Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике
Второй этап 2018-2019 г.г.
11 класс ***Каждая задача оценивается в 7 баллов***

11.1.. Какой цифрой может заканчиваться число $f(x)=\lfloor 2x\rfloor+\lfloor 3x\rfloor+\lfloor 5x\rfloor$, где x - произвольное положительное действительное число? Здесь $\lfloor x\rfloor$ обозначает целую часть числа x, то есть наибольшее целое число, не превосходящее x.

11.2..Найти все целые числа n такие, что число $15n^2-2n-1$ является степенью двойки.

11.3. Найти максимальное натуральное число А такое, что при любой расстановке всех натуральных чисел от 1 до 100 включительно в ряд в некотором порядке всегда найдутся десять последовательно расположенных чисел, сумма которых не меньше А..

11.4. На основании АС равнобедренного треугольника АВС взята произвольная точка М, через неё проведены прямые, параллельные боковым сторонам треугольника, пересекающие стороны АВ и ВС в точках Р и Т соответственно. Доказать, что точка Е, симметричная М относительно прямой РТ, лежит на описанной окружности треугольника АВС.

11.5. Последовательность положительных действительных чисел $a_n, n=1,2,3,\ldots$.такова, что $a_n^2<a_n-a_{n+1}$. Докажите, что $a_n<\frac{1}{n}$ для всех $n=1,2,3,\ldots$