

Решения заданий первого этапа Всесибирской открытой олимпиады  
школьников 2016-2017 г.г. по математике

7 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

**7.1.** Лёшка записал число, а потом заменил в нём одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные – разными. У него получилось слово НОВОСИБИРСК. Могло ли исходное число делиться на 3?

**Ответ:** Да, могло.

**Решение:** Например, 10203454638.

**Критерии:** Любой правильный пример без проверки – 7 балл.

**7.2.** Есть сломанные весы, которые в своих показаниях ошибаются не больше, чем на 500г. Когда Алексей взвесил дыню, они показали 4кг. Когда взвесил арбуз – 3 кг. Когда взвесил и дыню, и арбуз вместе – 8,5кг. Сколько на самом деле весят дыня и арбуз по отдельности? Весы могут ошибаться каждый раз по-разному.

**Ответ:** Дыня весит 4,5кг, а арбуз – 3,5кг

**Решение:** Из условия следует, что дыня весит не более 4,5 кг. Арбуз весит не более 3,5 кг. Значит, вместе они весят не более 8 кг. С другой стороны, из второго условия следует, что они весят вместе не менее 8 кг. Значит, они весят вместе ровно 8 кг. Этот вес достигается только при крайних значениях весов дыни и арбуза. Значит, дыня весит 4,5 кг, а арбуз весит 3,5 кг, так как при меньшем весе сумма не может достигать 8кг.

**Критерии:** Только ответ, ответ с проверкой – 1 балл. Верно выписаны все три оценки на веса – 2 балла. Эти баллы суммируются.

**7.3.** Данил провёл несколько прямых через одну точку. Из всех образованных углов он стал рассматривать только углы с целыми градусными мерами. Данил утверждает, что среди них углов с нечётными мерами ровно на 15 больше, чем с чётными. Может ли это быть правдой?

**Ответ:** Нет, не может.

**Решение:** Разобьём все углы на пары вертикальных друг другу. В каждой паре углы равны между собой, поэтому чётных углов чётное количество, так как их целое число пар. Аналогично, нечётных углов чётное число, поэтому разность числа чётных и нечётных углов тоже чётна, т.е. не может быть равна 15.

**Критерии:** Только ответ – 0 баллов.

**7.4.** Пароход “Раритет” после выхода из города три часа движется с постоянной скоростью, затем час глохнет, двигаясь по течению, потом три часа движется с той же скоростью и так далее. Если пароход начинает своё движение в городе А и идёт в город Б, то тратит на это 10 часов. Если начинает в городе Б и идёт в город А – 15. За какое время из города А в город Б можно добраться на плоту?

**Ответ:** 60 часов.

**Решение:** Обозначим скорость парохода за  $U$ , а скорость реки за  $V$ . Когда пароход идёт из Б в А, он приходит в пункт назначения как раз перед четвёртой остановкой двигателей, то есть 12 часов он плывёт со скоростью  $U-V$  в сторону А, и три часа идёт назад со скоростью  $V$  в сторону Б. Значит, расстояние между городами равно  $S = 12(U-V) - 3V = 12U - 15V$  (1).

Когда пароход идёт из А в Б, он успевает дважды заглохнуть, а затем проплыть ещё два часа на своём ходу. Тогда он 8 часов плывёт со скоростью  $U+V$  в сторону Б и 2 часа плывёт по течению со скоростью  $V$  в сторону Б. Тогда расстояние равно  $S = 8(U+V)+2V = 8U + 10V$  (2).

Приравнявая, получаем  $12U - 15V = 8U + 10V$  или  $4U = 25V$  или  $(U/V) = (25/4)$ . Время, которое мы потратим на путешествие на плоту, равно  $S/V = 12(U/V) - 15(V/V) = 12*(25/4) - 15 = 60$  часов.

**Критерии:** Только ответ – 0 баллов. Верно составлено уравнение (1) или (2) – 1 балл (эти баллы суммируются).

**7.5.** Квадратная коробка 3 на 3 разделена на 9 ячеек. Разрешается в некоторые ячейки положить шарики (возможно, разное число в разные ячейки). Какое наименьшее число шариков нужно положить в коробку, чтобы во всех строках и столбцах коробки было разное количество шариков?

**Ответ:** 8.

**Решение:** Сложим количества шариков во всех строках и столбцах. Так как это 6 различных неотрицательных чисел, то эта сумма составляет минимум  $0+1+\dots+5 = 15$ .

Теперь заметим, что сумма чисел по строкам равна сумме чисел по столбцам, так как эти суммы равны количеству шариков во всей коробке. Поэтому сумма шести чисел равна удвоенной сумме чисел по строкам, то есть чётна. Итого, удвоенное количество шариков в коробке больше 15, то есть самих шариков больше 7.

0	0	0
0	0	2
1	3	2

Пример на 8 изображён рядом.

**Критерии:** только ответ – 0 баллов, только пример – 2 балла, замечено только, что сумма 6 чисел не меньше 15 – 1 балл. Только верная оценка – 3 балла.