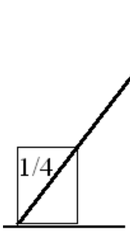
Заключительный этап Всесибирской олимпиады по физике 17 февраля 2013
Решения и разбалловка 10 класс



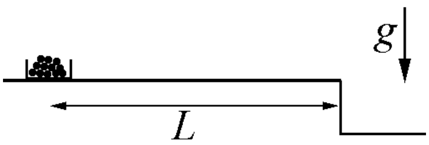
1.Однородный стержень массы m стоит по диагонали в вертикальном цилиндрическом стакане, внутри которого оказалась 1/4 длины стержня. При какой наименьшей массе стакана он не опрокинется?

Решение

Условие опрокидывания поворот относительно нижнего правого угла (2 балла).Рассмотрим равновесие моментов сил тяжести относительно него. Центр масс стакана находится на расстоянии R левее этой точки (2 балла), центр масс стержня – на расстоянии 2R правее ее (2 балла), (здесь R – радиус стакана). Имеем тогда MgR = 2mgR (3 балла).и M = 2m (1 балл).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Условие опрокидывания		2
Нахождение плеч сил (центров масс)	Стакан R левее, стержень 2R правее	2+2
Уравнение моментов	MgR = 2mgR	3
Ответ	M = 2m	1



2. Ящик с массой песка M в нём стоит на горизонтальной поверхности с коэффициентом трения μ. Найдите минимальную затрату энергии, необходимую для перемещения песка в яму, находящуюся на расстоянии L. Песок можно перебрасывать лопатой сразу из исходного положения, или сначала передвинув ящик ближе к яме, толкая его горизонтально направленной силой. Ускорение силы тяжести g. Массой самого ящика и его размером по сравнению с L пренебречь.

Решение.

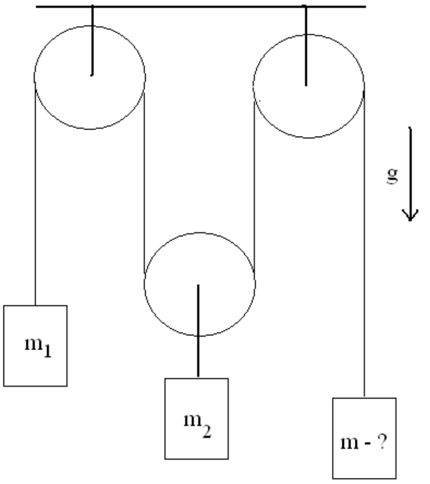
С любого расстояния выгоднее всего бросать песок под углом 45^o к горизонтали. При начальной скорости V дальность полета равна V^2/g. Если бросать на исходное расстояние L, то затраты идут на кинетическую энергию, $MV^2/2 = MgL/2$. (3 балла).

Передвинем ящик на некоторое расстояние x к яме. Тогда затраты на переброс уменьшатся до величины $Mg(L - x)/2$, но потребуется еще работа μMgx на перемещение. Всего получим $Mg(L - x)/2 + \mu Mgx = MgL/2 + Mg\, x(\mu - 1/2)$. (3 балла).Видно, что при $\mu > 1/2$ затраты только увеличатся, а при обратном условии уменьшаются тем сильнее, чем больше x. (1 балл).

Вывод при $\mu > 1/2$ следует перебрасывать песок из исходного положения, $A_{min} = MgL/2$ (1 балл); при $\mu < 1/2$ следует толкать ящик до ямы, $A_{min} = \mu MgL$ (1 балл);. При $\mu = 1/2$ работа $A_{min} = MgL/2$ и не зависит от способа (т.е. выбора величины x) (1 балл).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Выбор бросания под углом 45^o, рассчёт затрат	$L = v^2/g$; $MV^2/2 = MgL/2$	3
Нахождение затрат при исходном сдвиге на x	$MV^2/2 = Mg(L - x)/2$; μMgx; *в сумме* $MgL/2 + Mg\, x(\mu - 1/2)$.	3
Анализ зависимости от x (рост, убывание)	$\mu > ½$ рост при росте x иначе убыль	1
Ответы в трёх случаях	$\mu > 1/2$ $A_{min} = MgL/2$; $\mu < 1/2$ $A_{min} = \mu MgL$; $\mu = 1/2$ $A_{min} = MgL/2$	3



3. В системе грузы с массами m_1, m_2 и m удерживают на нерастяжимых нитях, блоки невесомы, трения нет. При какой наименьшей массе m правого груза он станет опускаться, если все грузы отпустить?

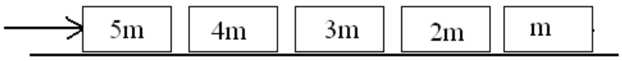
Решение

Граничный случай груз m неподвижен, тогда натяжение нити T = mg (1). При неподвижном правом грузе из нерастяжимости нити получаем связь ускорений: $a_1 = 2a_2$ (2). Из 2-го закона Ньютона в применении к движущимся грузам имеем: $m_1a_1 = T - m_1g$; $m_2a_2 = m_2g - 2T$ (2 + 2). Исключая ускорения находим $T = 3m_1m_2g/(4m_1 + m_2)$ (2); $m = 3m_1m_2/(4m_1 + m_2)$ (1).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Указание на граничный случай, связь T и m	T = mg	1
Нахождение связи ускорений	$a_1 = 2a_2$ или аналог	2
Использование 2-го закона Ньютона	$m_1a_1 = T - m_1g$; $m_2a_2 = m_2g - 2T$	2+2
Нахождение T	$T = 3m_1m_2g/(4m_1 + m_2)$	2
Ответ	$m = 3m_1m_2/(4m_1 + m_2)$	1

4. На столе в ряд стоят бруски с массами 4m, 3m, 2m и m. На них налетает брусок с массой 5m, имеющий кинетическую энергию E_o. Какую энергию приобретёт брусок m в результате упругих столкновений брусков? Трения нет.

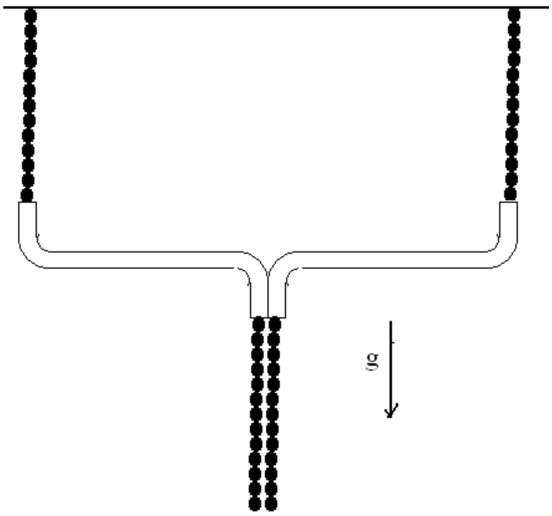


Решение

Из сохранения импульса и энергии получим общую формулу для скоростей после упругого столкновения налетающего со скоростью v бруска массы m_1 на покоящийся брусок массы m_2. У налетающего бруска скорость $w = (m_1 - m_2)v/(m_1 + m_2)$, у исходно покоящегося $u = 2m_1v/(m_1 + m_2)$. При указанных в условии массах будем последовательно применять эту формулу. Начнём со столкновения масс 5m и 4m, тогда w = v/9, а u = (10/9)v. В следующем столкновении масс 4m и 3m роль v играет u и скорость у переднего бруска станет (8/7)(10/9)v, скорость же бруска 4m будет больше, чем у бруска 5m, так что они не столкнутся, и вообще задние более массивные бруски не будут догонять передние после их следующего столкновения, так что достаточно находить лишь скорость переднего бруска. Скорости передних брусков последовательно нарастают, наибольшая скорость будет поэтому у последней массы m, она равна V = (128/63)v. $E/E_o = mV^2/5mv^2 = (128/63)^2/5 \cong 0{,}803$.

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Получение общей формулы для скоростей после столкновения из сохраненя импульса и энергии	$w = (m_1 - m_2)v/(m_1 + m_2)$; $u = 2m_1v/(m_1 + m_2)$	3
Указание, что досточно находить скорость переднего бруска при данных массах		1
Последовательное нахождение скоростей до m	V = (128/63)v	4
Нахождение энергии m	$E/E_o = mV^2/5mv^2 = (128/63)^2/5$ и $E \cong 0{,}803\ E_o$.	1+1



5. Две одинаковых однородных цепочки из массивных шариков прикреплены концами к потолку и проходят через невесомые коленчатые трубки, скрепленные между собой. Входные и выходные колена трубок вертикальны, между ними длинные горизонтальные участки. С каким ускорением опускаются трубки? Трения и потерь энергии нет.

Решение

Пусть трубки опустились на высоту h. При этом в каждой трубке шарики имеют скорость v вниз и такую же по величине горизонтальную скорость. Из сохранения энергии $2m2v^2/2 = 2mgh$, где m – масса шариков внутри каждой трубки. Отсюда $v^2 = gh = 2Ah$, и ускорение $A = g/2$ ($h = At^2/2$ $v = At$).

Разбалловка

Этапы решения	Формулы и соотношения	Балл
Связь скоростей шариков и трубки	$v_x = v_y = v$	2
Применение сохранения энергии	$2m2v^2/2 = 2mgh$	4
Нахождение ускорения через связь скорости и перемещения	$v^2 = gh = 2Ah$	4

Задача не считается решённой, если приводится только ответ!