

XXVI Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
теоретический тур, решения

2019
3
февраля

5–6 классы

1. Пассажир поезда видит в правом окне Венеру, а в левом — полную Луну. В каком направлении ехал поезд?

Решение (8 баллов):

Венера, поскольку она является внутренней планетой, никогда не удаляется на небе далеко от Солнца. Луна, наоборот, находится в полнолунии тогда, когда направления на нее и на Солнце с Земли противоположны. Раз пассажир видит на небе одновременно объекты, находящиеся в практически противоположных направлениях, то это означает, что и Луна, и Венера находятся близко к горизонту. Следовательно, и Солнце находится где-то рядом с горизонтом, причем направо по ходу поезда. Это означает, что либо недавно случился закат, либо через небольшое время будет рассвет. Они происходят примерно на западе и на востоке соответственно, а это означает, что поезд ехал либо на юг (если описанная ситуация происходит вечером), либо на север (если утром).

Заметим, что точность определения направления сильно ухудшается по мере приближения к полярным кругам. В приполярных областях Земли Солнце может оказаться у горизонта практически в любом направлении, как следствие, для в этом случае указать направление движения поезда нельзя. Правда, такие железные дороги встречаются очень редко и только в России и Скандинавии.

2. Ранним новогодним утром 1 января 2019 года космический аппарат «Новые горизонты» пролетел мимо объекта (486958) 2014 MU₆₉ из пояса Койпера, более известного как «Ультима Туле», и сфотографировал его. Оцените время, прошедшее между началом отправки фотографии «Новыми горизонтами» и началом приема данных на Земле, если «Ультима Туле» в момент пролета аппарата находился на расстоянии 43 астрономических единицы от Солнца?

Решение (8 баллов):

«Ультима Туле» находится в 43 раза дальше от Солнца, чем Земля. Мы точно не знаем, как именно расположен «Ультима Туле» относительно Земли и Солнца, но в любом случае расстояние от астероида до Земли находится в пределах от 42 а.е. до 44 а.е., что мало влияет на ответ. Сигнал от аппарата распространяется со скоростью света. Далее можно вспомнить, что свет проходит расстояние от Солнца до Земли примерно за 8 минут (если точнее, за 8 минут 20 секунд, или 500 секунд. Это же число можно получить, зная, что скорость света равна 300 тыс. км/с, а одна астрономическая единица равна 150 млн км.) Таким образом, расстояние в 43 а.е. сигнал пройдет за $500 \cdot 43 = 21500$ секунд или около 6 часов.

3. Известно, что длина экватора Нептуна примерно в 4 раза длиннее земного экватора. Также известно, что объем Сатурна в 14 раз больше объема Нептуна. Во сколько раз земной экватор длиннее или короче, чем экватор Сатурна?

Решение (8 баллов):

Длина экватора прямо пропорциональна радиусу планеты, значит, радиус Нептуна в 4 раза больше, чем радиус Земли: $R_{\text{Нептуна}} = 4R_{\text{Земли}}$. Будем считать все планеты шарами, тогда объем V любой планеты рассчитывается по формуле:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

где R — радиус планеты. Коэффициенты перед кубом радиуса значения для данной задачи не имеют, т.к. они сократятся, когда мы запишем соотношение объемов:

$$\frac{V_{\text{Сатурна}}}{V_{\text{Нептуна}}} = \frac{\frac{4}{3}\pi R_{\text{Сатурна}}^3}{\frac{4}{3}\pi R_{\text{Нептуна}}^3} = \frac{R_{\text{Сатурна}}^3}{R_{\text{Нептуна}}^3} = \left(\frac{R_{\text{Сатурна}}}{R_{\text{Нептуна}}}\right)^3 = 14.$$

Теперь подставим вместо радиуса Нептуна его выражение через радиус Земли и придем к нужному ответу:

$$\left(\frac{R_{\text{Сатурна}}}{R_{\text{Нептуна}}}\right)^3 = \left(\frac{R_{\text{Сатурна}}}{4R_{\text{Земли}}}\right)^3 = 14 \Rightarrow \frac{R_{\text{Сатурна}}}{R_{\text{Земли}}} = 4\sqrt[3]{14}.$$

В принципе, это уже ответ задачи, но все-таки необходимо вычислить полученное математическое выражение.

Взять кубический корень из числа 14 — это значит найти такое число, которое при возведении в куб даст 14. Его можно найти без калькулятора, например, методом половинного деления. Очевидно, что искомое число лежит в диапазоне от 2 до 3. Возьмем число посередине этого участка: 2.5. Возведем его в куб: получится $2.5^3 = 15.625$. Это больше числа 14, значит искомый ответ лежит между 2 и 2.5. Далее снова делим промежуток пополам (2.25), возводим в куб (11.39) и делаем соответствующий вывод (искомое число находится в промежутке от 2.25 до 2.5). Так можно продолжать, пока не достигнута нужная точность. В принципе, достаточно получить ответ с точностью до одного знака после запятой: $\sqrt[3]{14} \approx 2.4$.

Таким образом, ответ задачи таков: $R_{\text{Сатурна}} \approx 4 \cdot 2.4 \cdot R_{\text{Земли}} = 9.6R_{\text{Земли}}$

4. 3 февраля 1488 года португальский моряк Бартоломеу Диаш первым из европейцев открыл мыс Доброй Надежды. В какой день недели это случилось?

Решение (8 баллов):

Григорианский календарь появился только в 1582 году, так что для счета проще пользоваться юлианским календарем. Он, как известно, отстаёт сейчас от григорианского на 13 суток, поэтому 3 февраля 2019 года по юлианскому календарю случится через 13 дней после даты проведения теоретического тура и, естественно, будет субботой (поскольку мы знаем, что тур проходит в воскресенье).

Поскольку каждые четыре года в юлианском календаре год длиннее обычного на один день, а дней недели семь, то календарь на очередной год полностью повторяется каждые $4 \times 7 = 28$ лет. Между интересующими нас датами прошел 531 год, и несложно обнаружить, что 532 делится на 28 нацело. Это означает, что календарь 1487 года является точной копией юлианского календаря 2019 года. Поскольку 1487 год високосным не был, по сравнению с ним все даты января и февраля 1488 года сдвинуты на один день недели вперед (поскольку деление 365 на 7 даёт в остатке 1). Следовательно, открытие произошло в следующий после субботы день недели, т.е. в воскресенье.

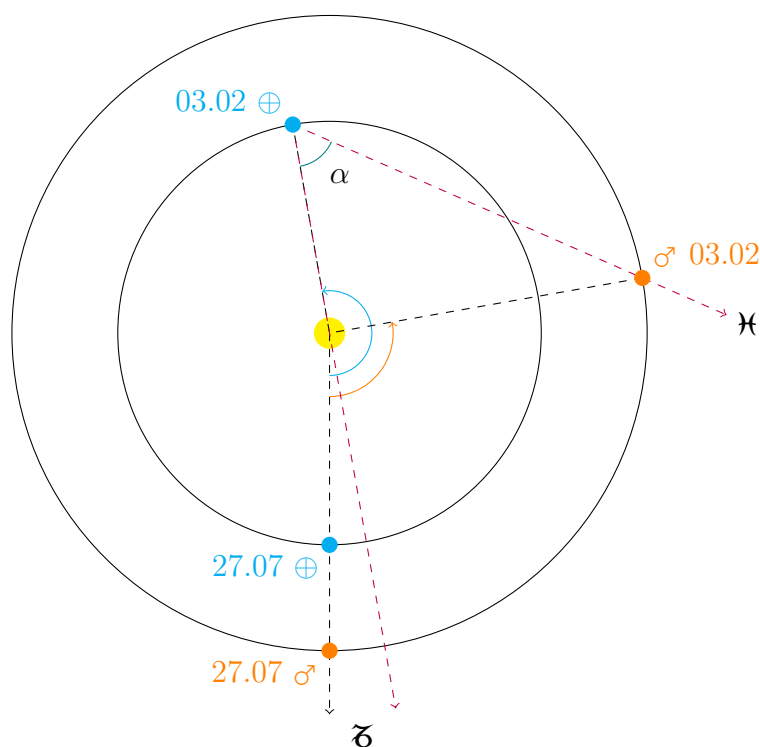
5. 27 июля 2018 года произошло уникальное астрономическое событие: великое противостояние Марса произошло одновременно с полным центральным затмением Луны, которое к тому же стало самым продолжительным лунным затмением в XXI веке. В какой фазе и в каком созвездии можно наблюдать Луну сегодня, в день теоретического тура? В каком

созвездия и в какое время суток можно наблюдать Марс сегодня, в день теоретического тура? Период обращения Марса вокруг Солнца 1.9 земного года.

Решение (8 баллов):

И Луна во время лунного затмения, и Марс в момент противостояния находятся в противоположной Солнцу точке небесной сферы. Поэтому, раз указанные явления произошли 27 июля, когда Солнце было в Раке, то Луна и Марс были в Козероге. С 27 июля по 3 февраля прошел 191 день, или чуть более полугода. Теперь в Козероге находится Солнце. Давайте разберемся, где находятся Луна и Марс.

Синодический период Луны (т.е. период смены фаз) составляет 29.5 дней. Таким образом, 191 день – это 6 полных синодических периодов Луны и еще 14 дней, т.е. всего прошло чуть менее 6.5 периода. Значит, Луне осталось около суток до новолуния, и она находится чуть западнее Солнца – либо также в Козероге, либо в Стрельце (на самом деле Луна перешла из созвездия Стрельца в созвездие Козерога примерно через час после окончания теоретического тура в Петербурге).



Для того, чтобы ответить на вопрос о Марсе, придется нарисовать рисунок. Земля проходит полный круг в 360° за 365 дней, т.е. смещается примерно на 1° в день. Таким образом, ко дню теоретического тура она пройдет дугу примерно в 190° (вычисления с большей точностью нам не понадобятся). Период обращения Марса вокруг Солнца в 1.9 раз больше, соответственно, за то же время он пройдет дугу в 1.9 раз меньше, т.е. около 100° . Таким образом, мы получили, что угол «Земля – Солнце – Марс» в день тура составляет $190^\circ - 100^\circ = 90^\circ$, т.е. треугольник из этих двух планет и Солнца является прямоугольным. По рисунку видно, что при этом Марс при наблюдении с Земли оказывается к востоку от Солнца. Нас интересует величина угла «Солнце – Земля – Марс» (на рисунке обозначен как α). Чтобы его оценить, можно, например, нарисовать в масштабе прямоугольный треугольник с катетами, которые соотносятся как 1:1.5 (что соответствует радиусу орбиты Земли в 1 а.е. и радиусу орбиты Марса в 1.5 а.е.) и измерить нужный угол. Он оказывается равным примерно $55^\circ - 60^\circ$, что соответствуют смещению на восток примерно на два зодиакальных созвездия от Солнца, которое, как мы уже выяснили, находится в Козероге. Таким образом, итоговый ответ: Марс находится в Рыбах, и виден вечером после захода Солнца.

