Заключительный этап Всесибирской открытой олимпиады школьников 2016-2017 г.г. по математике 10 класс

Время работы 4 астрономических часа *Каждая задача оценивается в 7 баллов*

10.1. Решить в действительных числах систему уравнений: $x^3+y = 2x, y^3 + x = 2y$.

10.2.Трое играют в настольный теннис, причем игрок, проигравший партию, уступает место игроку, не участвовавшему в ней. В итоге оказалось, что первый игрок сыграл 21 партию, а второй 10. Сколько партий сыграл третий игрок?.

10.3.В четырёхугольнике ABCD равные диагонали AC и BDпересекаются в точке O, а точки P и Q –середины сторон AB и CD соответственно. Докажите, что биссектриса угла AODперпендикулярна отрезку PQ.

10.4. Назовём *змейкой* в выпуклом -угольнике незамкнутую, не самопересекающуюся ломаную из звеньев, множество вершин которой совпадает с множеством всех вершин -угольника. Найти число различных змеек в -угольнике. (Змейки равны, если совпадают, как геометрические места точек. Например, число змеек в треугольнике равно 3)

10.5.На доске написаны 10 натуральных чисел, среди которых могут быть равные, причём квадрат каждого из них делит сумму всех остальных. Какое наибольшее количество различных чисел может быть среди выписанных?