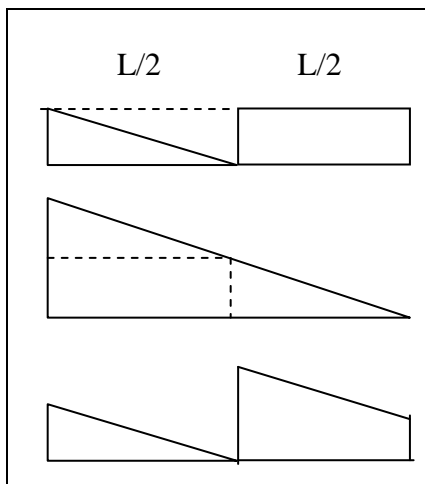
Решение

Рассмотрим при обгоне отрезок от автомобиля до «головы» поезда. Когда автомобиль поравнялся с «хвостом» поезда, длина этого отрезка равна длине поезда L . С заднего конца длина этого отрезка сокращается каждую секунду на v , а с переднего увеличивается на u , где u скорость поезда. Полное же сокращение за единицу времени составляет $v - u$. До нуля дистанция до головы поезда сокращается за время T_1 . Таким образом $L/T_1 = v - u$. При встречном движении от L до нуля за время T_2 сокращается дистанция от автомобиля до хвоста поезда, тогда $L/T_2 = v + u$. Исключив из этих соотношений неизвестную скорость поезда, найдём $L = 2vT_1T_2/(T_1 + T_2) = 400$ м. Возможны решения, связанные с переходом в систему покоя поезда (или автомобиля).

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Вывод о ежесекундном сокращении дистанции а) при попутном б) встречном движении	а) $v - u$ б) $v + u$	2(1+1)
Нахождение соотношений для L T_1 T_2 и скоростей	$L/T_1 = v - u$; $L/T_2 = v + u$ или аналоги	4 (2+2)
Нахождение L (получение уравнения, решение, числовой ответ)	$L/T_2 + L/T_1 = 2v$ (аналоги) $L = 2vT_1T_2/(T_1 + T_2) = 400$ м	4

3. До снегопада на круговой дорожке почти не было снега. С началом снегопада снегоуборочная машина начинает убирать снег с неё, двигаясь с постоянной скоростью и полностью счищая снег перед собой. Снег идёт равномерно. Когда машина прошла полкруга, суммарная масса снега на всей дорожке $m = 3,6$ т. Какова масса снега на дорожке, когда машина завершит круг? Полтора круга?



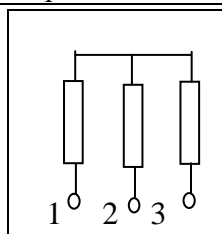
Решение

При равномерности снегопада масса упавшего снега на каждом «единичном» участке нарастает с некоторой постоянной скоростью. Сразу за машиной она нулевая, увеличиваясь пропорционально времени с момента прохождения данного участка машиной. Поэтому «профиль» распределения массы снежного покрова при прохождении полукруга таков, как на рис. сверху. Если на половине круга перед машиной выпала масса снега M , то на половине круга за машиной остаётся $M/2$. Таким образом $m = (3/2)M$, $M = (2/3)m = 2,4$ т. При завершении круга полная масса выпавшего снега равна $4M$ – удваивается за счёт удвоения времени и удвоения длины. Остаётся же на всём кругу половина этой массы $M_0 = 2M = 4,8$ т. Профиль распределения массы указан на рис. посередине. При дальнейшем движении сразу за машиной снега нет, а на «единичном» участке сразу перед машиной, масса, выпавшая за время прохождения всего круга. Таким образом профиль остаётся прежним, только перемещается по кругу вместе с машиной. Если отрезок L на рис. посередине и внизу замкнуть в кольцо, то такое совпадение профилей очевидно. Остающаяся на дороге масса $M_0 = 4m/3 = 4,8$ т и для 1 и 1,5 кругов.

При решении без рассмотрения профиля покрова ключевой момент решения состоит в выводе, что на пройденном машиной участке половина выпавшего за время прохождения снега остаётся, а половина счищается.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Вывод, что на пройденном участке массы сброшенного и оставшегося снега равны		3
Распределение снега при прохождении полукруга	$m = M + M/2$	2
Распределение снега при прохождении круга	$M_0 = 2M = 4m/3 = 4,8$ т	3
Распределение снега при прохождении более круга		2



4. Найдите сопротивления каждого из трёх резисторов, соединённых по схеме на рисунке, если показания омметра при подсоединении к контактам 1 и 2 равно R_{12} , к 1 и 3 – R_{13} , к 2 и 3 – R_{23} .

Решение

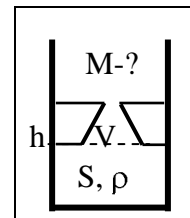
Пронумеруем резисторы также как подсоединённые к ним контакты. Омметр измеряет сопротивление между контактами, где каждая пара резисторов оказывается последовательно соединённой. Тогда $R_1 + R_2 = R_{12}$, $R_2 + R_3 = R_{23}$, $R_3 + R_1 = R_{13}$. Сложив два уравнения и вычтя третье, получим удвоенное искомое сопротивление.

Окончательно: $R_1 = (R_{12} + R_{13} - R_{23})/2$, $R_2 = (R_{12} + R_{23} - R_{13})/2$, $R_3 = (R_{23} + R_{13} - R_{12})/2$.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Введение разумных обозначений резисторов		2
Указание на последовательное соединение		2
Выражение R_{12} , R_{23} , R_{13} через искомые сопротивления	$R_1+R_2=R_{12}$, $R_2+R_3=R_{23}$, $R_3+R_1=R_{13}$	3
Нахождение искомых сопротивлений	$R_1 = (R_{12} + R_{13} - R_{23})/2$ и далее	3

5. Поршень высоты h вставлен в вертикальный цилиндр с площадью сечения S , под ним жидкость плотности ρ . В поршне есть сквозная полость объёма V . При какой массе поршня M жидкость начнёт проникать в область выше поршня? Трения поршня со стенками нет.



Решение

Избыточное давление жидкости на нижнем уровне поршня удерживает поршень и воду в полости. Условие равновесия $\rho ghS = (M + \rho V)g$, тогда $M = \rho(Sh - V)$. Можно по-другому, указав, что ситуация отвечает плаванию полностью погружённого поршня, а тогда его средняя плотность равна плотности воды: $M/(Sh - V)$, откуда тот же ответ.

Разбалловка

Этапы решения	Соотношения	Баллы
Формулировка условия равновесия		2
Нахождение избыточного давления и сил	ρgh ; ρghS ; Mg ; ρVg ,	4
Уравнение для M (условие равновесия)	$\rho ghS = (M + \rho V)g$ или аналог	2
Нахождение M	$M = \rho(Sh - V)$.	2