XXVI Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

отборочный тур, решения

2019

до 17 января

10 класс

1. В некоторый день звезда Денеб ($\alpha = 20^h41.5^m$) достигла максимальной высоты над горизонтом в $8^h41.5^m$ утра по истинному солнечному времени. На какой минимальной высоте под горизонтом в этот день будет находиться Солнце для наблюдателя в Санкт-Петербурге?

Решение (8 баллов):

Звездное и истинное солнечное время совпадают в день осеннего равноденствия. Затем каждый день звездное время обгоняет солнечное на дополнительные 3^m56^s. Таким образом, в день весеннего равноденствия звездное время будет обгонять солнечное на 12 часов. В момент верхней кульминации звездное время равно прямому восхождению, следовательно звездное время в момент верхней кульминации Денеба равно $20^h41.5^m$. Таким образом, действие задачи происходит в день весеннего равноденствия. В эту дату склонение Солнца равно нулю, тогда искомая высота нижней кульминации рассчитывается по формуле:

$$h_{\text{нк}} = \varphi + \delta_\odot - 90^\circ = 60^\circ + 0^\circ - 90^\circ = -30^\circ.$$

2. В результате наблюдений спиральной галактики, видимой с ребра, оказалось, что спектральная линия, имеющая лабораторную длину волны 6563 Å, наблюдается на длинах волн от 6556 Å до 6570 Å. Оцените максимальную линейную скорость вращения вещества в галактике вокруг ее центра.

Решение (8 баллов):

Воспользуемся формулой эффекта Допплера

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}.$$

Поскольку среднее значение длины волны совпадает с лабораторным значением, в целом галактика имеет нулевую лучевую скорость, а максимальные по модулю отклонения в каждую сторону соответствуют максимальным скоростям, с которыми соответствующий край галактики приближается к наблюдателю или удаляется от него. Тогда $\Delta\lambda = (6570 - 6556)/2 = 7$Å, откуда $v/c \approx 10^{-3}$. Таким образом, искомая скорость составляет примерно $3 \cdot 10^2$ км/с.

3. Неправильная переменная звезда в момент времени t_1 имела звездную величину $m_1 = +2^m.0$. В момент t_2 она была на 30% слабее, чем в t_1, а в момент t_3 она была на 30% ярче, чем в t_2. В момент t_3 звезда ярче или слабее, чем в момент t_1? Найдите m_2, m_3 (т.е. звездные величины звезды в моменты t_2 и t_3).

Решение (8 баллов):

Изменяться на какое-то число процентов (т.е. в какое-то число раз) могут не звездные величины, а освещенности, так что

$$E_2 = E_1 \cdot (1 - 0.3)$$

и

$$E_3 = E_2 \cdot (1 + 0.3) = E_1 \cdot (1 - 0.3) \cdot (1 + 0.3) = E_1 \cdot (1 - 0.09),$$

откуда следует, что в момент t_3 звезда была слабее, чем в момент t_1.

Поскольку видимая звездная величина звезды $m_i = -2.5 \lg E_i + \text{const}$, то

$$m_2 - m_1 = -2.5 \lg \frac{E_2}{E_1} = -2.5 \cdot \lg 0.7 \approx 0.4,$$

т.е. $m_2 = 2^m.4$. Аналогично

$$m_3 - m_1 = -2.5 \lg \frac{E_3}{E_1} = -2.5 \cdot \lg 0.91 \approx 0.1$$

и $m_3 = 2^m.1$.

4. Фотография (см. следующую страницу) была сделана 12 декабря 2002 года. Определите звездное и солнечное время в момент съемки с точностью до четверти часа.

Решение (8 баллов):

На фотографии виден Ковш Большой Медведицы. Вспомним, что крайние звезды Ковша, Дубхе и Мерак, указывают на Полярную звезду, а значит, лежат на одном круге склонений. Более того, этот круг на фотографии перпендикулярен горизонту, а значит Дубхе и Мерак находятся в кульминации, причем, очевидно, в нижней. Прямое восхождение этих двух звезд с нужной точностью можно считать равным 11 часам (это можно узнать по звездной карте или из справочника), значит, сейчас $11 + 12 = 23$ часа 00 минут звездного времени.

В день осеннего равноденствия, 23 сентября, звездное и солнечное время совпадают, а затем звездное начинает уходить вперед со скоростью 3 минуты 56 секунд в сутки. Таким образом, к 12 декабря (т.е. через 80 дней) разница между звездным и солнечным временем составит 315 минут, т.е. 5 часов 15 минут. Значит, солнечное время в момент съемки с указанной точностью составляло 17 часов 45 минут.

5. Космический аппарат массой 100 кг обращается по круговой орбите радиусом 40 тысяч км. В него врезается осколок космического мусора массой 2 кг. Считая столкновение лобовым и неупругим, а скорость осколка равной 3 км/с и направленной навстречу скорости космического аппарата, оцените расстояние до центра Земли в перигее новой орбиты.

Решение (8 баллов):

Запишем закон сохранения импульса для абсолютно неупругого удара:

$$MV - mv = (M+m)V_1 \Longrightarrow V_1 = \frac{MV - mv}{M+m}.$$

Здесь M — масса КА, m — масса осколка мусора, V, v — их начальные скорости, соответственно, V_1 — скорость системы после соударения.

Изначально КА двигался по круговой орбите и его скорость была равна

$$V = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{R}} = 3.2 \text{ км/с}.$$

Тогда итоговая скорость равна

$$V_1 = \frac{100 \cdot 3.2 \cdot 10^3 - 2 \cdot 3 \cdot 10^3}{100+2} = 3.1 \text{ км/с}.$$

Определим новое значение большой полуоси орбиты:

$$V_1^2 = GM\left(\frac{2}{R} - \frac{1}{a}\right) \Longrightarrow a = \frac{GM_\oplus R}{2GM_\oplus - RV_1^2} = 38 \cdot 10^3 \text{ км}.$$

Точка соударения КА с частицей мусора является апогеем новой орбиты, тогда расстояние в перигее равно

$$r = 2a - R = 36 \text{ тыс. км}.$$