

XXVII Санкт-Петербургская  
астрономическая олимпиада  
практический тур, решения

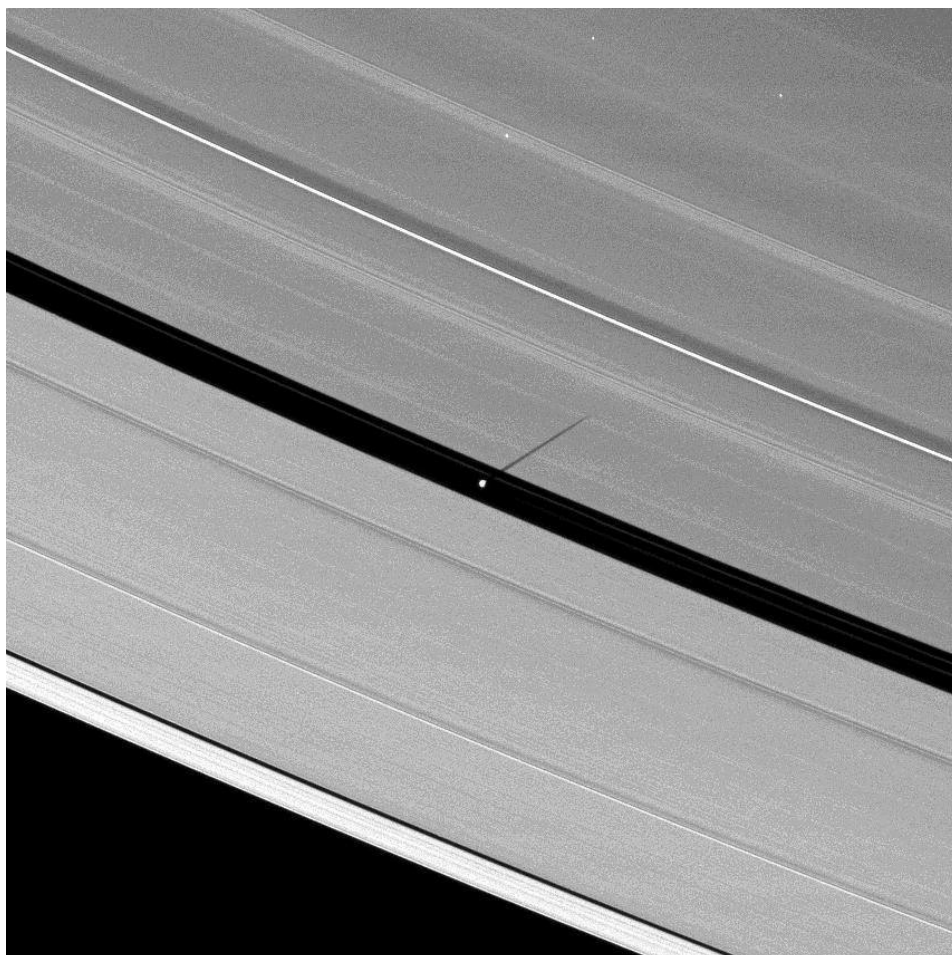
2020

1  
марта

*9 класс*

На двух фотографиях ниже представлены спутник Сатурна, движущийся во внешней области колец, и сам Сатурн (негатив). Известно, что в момент съемки спутник находился в плоскости, перпендикулярной кольцам и проходящей через центры Солнца и Сатурна. Угол между плоскостью колец и направлением на Солнце при наблюдении со спутника составляет  $1^\circ$ . Радиус Сатурна в 9 раз больше радиуса Земли.

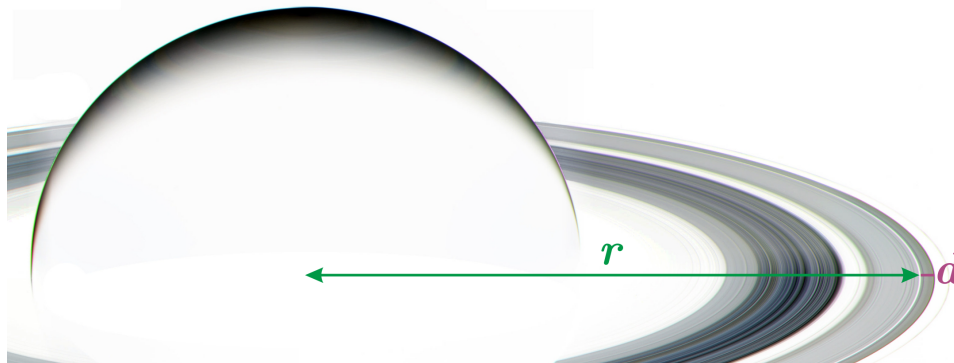
Оцените диаметр спутника, а также период его обращения вокруг Сатурна. Как часто этот спутник бывает в соединении с другим спутником Сатурна — Титаном? Титан делает один оборот вокруг Сатурна по орбите радиусом 1.2 миллиона километров за 16 дней. Опишите, что произойдет, если поместить Титан на орбиту этого спутника.



**Решение (20 баллов):**

Первый снимок позволяет сказать, что спутник (Пан) обращается совсем близко к внешнему кольцу Сатурна (в так называемой «щели Энке»), поскольку слева внизу четко виден край колец, а сама щель достаточно широка. На втором фото также видна эта щель у внешнего края колец, но она белого цвета, так как вторая фотография — негатив. Поскольку кольцо представляет собой окружность, значит, и щель тоже, то есть спутник имеет круговую орбиту.

Радиус орбиты можно определить по фотографии Сатурна. Границы экватора Сатурна в плоскости колец определяются довольно надежно, радиус самой планеты нам дан в условии (9 радиусов Земли дают 57600 км), значит можно определить масштаб снимка. На основании масштаба необходимо получить две вещи: радиус щели Энке  $r$  (он же радиус орбиты Пана) и ширину  $d$  сплошного кольца от этой щели до внешнего края системы колец Сатурна. Центр Сатурна лучше всего определить так: соединить противоположные наиболее удаленные точки колец и построить к этой линии перпендикуляр от верхней точки Сатурна.



Верное значение  $r \approx 125$  тыс.км. Отсюда период обращения Пана  $T$  вокруг Сатурна (по III закону Кеплера, в сравнении с Титаном):

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{T_{\text{Титан}}^2}{r_{\text{Титан}}^3} \Rightarrow T = T_{\text{Титан}} \cdot \left( \frac{r}{r_{\text{Титан}}} \right)^{3/2}$$

$$T = 16^d \cdot \left( \frac{125 \times 10^3 \text{ км}}{1200 \times 10^3 \text{ км}} \right)^{3/2} \approx 16^d \cdot \frac{1}{10^{3/2}} = \frac{16^d}{\sqrt{1000}} \approx \frac{16^d}{\sqrt{1024}} = \frac{16^d}{32} = 12^h.$$

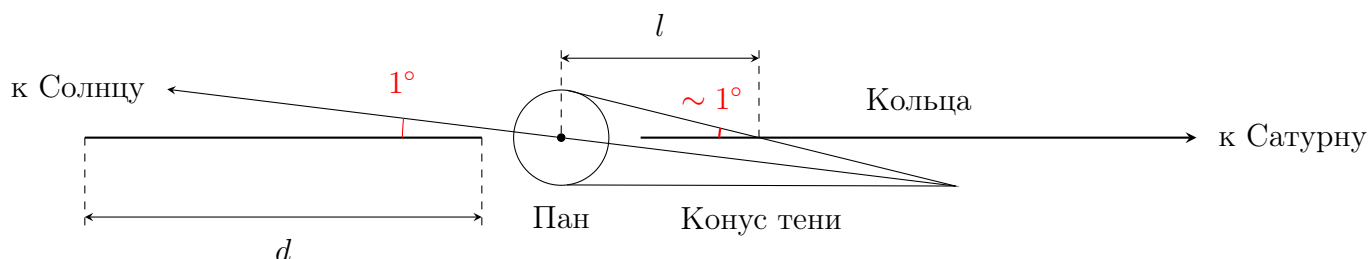
Точный ответ (при точно полученном радиусе орбиты Пана в 133 тыс. км.): 13 часов 48 минут.

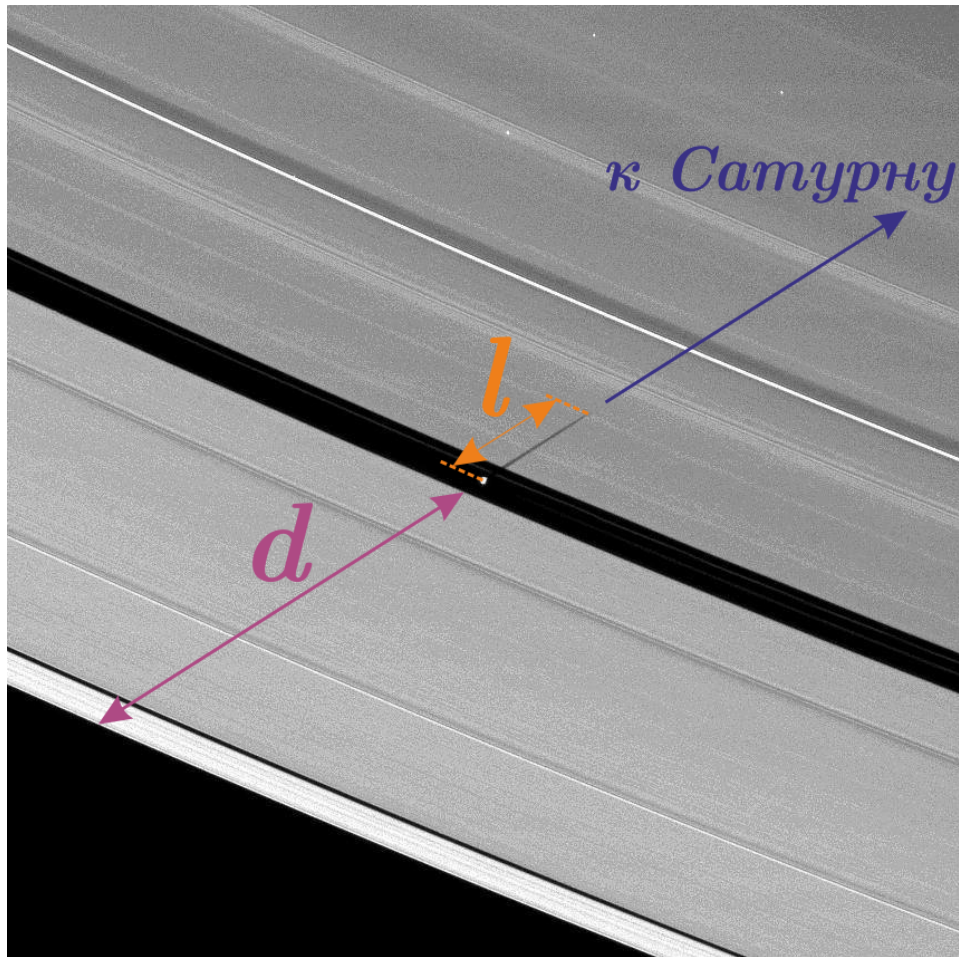
Рассчитаем синодический период  $S$  спутников друг относительно друга:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{0.5^d} - \frac{1}{16^d} \quad S = \frac{0.5^d \cdot 16^d}{16^d - 0.5^d} \approx 0.52^d \approx 12.5^h.$$

Расстояние  $d$  от внешнего края щели Энке до внешнего края кольца определяется также по фотографии Сатурна:  $d \approx 2800$  км. Собственно, уже на основании этого значения можно уверенно сказать, что Титан в щель Энке не поместится, т.к. он является вторым по размерам спутником в Солнечной системе (в частности, он больше Луны, имеющей диаметр 3500 км). Тем самым при движении Титана щель станет явно шире (произойдет аккреция вещества на Титан), а в кольцах Сатурна образуются дополнительные щели из-за резонансного влияния более массивного спутника. Этой аккрецией, кстати, объясняется форма Пана — шар с сильным экваториальным уширением (спутник выглядит как своеобразный космический «пельмень»).

Зная  $d$ , мы можем определить масштаб на квадратном фото и получить длину тени спутника: длина тени  $l$  составляет около 30% от ширины  $d$ , т.е. примерно 900 км. Важно измерять длины **вдоль направления тени**, т.к. Солнце, Пан и центр Сатурна лежат в одной плоскости, вдоль которой вытянулась тень.





Тень заканчивается там, где Солнце уже не затмевается спутником, то есть конус тени продолжается «под» кольца. Значит, можно считать, что на краю тени угловой радиус спутника равен высоте Солнца (отличие — угловой радиус Солнца при наблюдении с Сатурна — примерно  $1.6'$ ). Значит, линейный радиус Пана получается  $900 \cdot 1^\circ / 57.3^\circ \approx 16$  км.