

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2016-2017 г.г. по математике
Первый этап **11 класс** 23.10.2016

Каждая задача оценивается в 7 баллов

Время выполнения заданий олимпиады: 4 астрономических часа

11.1. Найти все натуральные числа n такие, что существуют n последовательных натуральных чисел, сумма которых равна n^2 .

11.2. Найти все решения уравнения: $\cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$.

11.3. При каком наименьшем n выполнено условие: если в некоторых клетках таблицы размера 6×6 в произвольном порядке расставить n крестиков (не более одного в клетке), то обязательно найдутся три клетки, образующие полосу длины 3, вертикальную или горизонтальную, в каждой из которых поставлен крестик?

11.4. Найдите все натуральные числа x такие, что произведение всех цифр в десятичной записи x равно $x^2 - 10x - 22$.

11.5. На плоскости дан отрезок AB и на нём произвольная точка M . На отрезках AM и MB как на сторонах построены квадраты $AMCD$ и $MBEF$, лежащие по одну сторону от AB , и N – точка пересечения прямых AF и BC . Докажите, что при любом положении точки M на отрезке AB каждая прямая MN проходит через некоторую точку S , общую для всех таких прямых.