XX Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

районный тур, решения

2012

1 декабря

---

10 класс

---

1. Уран, рубидий, плутоний, селен, гелий, теллур. Вычеркните лишний химический элемент из списка. Обоснуйте свой ответ, не забыв, что олимпиада все-таки по астрономии, а не по химии.

Решение:

Все эти элементы, кроме рубидия, названы в честь каких-либо астрономических объектов. В случае урана и плутония соответствующие объекты очевидны: уран был назван в честь планеты Уран, два последующих элемента в таблице Менделеева по аналогии были названы нептунием и плутонием. Гелий был обнаружен сначала по наблюдениям его линий в спектре Солнца (и по этой причине назван греческим названием Солнца — "Гелиос"). Теллур получил название в честь Земли как планеты ("Telluris" — Земля на латыни), а его природный «спутник», имеющий похожие химические свойства, селен — в честь Луны (греческое название — "Селена"). И только название рубидия в этом списке никакого отношения к астрономии не имеет, он был так назван по цвету наиболее характерных линий в спектре ("rubidus" — на латыни «темно-красный», от этого же слова происходит, например, название рубина).

2. 7 ноября 2012 года Луна покрыла некоторую звезду, а 14 ноября состоялось полное солнечное затмение. В каком созвездии находилась звезда, которую Луна покрыла 7 ноября?

Решение:

В тот момент, когда состоялось полное солнечное затмение, Луна на небе находилась в той же точке (и, как следствие, в том же созвездии), что и Солнце. Так как период обращения Луны вокруг Земли чуть меньше 4 недель, за неделю до этого Луна должна была находиться в зодиакальном созвездии, отстоящем на четверть круга от того, где Солнце бывает в середине ноября (или, соответственно, в том созвездии, в котором Солнце находится в середине августа — в созвездии Рака). Следовательно, и звезда, которая была покрыта Луной, находится в Раке.

3. Годичный параллакс Альдебарана равен $0''.05$, а угловой диаметр его диска при наблюдении с Земли — $0''.02$. Найдите отношение радиуса Альдебарана к радиусу Солнца.

Решение:

Так как нам известен годичный параллакс Альдебарана, можно найти расстояние до него. Поскольку годичный параллакс π в секундах и расстояние r в парсеках для любого объекта соотносятся как $r = 1/\pi$, получаем, что расстояние до Альдебарана составляет 20 пк. Известно, что в одном парсеке примерно $2 \cdot 10^5$ а.е., следовательно, Альдебаран находится в $4 \cdot 10^6$ раз дальше от Земли, чем Солнце.

С другой стороны, диаметр диска Альдебарана при наблюдении с Земли в $9 \cdot 10^4$ меньше, чем диаметр диска Солнца (последний составляет примерно $30'$). Отсюда легко получить отношение радиусов Альдебарана и Солнца

$$\frac{R_{\text{A}}}{R_{\odot}} = \frac{4 \cdot 10^6}{9 \cdot 10^4} \approx 40.$$

4. Ученые ищут планеты для колонизации в будущем. Для этих целей они отбирают лишь те, на которых ускорение свободного падения во всех точках поверхности не превышает ускорение силы тяжести на поверхности Земли, а сутки равны земным. Найдите максимальный возможный радиус такой планеты, пренебрегая ее несферичностью.

Решение:

Очевидно, что из-за вращения планеты вокруг своей оси эффективное ускорение силы тяжести будет самым большим на полюсах планеты. Поэтому первое условие можно записать как

$$\frac{GM}{R^2} \leq g,$$

где G — гравитационная постоянная, M — масса планеты, R — ее радиус, g — ускорение свободного падения на поверхности Земли (равное примерно 9.8 м/с^2).

Второе условие, в частности, означает, что планета может вращаться вокруг своей оси с периодом, равным земным суткам (обозначим его T), т.е. выполнено неравенство:

$$\frac{2\pi R}{T} \leq \sqrt{\frac{GM}{R}},$$

иначе линейная скорость движения точек на экваторе планеты оказалась бы больше первой космической скорости и планету разорвало бы.

Преобразуя второе неравенство, получаем:

$$\frac{4\pi^2 R}{T^2} \leq \frac{GM}{R^2}$$

и, учитывая первое неравенство, записываем

$$\frac{4\pi^2 R}{T^2} \leq g.$$

Осталось разрешить это неравенство относительно R. Окончательно получаем (подставляя числовые данные в системе СИ):

$$R \leq \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{9.8(8.6 \cdot 10^4)^2}{4 \cdot 3.1^2} \approx 2 \cdot 10^9 \text{ м.}$$

Видно, что ограничение не очень сильное — планета, удовлетворяющая обоим требованиям, может быть примерно в 300 раз больше Земли.

5. Вычислите максимальное расстояние, с которого Солнце можно увидеть невооруженным глазом.

Решение:

Известно, что абсолютная звездная величина Солнца $M \approx +5^m$. Невооруженным глазом можно видеть объекты с видимой звездной величиной $+6^m$, поэтому нам требуется найти расстояние, на котором Солнце будет иметь такую видимую звездную величину.

Известно, что если расстояние r выражено в парсеках, то верно соотношение

$$M = m - 5 \lg r + 5.$$

Подставив в него имеющиеся у нас данные, получаем

$$\lg r = 6/5.$$

Отсюда $r = 10^{6/5} = 10 \cdot 10^{1/5}$. Вычислить второй сомножитель можно, зная, что $\sqrt[5]{100} = 2.512\ldots$, поэтому $10^{1/5} = \sqrt{2.512} \approx 1.6$. В итоге получаем ответ — около 16 пк.