

XIX Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

12 декабря 22 января

2011 - 2012

заочный отборочный тур, решения

10 класс

1. Крабовидная туманность, Туманность Андромеды, Туманность Розетка, Туманность Ориона, Туманность Орла. Что лишнее в этом списке? Ответ обоснуйте.

Решение:

Туманность Андромеды — единственный объект в списке, не находящийся в нашей Галактике (и сам являющийся галактикой).

2. Звезда, находящаяся на некотором расстоянии от Земли, имеет видимую звездную величину 5^m . Какую видимую звездную величину будет иметь такая же звезда, нахоящаяся на расстоянии, в 5 раз большем, чем первая?

Решение:

Освещенность E, создаваемая звездой на Земле, зависит от светимости звезды L и от расстояния до нее r следующим образом

$$E = \frac{L}{4\pi r^2},$$

т.к. вся мощность излучения звезды равномерно распределяется по сфере.

Так как звезды по условию одинаковы, то отношение освещенностей, а, следовательно, и разность их звездных величин m_2-m_1 , будет определяться только отношением расстояний.

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

Применим к этим звездам формулу Погсона:

$$m_2 - m_1 = -2.5 \lg \frac{E_2}{E_1} = 2.5 \lg \frac{E_1}{E_2} = 2.5 \lg \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = 5 \lg \frac{r_2}{r_1} = 5 \cdot \lg 5 \approx 3^m.5$$

Следовательно, более далекая звезда будет иметь звездную величину $m_2 = m_1 + 3^m.5 = 5 + 3^m.5 = 8^m.5$.

3. В Интернете «гуляет» информация о мифической планете Нибиру, которая приближается к Земле и через некоторое время пройдет на небольшом расстоянии от Земли. Предположим, что планета Нибиру в 4 раза массивнее Земли. Считая ее среднюю плотность такой же как у Земли, оцените расстояние, на котором угловой размер Нибиру станет таким же, как у Луны.

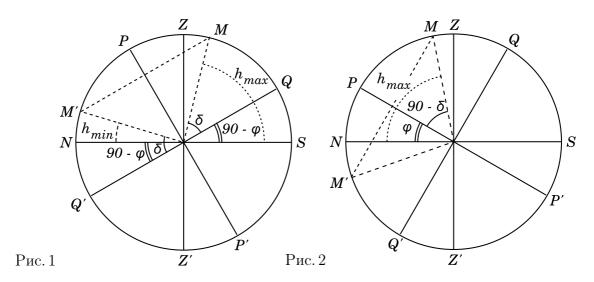
Решение:

Если Нибиру в 4 раза массивнее Земли, то при той же плотности объем Нибиру также будет в 4 раза больше земного. Следовательно, радиус Нибиру будет больше земного в $\sqrt[3]{4} \approx 1.6$. Известно, что Луна по размерам примерно в 4 раза меньше Земли. Значит Нибиру примерно в $1.6 \cdot 4 = 6.4$ больше по размеру, чем Луна. Следовательно, такой же угловой размер при наблюдении с Земли она будет иметь на расстоянии в 6.4 раза больше, чем расстояние от Земли до Луны. Таким образом, искомое расстояние $6.4 \cdot 384400 \approx 2.5 \cdot 10^6 \, \mathrm{км}$.

4. Высота звезды в течение суток меняется от 50° до 80° . Найдите возможную широту места наблюдения.

Решение:

Наибольшая и наименьшая высоты звезды над горизонтом в течение суток достигаются в моменты т.н. кульминаций, когда звезда пересекает плоскость небесного меридиана. В северном полушарии Земли нижняя кульминация звезды (наиболее низкое ее положение относительно горизонта) может происходить только с северной стороны от зенита (астрономический азимут любого светила в нижней кульминации равен 180°), а верхняя кульминация — как с южной, если широта места φ больше склонения звезды δ (тогда азимут светила в верхней кульминации равен 0°), так и с северной, если $\delta > \varphi$ (азимут равен 180°).



Рассмотрим рисунки 1 и 2, изображающие небесную сферу в проекции на плоскость меридиана. Обозначения: SN — горизонт, S — точка юга, N — точка севера, QQ' — небесный экватор, MM' — суточная параллель (видимый суточный путь) звезды, P — северный полюс мира, Z — зенит, h_{max} — высота светила над горизонтом в верхней кульминации, h_{min} — высота в нижней кульминации. Зенитное расстояние — расстояние от зенита до звезды равно $z=90^{\circ}-h$.

Рисунок 1 относится к случаю верхней кульминации к югу от зенита. В этом случае $h_{max}=90^\circ-\varphi+\delta$. В случае верхней кульминации к северу от зенита (рис. 2) $h_{max}=90^\circ-\delta+\varphi$. И в обоих случаях $h_{min}=\delta+\varphi-90^\circ$

Найдем широту. В случае верхней кульминации к югу от зенита $h_{max} - h_{min} = 180^{\circ} - 2\varphi$, откуда $\varphi = +75^{\circ}$.

В случае верхней кульминации к северу от зенита $h_{max} + h_{min} = 2\varphi$, откуда $\varphi = +65^\circ$.

В южном полушарии все аналогично (это легко показать, нарисовав соответствующие рисунки), меняется только знак ответов, поэтому появляется еще два варианта: $\varphi = -75^{\circ}$ и $\varphi = -65^{\circ}$.

5. Марс находится в противостоянии. Оцените, на какое угловое расстояние Марс перемещается по небу за сутки относительно звезд. Орбиту Марса считать круговой с радиусом 1.5 a.e.

Решение:

Воспользовавшись известным выражением для скорости движения планеты по круговой орбите

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}},$$

где G — гравитационная постоянная, M — масса Солнца, r — радиус орбиты планеты, можно вычислить как скорость движения Земли (примерно 30 км/с), так и скорость движения Марса (примерно 24 км/с). Так как Марс находится в противостоянии, то он движется в том же самом направлении, что и Земля, поэтому их относительная скорость равна v'=6 км/с. Отсюда угловая скорость

$$\omega = \frac{v'}{R}.$$

Подставляя численные значения, получаем $\omega = 8 \cdot 10^{-8}$ рад/с. Тогда за сутки Марс пройдет угловое расстояние, равное 0.007 рад, т.е. около $\mathbf{0}^{\circ}.\mathbf{4}$.