

## 11 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

11.1. Найти все целые положительные решения уравнения  $(n+2)! - (n+1)! - n! = n^2 + n^4$ .

11.2. Какое из чисел больше,  $2^{\sqrt{\log_3 2}}$  или  $3^{\sqrt{\log_2 3}}$ ?

11.3. Квадрат со стороной 4 см разделён тремя параллельными горизонтальными и тремя параллельными вертикальными линиями на 16 квадратиков со стороной 1 см. Стороны этих квадратиков, включая и те, которые расположены на границе большого квадрата, будем называть *единичными отрезками*. Сколькими способами можно задать на каждом из единичных отрезков ориентацию так, чтобы общая сумма всех полученных единичных векторов была равна 0? Ответ можно дать в виде формулы, не обязательно доводить его до числа.

11.4. Пусть  $O$  — точка пересечения диагоналей выпуклого четырёхугольника  $ABCD$ , а  $P, Q, R, S$  — точки пересечения медиан треугольников  $AOB, BOC, COD$  и  $DOA$  соответственно. Найти отношение площадей четырёхугольников  $PQRS$  и  $ABCD$ .

11.5. Алфавит состоит из  $n$  букв. Слово, составленное из этих букв, называется *разрешённым*, если все стоящие в нём рядом буквы различны и из него нельзя вычёркиванием букв получить слово вида  $abab$ , где буквы  $a$  и  $b$  различны. Какую максимальную длину может иметь разрешённое слово?