

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Второй этап

11 класс

Каждая задача оценивается в 7 баллов

11.1. Найти все ненулевые числа, в пять раз меньшие суммы всех своих цифр.

11.2. Назовём четвертью шахматной доски каждый из 4 квадратов 4 на 4 клетки, на которые её разбивают линии сетки, соединяющие середины её горизонтальных сторон и середины её вертикальных сторон. Найти количество различных расстановок 8 ладей на шахматной доске 8 на 8 таких, что ни одна ладья не бьёт другую и в каждой четверти находится одинаковое число ладей. Шахматная ладья бьёт все клетки горизонтали и вертикали, на пересечении которых стоит.

11.3. Можно ли расставить в вершинах и на рёбрах правильной треугольной пирамиды десять последовательных натуральных чисел так, чтобы для каждого ребра сумма трёх чисел на ребре и в его концах была постоянной?

11.4. Внутри окружности взята произвольная точка M , отличная от центра окружности. Для каждой хорды окружности, проходящей через M и отличной от диаметра, обозначим через S точку пересечения касательных к окружности, проведённых через концы этой хорды. Доказать, что геометрическое место точек S является прямой.

11.5. На дипломатическом приёме присутствуют 99 персон, каждый из которых слышал не менее, чем об n других участниках приёма. При этом если A слышал о B , это не означает автоматически, что и B слышал про A . При каком минимальном n гарантированно найдутся хотя бы два участника приёма, слышавших друг о друге?