

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2019-2020 г.г.

Первый этап

11 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

Время написания 4 астрономических часа

11.1. Сумма 11 натуральных чисел равна 441. Найти минимальное значение, которое может принимать наименьшее общее кратное всех этих чисел

11.2. В каждой из пяти кучек различное число камней, при этом любую из кучек можно убрать, и все камни из неё разложить по оставшимся так, чтобы число камней в них стало одинаковым. Какое наименьшее число камней могло быть в самой большой кучке сначала?

11.3. На катетах CA , CB и гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC вовне него построены равносторонние треугольники ACM , BCN и ABP соответственно. Докажите, что длины отрезков CP и MN равны.

11.4. Докажите, что каждое целое число n можно представить в виде $n = a^2 + b^2 - c^2$ для некоторых натуральных чисел a, b, c .

11.5. Действительные числа x, y удовлетворяют неравенствам $1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$. Найти минимальное и максимальное значения выражения $x^2 + xy + y^2$.