

Заочный тур 2012-2013

11 класс

Полное решение и получение правильного ответа в указанных в условиях единицах оценивается из 5 баллов за задачу. Если в задаче требуется найти несколько величин, то их числовые значения приводятся в ответе через точку с запятой в том порядке, в каком о них спрашивается в условии. Задача не считается решённой, если приводится только ответ.

1. Тела с массами m и $2m$ подвешены в одной точке на невесомых нитях одинаковой длины. Их отводят в противоположные стороны, поднимая каждое на высоту $H = 90$ см, и одновременно отпускают. При ударе тела слипаются. На какую высоту (в см) поднимется образовавшееся тело?

Решение

Тела столкнутся в нижней точке. Из сохранения энергии скорости их перед столкновением одинаковы по величине и $v^2 = 2gH$. Для нахождения скорости после слипания u воспользуемся законом сохранения импульса: $Mv - mv = (M + m)u$ (за короткое время удара передачей импульса от внешних сил можно пренебречь). Тогда $u = v(M - m)/(M + m)$, а часть кинетической энергии идёт на увеличение внутренней энергии. При подъёме кинетическая энергия образовавшегося тела переходит в потенциальную, и $u^2 = 2gh$. И окончательно $h = Hv^2/u^2 = H(M - m)^2/(M + m)^2$. А при указанных массах $h = H((2m - m)/(2m + m))^2 = 10$ см.

Ответ: 10.

2. Тележка с песком суммарной массы $M = 10$ кг катится горизонтально со скоростью $v = 15$ м/с. Груз массы $m = 5$ кг падает на тележку с высоты $h = 5$ м. Найдите выделившееся при ударе тепло (в джоулях). Считайте ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Решение

При отсутствии трения горизонтальный импульс неизменен, тогда $(m + M)u = Mv$.

Выделившееся тепло (приращение внутренней энергии) найдём из уравнения энергетического баланса: $Q = Mv^2/2 + mgh - (m + M)u^2/2$. После подстановки и преобразования окончательно $Q = mMv^2/2(m + M) + mgh = 625$ Дж

Ответ: 625.

3. Ракета равномерно движется сквозь разреженное однородное облако пыли. Во сколько раз нужно увеличить силу тяги, чтобы установившаяся скорость ракеты стала вдвое больше?

Решение

Считаем, что пылинки прилипают к ракете. Если сечение ракеты S , а плотность облака ρ , то при движении со скоростью v ежесекундное приращение массы ρSv , а импульса ρSv^2 . По 2-му закону Ньютона необходимая сила тяги $F = \rho Sv^2$. Так как она пропорциональна квадрату скорости, то при удвоении скорости сила тяги возрастает в 4 раза.

Ответ: 4.

4. Вертикальный цилиндр, открытый сверху, перекрыт массивным поршнем, который находится в равновесии на высоте 1,5 м от дна. Когда цилиндр перевернули вверх дном, расстояние от поршня до дна стало 3 м. Каким будет это расстояние (в метрах), если цилиндр положить горизонтально. Трения нет, температура неизменна.

Решение

Из уравнения состояния идеального газа при неизменной температуре следует неизменность произведения давления на объём. Если P атмосферное давление, а ΔP давление, вызываемое весом поршня, то отсюда имеем $(P + \Delta P)h_1 = (P - \Delta P)h_2 = Ph$, где $h_1 = 1,5$ м, $h_2 = 3$ м, h искомое расстояние. Окончательно $h = 2h_1h_2/(h_1 + h_2) = 2$ м.

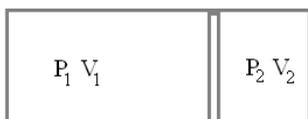
Ответ: 2.

5. Невесомый поршень находится в равновесии на расстоянии $h = 11$ см от дна и от открытого верхнего торца вертикального цилиндра. Сверху наливают жидкость, пока она не дойдёт до верхнего края цилиндра. При этом поршень опускается на $x = 1$ см. Какова плотность жидкости (в кг/м^3)? Трения нет, температура неизменна, давление воздуха вне цилиндра $P = 12$ кПа, принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Решение

Если P внешнее давление, то конечное давление больше на давление столба жидкости $\rho g(h + x)$. Из уравнения состояния идеального газа при неизменной температуре следует неизменность произведения давления на объём. Откуда $(P + \rho g(h + x))(h - x) = Ph$; а $\rho = Px/g(h^2 - x^2) = 1000$ кг/м^3 .

Ответ: 1000.



6. В цилиндре с не проводящими тепло стенками находится проводящий тепло поршень с пренебрежимо малой теплоёмкостью. Слева от него гелий, начальный объём которого $V_1 = 30$ л, а давление $P_1 = 4$ Мпа, справа при давлении $P_2 = 3$ МПа в объёме $V_2 = 10$ л такое же число молей метана. Поршень отпускают. Найдите давление (в мегапаскалях – МПа) после установления полного равновесия. Трения нет, передачей тепла цилиндру и поршню пренебречь. Известно, что внутренняя энергия моля метана при той же температуре вдвое больше, чем у моля гелия.

Решение

Внутренняя энергия моля гелия $(3/2)RT$, она пропорциональна температуре. Поскольку у моля метана она вдвое больше, а число молей его ν такое же, то из неизменности полной энергии имеем $T_1 + 2T_2 = 3T$, где T конечная температура. При равенстве температур и давлений объёмы одинакового числа молей любого идеального газа равны. Так что конечные объёмы равны $(V_1 + V_2)/2$. Из уравнения состояния ($PV = \nu RT$) от найденного соотношения температур приходим к уравнению $P_1V_1 + 2P_2V_2 = (3/2)P(V_1 + V_2)$; откуда $P = 2(P_1V_1 + 2P_2V_2)/3(V_1 + V_2) = 3$ МПа.

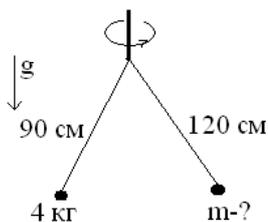
Ответ: 3.

7. Ток короткого замыкания батареи с ЭДС 2,5 В равен 0,5 А. Три такие батареи подсоединяют к резистору один раз параллельно, а другой раз последовательно. При каком сопротивлении резистора (в омах) выделяющиеся на нём мощности будут одинаковыми?

Решение

Внутреннее сопротивление батареи $r = \varepsilon/I_0$, где I_0 ток короткого замыкания, а ε – ЭДС. При равенстве мощности равны и токи I в резисторе с искомым сопротивлением R . В первом случае $IR = \varepsilon - Ir/3$ (ток в батарее $1/3$ тока в R), во втором $IR = 3(\varepsilon - Ir)$, напряжение на батареях складывается. Откуда $R = r = \varepsilon/I_0 = 5$ Ом.

Ответ: 5.



8. На лёгких нитях длины $L_1 = 90$ см и $L_2 = 120$ см к концу вертикального стержня привязаны грузы. При вращении стержня нити отклонены от вертикали на неизменные, разные углы, натяжения же их оказались одинаковы. Масса груза привязанного к первой нити 4 кг. Какова масса другого груза (в килограммах)?

Решение

Если длина нити L , а угол отклонения от вертикали α , то при вращении с угловой скоростью ω ускорение равно $\omega^2 L \sin \alpha$. Поскольку ускорение горизонтально, то оно вызывается горизонтальной составляющей натяжения нити $T \sin \alpha$. Из второго закона Ньютона $M \omega^2 L \sin \alpha = T \sin \alpha$, где M масса рассматриваемого груза, тогда следует, что произведение массы на длину нити для рассматриваемых грузов одинаково $ML = \text{const}$. Тогда $M_2 = M_1 L_1 / L_2 = 3$ кг.

Ответ: 3.

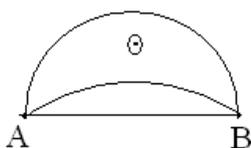
9. Восемь отдалённых друг от друга одинаковых сферических капель ртути заряжены до потенциала $\phi_0 = 15$ В каждая. Их сблизили и они слились в одну сферическую каплю. Найдите её потенциал (в вольтах).

Решение

Заряд равномерно распределяется по поверхности капель. При заряде q и радиусе r потенциал капли $\phi_0 = kq/r$; а после слияния $\phi = kQ/R$, где $Q = 8q$, а радиус R найдётся из условия неизменности объёма $R^3 = 8r^3$. Окончательно имеем $\phi = 4\phi_0 = 60$ В.

Ответ: 60.

10. В однородном магнитном поле протон, запущенный из точки А перпендикулярно отрезку АВ, через некоторое время попадает в точку В. Под каким углом к АВ (в градусах) вылетел однозарядный ион гелия-3 из точки А, если он за такое же время долетел до точки В? Масса иона гелия-3 равна тройной массе протона.



Решение

В плоскости перпендикулярной однородному магнитному полю движение ионов происходит по окружности. Магнитная сила равна eVv , где e заряд иона, v его скорость, а V вектор магнитной индукции. По 2-му закону Ньютона $mv^2/R = eVv$. Откуда угловая скорость $\omega = v/R = eV/m$. Угол пово-

рота скорости протона $2\varphi_0 = qVt/m = 180^\circ$ в градусной мере; угол поворота для иона гелия (тройная масса) в 3 раза меньше, и тогда $\varphi = 90^\circ/3 = 30^\circ$.

Ответ: 30.

Таблица ответов 11 класс

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	625	4	1000	20	3	5	3	60	30