

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

11 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов

11.1. Из пункта А в пункт Б вышел Парамон. В 12^{00} , когда он прошёл половину пути до Б, вслед за ним из А в Б выбежал Агафон, и одновременно из Б в А вышел Соломон. В 13^{20} Агафон встретился с Соломоном, а в 14^{00} догнал Парамона. Во сколько произошла встреча Парамона и Соломона?

11.2. Медиана АМ треугольника АВС делит отрезок PR, параллельный стороне АС, с концами на сторонах АВ и ВС, на отрезки длины 5 см и 3 см, считая от стороны АВ. Чему равна длина стороны АС?

11.3. Можно ли из дробей $\frac{1}{100}, \frac{2}{99}, \frac{3}{98}, \dots, \frac{100}{1}$ (все положительные дроби, сумма числителя и знаменателя которых равна 101) выбрать три, произведение которых равно 1?

11.4. Две окружности пересекаются в точках А и В, и центр О первой из них лежит на второй. На второй окружности выбрана некоторая точка S, отрезок SO пересекает первую окружность в точке Р. Доказать, что Р является центром вписанной окружности треугольника ABS.

11.5. Множество X различных натуральных чисел, не превосходящих n таково, что сумма любых двух, в том числе и совпадающих, элементов X , не превосходящая n , тоже принадлежит X . Доказать, что среднее арифметическое всех чисел множества X не меньше $\frac{n+1}{2}$.

Всесибирская открытая олимпиада школьников 2015-2016 г.г. по математике

Первый этап

11 класс

Время выполнения задания 4 астрономических часа. Каждая задача оценивается в 7 баллов

11.1. Из пункта А в пункт Б вышел Парамон. В 12^{00} , когда он прошёл половину пути до Б, вслед за ним из А в Б выбежал Агафон, и одновременно из Б в А вышел Соломон. В 13^{20} Агафон встретился с Соломоном, а в 14^{00} догнал Парамона. Во сколько произошла встреча Парамона и Соломона?

11.2. Медиана АМ треугольника АВС делит отрезок PR, параллельный стороне АС, с концами на сторонах АВ и ВС, на отрезки длины 5 см и 3 см, считая от стороны АВ. Чему равна длина стороны АС?

11.3. Можно ли из дробей $\frac{1}{100}, \frac{2}{99}, \frac{3}{98}, \dots, \frac{100}{1}$ (все положительные дроби, сумма числителя и знаменателя которых равна 101) выбрать три, произведение которых равно 1?

11.4. Две окружности пересекаются в точках А и В, и центр О первой из них лежит на второй. На второй окружности выбрана некоторая точка S, отрезок SO пересекает первую окружность в точке Р. Доказать, что Р является центром вписанной окружности треугольника ABS.

11.5. Множество X различных натуральных чисел, не превосходящих n таково, что сумма любых двух, в том числе и совпадающих, элементов X , не превосходящая n , тоже принадлежит X . Доказать, что среднее арифметическое всех чисел множества X не меньше $\frac{n+1}{2}$.