



XXVI Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
отборочный тур, решения

2019
до 17
января

9 класс

1. Во сколько раз могут отличаться отношения видимых угловых размеров Меркурия и Марса для земного наблюдателя? Орбиты считать круговыми.

Решение (8 баллов):

Максимальным отношение видимых размеров будет в том случае, когда Меркурий находится ближе всего к Земле (вблизи нижнего соединения), а Марс — дальше всего (вблизи соединения). В таком случае отношение угловых размеров равно

$$k_{\max} = \frac{D_{\text{Me}}/(1 - a_{\text{Me}})}{D_{\text{Ma}}/(1 + a_{\text{Ma}})}.$$

Минимальным данное отношение будет в случае расположения Меркурия в верхнем соединении и Марса — в противостоянии:

$$k_{\min} = \frac{D_{\text{Me}}/(1 + a_{\text{Me}})}{D_{\text{Ma}}/(a_{\text{Ma}} - 1)}.$$

Тогда искомое отношение имеет вид

$$\frac{k_{\max}}{k_{\min}} = \frac{\frac{D_{\text{Me}}/(1-a_{\text{Me}})}{D_{\text{Ma}}/(1+a_{\text{Ma}})}}{\frac{D_{\text{Me}}/(1+a_{\text{Me}})}{D_{\text{Ma}}/(a_{\text{Ma}}-1)}} = \frac{1+a_{\text{Ma}}}{1-a_{\text{Me}}} = \frac{1+a_{\text{Ma}}}{a_{\text{Ma}}-1} \cdot \frac{1+a_{\text{Me}}}{1-a_{\text{Me}}} \approx 11.$$

2. В телескоп-рефлектор системы Ньютона (диаметр зеркала 116 мм, фокусное расстояние 1 м) наблюдают полную Луну при равнозрачковом увеличении. Затем телескоп закрывают крышкой с круглым отверстием радиусом 1.5 см, центр которого находится посередине между центром и краем крышки. Опишите, как изменилось изображение Луны, видимое в телескоп.

Решение (8 баллов):

Луна — «бесконечно удаленный» объект, от которого приходят параллельные пучки лучей, поэтому фактически у телескопа просто поменялся размер входного отверстия, он стал собирать меньше света в единицу времени. Как следствие, единственное, что поменялось — это видимая яркость Луны. Она уменьшилась в $(116/30)^2 \approx 15$ раз.

3. Предполагается, что планетарная туманность объекта Сакураи возникла и начала расширяться 8300 лет назад. Сейчас видимый диаметр туманности равен $44''$. Оцените среднюю скорость расширения туманности, если она находится на расстоянии 5 кпк от Солнца.

Решение (8 баллов):

Определим линейные размеры туманности. Один парсек — такое расстояние, с которого 1 а.е. видна под углом $1''$. С расстояния 5 кпк под углом а.е. будет видно расстояние 5000 а.е., следовательно, линейные размеры туманности равны $44 \cdot 5000 = 2.2 \cdot 10^5$ а.е. Если перевести эту величину в км, получим $2.2 \cdot 10^5 \cdot 1.5 \cdot 10^8 = 3.3 \cdot 10^{13}$ км.

Переведем время расширения в секунды. В одном году примерно $3.1 \cdot 10^7$ секунд, в 8300 годах $8.3 \cdot 10^3 \cdot 3.1 \cdot 10^7 = 2.6 \cdot 10^{11}$ секунд.

Средняя скорость расширения за это время равна $3.3 \cdot 10^{13} / (2.6 \cdot 10^{11}) = 1.3 \cdot 10^2$ км/с. В данном случае мы получили скорость удаления противоположных краев. Скорость удаления края туманности от ее центра в 2 раза меньше вычисленного значения. Оба варианта оценивались как верный ответ.

4. Спутник движется вокруг Земли в сторону вращения Земли по круговой орбите с радиусом 38400 км. В некий день он пролетел над пунктом 20° с.ш., 15° в.д. Какую долготу будет иметь пункт на той же широте, над которым спутник пролетит через оборот по орбите?

Решение (8 баллов):

Определим период обращения спутника. Радиус его орбиты приблизительно равен 0.1 радиуса орбиты Луны. Тогда определим период спутника, сопоставив параметры его орбиты с параметрами лунной орбиты:

$$\frac{T^2}{T_{\text{л}}^2} = \frac{a^3}{a_{\text{л}}^3} \implies T = T_{\text{л}} \cdot 0.1^{3/2} \approx 0.03T_{\text{л}} \approx 0.8 \text{ сут.}$$

За время орбитального периода спутника Земля повернется на $0.8 \cdot 360^\circ \approx 290^\circ$. Тогда долгота, над которой пролетит спутник, равна $360^\circ + 15^\circ - 290^\circ = 85^\circ$ в.д.

Более точные вычисления приводят к величине поворота Земли на $\approx 310^\circ$, при этом долгота окажется равной 65° в.д. Приближенное решение также оценивалось полным баллом.

5. Серпуховский школьник Мокий сделал сэлфи, держа смартфон на горизонтально вытянутой руке строго вертикально. На снимке запечатлелась Луна, касаясь своим краем верха фото. Мокий моментально отправил сэлфи своей подруге Снежане в Лисий Нос с подписью «Луна выше сегодня не поднимется». Снежана тут же увидела фото и захотела сделать точно такое же. Через какое время она сможет его сделать? Какой угол с горизонтом должна составлять рука Снежаны, если ее смартфон точно такой же, как у Мокия, и она тоже держит его перпендикулярно руке? (Координаты Серпухова: 55° с.ш., $37^\circ.5$ в.д., координаты Лисьего Носа: 60° с.ш., 30° в.д.)

Решение (8 баллов):

Фраза: «Луна выше сегодня не поднимется» означает, что Луна в момент съемки находится в верхней кульминации. Разность высот Луны в кульминации в Серпухове и в Лисьем Носу равна разности широт Серпухова и Лисьего Носа, т.е. 5 градусов. Такой же угол с горизонтом должна составлять рука Снежаны. В Лисьем Носу Луна поднимается на меньший угол, чем в Серпухове, поэтому, чтобы при сэлфи положение Луны на снимке получилась таким же, как у Мокия, Снежана должна держать смартфон выше, т.е. угол ее руки с горизонтом должен составлять $+5^\circ$. Время, требующееся Луне, чтобы дойти до кульминации в Лисьем Носу после кульминации в Серпухове, равно разности долгот этих пунктов, выраженной в единицах времени, т.е. $7^\circ.5/15^\circ$ в час = 30 минут.