

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2016-2017 г.г. по математике

Первый этап

10 класс

23.10.2016

Каждая задача оценивается в 7 баллов

Время выполнения заданий олимпиады: 4 астрономических часа

10.1. Найти все решения уравнения: $\sqrt{x + \sqrt{2x-1}} + \sqrt{x - \sqrt{2x-1}} = \sqrt{2}$.

10.2. В прямоугольной трапеции ABCD сумма длин оснований AD и BC равна её высоте AB. В каком отношении делит боковую сторону CD биссектриса угла ABC?

10.3. Сначала шарики были разложены по нескольким белым и чёрным коробкам так, что в каждой белой было по 31 шарик, а в каждой чёрной - по 26 шариков. Затем принесли ещё три коробки и разложили шарики так, что в каждой белой коробке стало по 21 шарик, а в каждой чёрной - по 16 шариков. Можно ли принести ещё несколько коробок и разложить шарики так, чтобы в каждой белой коробке стало по 15 шариков, а в каждой чёрной - по 10 шариков?

10.4. На плоскости расположено конечное множество кругов так, что любые два из них можно накрыть кругом диаметра 10. Докажите, что все эти круги можно накрыть квадратом со стороной 10.

10.5. Можно ли число 2016 представить в виде суммы нескольких попарно различных натуральных чисел таких, что среди всех возможных попарных сумм этих чисел ровно 7 различных?