



XX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
районный тур, решения

2012
1
декабря

9 класс

1. Киль, Корма, Компас, Штурвал, Паруса. Найдите одно лишнее название в списке и обоснуйте свой ответ.

Решение:

Все перечисленные названия, кроме Штурвала — названия существующих на небе созвездий (входивших ранее в состав более крупного созвездия «Корабль Арго»).

2. Один человек утверждал, что видел вечером на востоке молодую Луну и Венеру рядом с ней. Докажите, что он ошибается. Замените одно (и только одно) слово в описании данной ситуации так, чтобы описание стало верным.

Решение:

Венера — внутренняя планета, она никогда не отходит на большое угловое расстояние на небе от Солнца, поэтому вечером на востоке наблюдаться не может.

Выясним, какое слово надо заменить. Если вместо «вечером» поставить «утром» (днем и в середине ночи не видна Венера, так что другие варианты отсутствуют), ситуация все равно останется невозможной: Солнце должно находиться справа от молодой Луны, т.е. на юге, а это значит, что оно уже взойшло и Венеру наблюдать не удастся. Луна вечером на востоке может быть только полной, но Венеры рядом с ней заведомо быть не может, так что заменой слова «молодая» обойтись не удастся. По той же причине нельзя заменить на что-то другое и Луну, и Венеру (в описываемых условиях не могут находиться оба объекта сразу). Остается единственный возможный вариант — вместо «на востоке» написать «на западе». Тогда Солнце будет находиться уже под горизонтом (см. выше), однако Венера будет достаточно близко к Солнцу и описываемая ситуация станет возможной.

3. На поверхности Земли «нарисован» треугольник, одна вершина которого расположена в точке пересечения гринвичского меридиана и экватора, другая — в точке пересечения экватора и меридиана Петербурга (30° в.д.). Углы при каждой из этих двух вершин равны по 90° . Чему равен угол при третьей вершине этого треугольника и где она может находиться?

Решение:

Так как одной из сторон треугольника, очевидно, является экватор, можно заметить, что две остальных стороны — это гринвичский и петербургский меридианы (только меридианы пересекают экватор под прямым углом). Следовательно, третьей вершиной треугольника могут быть только точки пересечения меридианов, т.е. северный или южный географические полюса Земли. Угол при третьей вершине совпадает с углом между плоскостями двух меридианов, который, в свою очередь, равен разности долгот этих меридианов. Таким образом, третий угол равен 30° .

Правда, при этом получается, что сумма углов такого треугольника равна 210° . Это нормально: утверждение про то, что сумма углов треугольника равна 180° , верно для треугольников на плоскости, но наш треугольник расположен на сфере, так что к нему это утверждение не относится.

4. Звезда, находящаяся на расстоянии 7 пк, имеет видимую звездную величину 6^m . Какую видимую звездную величину будет иметь та же звезда, если наблюдать ее с расстояния 70 пк?

Решение:

Освещенность, создаваемая точечным объектом, обратно пропорциональна квадрату расстояния до него. Соответственно, удаленная на расстояние 70 пк звезда будет создавать освещенность, в 100 раз меньшую, чем исходно. Известно, что уменьшение освещенности на два порядка соответствует увеличению звездной величины объекта на 5^m , так что ответ: 11^m .

5. В конце XVIII века П.С. Лаплас обнаружил, что периоды обращения вокруг Солнца у двух планет Солнечной системы относятся как 5:2. Одна из этих планет — Юпитер. Определите вторую планету.

Решение:

Вместо периодов удобнее работать с большими полуосями орбит планет. По III закону Кеплера для периодов двух планет P и больших полуосей орбит a верно равенство

$$\frac{P_1^2}{P_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3},$$

поэтому

$$\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{2/3}.$$

Вычислим $a_1/a_2 = 2.5^{2/3} = \sqrt[3]{6.25}$. Нам достаточно получить крайне приблизительный ответ, поэтому ограничимся очевидной оценкой: $a_1/a_2 < 2$. Таким образом, получается, что искомая планета должна быть не более чем в два раза ближе к Солнцу, чем Юпитер, или не более чем в два раза дальше. Большая полуось орбиты Юпитера около 5 а.е., так что искомая планета должна иметь большую полуось орбиты в пределах $2.5 \text{ а.е.} < a < 10 \text{ а.е.}$ Из двух ближайших соседей Юпитера Марс не подходит (у него большая

полуось орбиты всего 1.5 а.е.), зато подходит Сатурн ($a = 9.6$ а.е.). Именно он нам и нужен.

Заметим, что ситуация, когда периоды обращения двух тел относятся как небольшие натуральные числа, встречается в Солнечной системе достаточно часто. Такое явление (его принято называть резонансом) образуется в результате приливного взаимодействия тел. Если это знать, то можно догадаться, что «напарник» Юпитера по резонансу должен быть достаточно массивным (и уже на этом основании дать ответ — Сатурн).