Решения и критерии оценивания
Задач очного отборочного тура
Инженерной олимпиады школьников, 11 класс,
2017-2018 учебный год

1. (1 балл) Имеется водный раствор серной кислоты неизвестной концентрации. Из раствора взяли пятую часть и выпарили из нее воду до двукратного увеличения процентного содержания в ней кислоты. После того как этот выпаренный раствор вернули назад, процентное содержание кислоты в растворе стало равно 40 %. Найти процентное содержание кислоты в первоначальном растворе. Считать, что при выпаривании испарялась только вода, но не кислота.

Решение. Пусть масса кислоты в растворе m, масса раствора (до выпаривания воды) M. Тогда концентрация раствора до выпаривания равна

$$C = \frac{m}{M}$$

Для выпаривания мы взяли $0,2M$ (содержащих $0,2m$ кислоты) и выпарили так, что концентрация этой порции раствора возросла вдвое. Для этого полная масса выпариваемого раствора должна уменьшится вдвое – т.е. стать $0,1M$. Поэтому полная масса раствора (после смешивания) равна $0,8M + 0,1M = 0,9M$, при условии, что масса кислоты в растворе не изменилась. Поэтому новая концентрация раствора равна

$$C_1 = \frac{m}{0,9M} = \frac{C}{0,9}$$

Отсюда

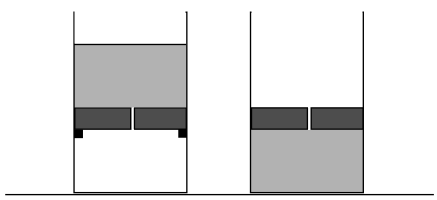
$$C = 0,9C_1 = 36\%$$

Критерии оценивания:

1. Использованы правильное определение концентрации. Найдено изменение количества воды в выпариваемой порции - 0,5 балла
2. Правильные вычисления – 0,5 балла

Максимальная оценка за задачу – 1 балл

2. (2 балла) В цилиндрическом сосуде площадью сечения $S = 200$ см^2 закреплен поршень массой $m = 2$ кг, в котором сделано маленькое отверстие. Если на поршень налить слой воды толщиной $h = 10$ см, вода начнет вытекать через отверстие со скоростью $v = 1$ мл/с (левый рисунок). За какое время поршень опустится на дно сосуда, если его освободить, на дно сосуда налить слой воды толщиной $h = 10$ см, а поршень положить сверху на воду (правый рисунок). Трение между поршнем и стенками сосуда отсутствует, но вода между стенками сосуда и поршнем просачиваться не может.



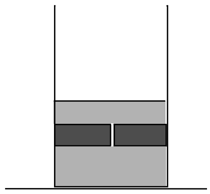
Решение. Очевидно, количество воды, протекающей в единицу времени через малое отверстие (расход воды), определяется перепадом давлений в жидкости до и после отверстия. При том же самом перепаде давлений и площади отверстия расход воды будет тем же самым. Давайте найдем перепад давлений в первом и втором случае.

В первом случае в момент начала вытекания воды перепад давлений определяется высотой столба воды над поршнем и равен

$$\Delta p_1 = \rho g h = 10^3 \text{ Па}$$

Во втором случае избыточное давление под поршнем создается благодаря его притяжению к земле и равно

$$\Delta p_2 = \frac{mg}{S} = 10^3 \text{ Па}$$



При этом этот перепад давлений во втором случае не меняется в процессе перетекания воды. Действительно, когда часть воды перетечет из-под поршня, давление под поршнем увеличится и станет равно избыточному давлению, создаваемым поршнем, плюс давление столба перетекшей жидкости (см. рисунок). Но на величину давления столба перетекшей жидкости увеличится и давление воды перед отверстием. Поэтому перепад давлений до и после отверстия не меняется в процессе перетекания воды, и, следовательно, не меняется и скорость перетекания воды.

Отсюда находим время перетекания воды

$$t = \frac{V}{v} = \frac{hS}{v} = 2 \cdot 10^3 \text{ секунд}$$

Критерии оценивания:

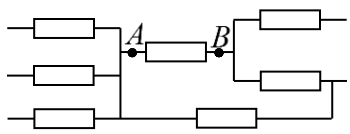
1. Если школьник пытается вычислить перепад давлений и говорит в каком-то виде о зависимости скорости перетекания от этого перепада – 0,5 балла.

2. Использование утверждения (явное или неявное), что во втором случае скорость перетекания воды постоянна – 0,5 балла.

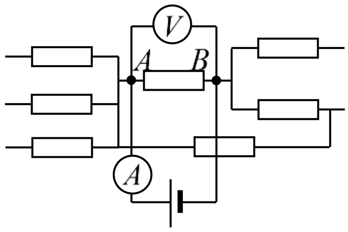
3. Доказательство утверждения, что скорость перетекания воды во втором случае постоянна – 0,5 балла

4. Правильные вычисления – 0,5 балла.

Максимальная оценка за задачу – 2 балла



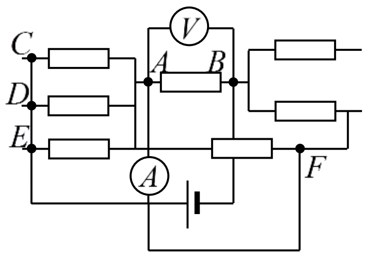
3. (2 балла) Имеется электрическая цепь, состоящая из большого количества пассивных элементов (т.е. не вносящих в цепь энергию; на рисунке показана часть этой цепи). Как, имея амперметр, вольтметр, источник и провода измерить сопротивление одного из резисторов, не удаляя его из цепи (например, резистора AB)? Разрешается: подключаться к любым точкам цепи. Не разрешается: удалять элементы из данной цепи, разрывать соединения или провода данной цепи. Опишите последовательность действий и дайте их обоснование. Считать, что сопротивления амперметра, источника и данных соединительных проводов очень малы, сопротивление вольтметра очень велико.



Решение. Чтобы найти величину неизвестного сопротивления необходимо включить его в какую-то электрическую цепь, измерить ток через него, электрическое напряжение на нем и использовать закон Ома. Включить сопротивление АВ в электрическую цепь мы можем, поскольку у нас есть источник, который мы можем подключить к любым точкам цепи (например, А и В). Измерить напряжение на сопротивлении АВ тоже можно, подключая вольтметр к точкам А и В. А как измерить ток через это сопротивление? По условию мы не можем «врезаться» ни в какие провода данной цепи. Значит, мы можем мерять ток только в подводящих проводах. А он будет разветвляться и течь через все сопротивления. Например, при соединении, показанном на рисунке, показания амперметра не будут совпадать с током через сопротивление АВ.

Но если заставить ток, текущий к узлу А, течь только через сопротивление АВ, но не через какие другие участки данной цепи, тогда, измеряя этот ток и напряжение на участке АВ, можно по закону Ома найти сопротивление участка цепи АВ:

$$R_{AB} = \frac{U_{AB}}{I_{AB}} \quad (1)$$



А как это сделать? Если мы сделаем потенциалы всех вершин цепи, соединенных с вершиной А, равными потенциалу вершины А, то ток к этим вершинам не потечет. А для этого нужно дополнительно соединить клеммы источника (до амперметра!) со всеми узлами, с которыми связаны точки А и В (см. рисунок; положительный полюс источника нужно связать с точками C, D, E и F), то ток через сопротивление $A-B$ будет равен току через амперметр. Конечно, в этом случае ток через источник будет другим, поскольку часть тока будет уходить через точки C, D, E и F в другие элементы цепи. Но для измерения сопротивления резистора $A-B$ это совершенно неважно, его величину можно найти по формуле (1) через показания амперметра и вольтметра при показанном на рисунке их подключении.

Критерии оценивания:

1. Если школьник нарушает условие, разрывая провода данной цепи, оценка 0 баллов.

2. Если школьник пытается использовать закон Ома, подключая приборы так, как на первом рисунке в решении, не заметив, что ток через амперметр не совпадает с током через АВ, - оценка 0,5 балла.

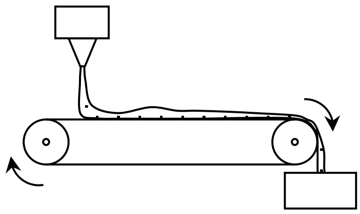
3. Если школьник заметил этот нюанс и пытается придумать, как заставить измеряемый ток течь только через сопротивление АВ, но до правильного результата не доходит, оценка 1 балл. Анало-

гично оцениваются попытки сделать равными потенциалы точек А и C, D, E и F, но с неправильной идеей измерения сопротивления (например, их соединение сделано после амперметра) – также оценка 1 балл.

4. Если предложена правильная цепь без комментариев – оценка за задачу 1,5 балла

5. Правильная цепь и обоснование – оценка 2 балла

Максимальная оценка за задачу – 2 балла



4. (2 балла) Горизонтальная лента транспортера, движущаяся со скоростью $v = 1$ м/с, перемещает песок от бункера до пескоприемника. Скорость выхода песка из бункера (расход песка) составляет $\mu = 20$ кг/с. Оцените, какую мощность должен развивать для этого мотор двигателя транспортера, считая, что мощность, необходимая для перемещения самого транспортера, мала.

Решение. Из условия следует, что никакие потери мощности на трение в валках транспортера учитывать не нужно. Поэтому основной источник потерь в данной системе – это «разгон» песчинок до скорости ленты и потери на трение песчинок о ленту (если бы трения песчинок о ленту не было, лента не смогла бы переместить песок).

За малое время Δt ленту падает масса песка $\mu\Delta t$, которую лента разгоняет до своей скорости, т.е. совершает работу

$$\Delta A = \frac{\mu \Delta t v^2}{2}$$

Отсюда находим мощность, которую должен развивать транспортер, для разгона песка

$$P = \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{\mu v^2}{2}$$

Очевидно, мощность потерь на трение песчинок о ленту такая же. Действительно, чтобы разогнать песок до своей скорости лента должна переместиться на расстояние, равное удвоенному перемещению песчинок, откуда и следует сделанное выше утверждение. Поэтому оценка мощности двигателя есть

$$P = \mu v^2 = 20 \text{ Вт}$$

Конечно, сделанная оценка мощности двигателя транспортера весьма сильно отличается от реальной, поскольку главным механизмом затраты мощности является работа против сил трения в валках, которая зависит от полного количества песка на ленте и ее длины.

Критерии оценивания

1. Если участник понял, что нужно оценивать работу по разгону песка до скорости ленты, но ошибся при выводе формулы для мощности – 0,5 балла.

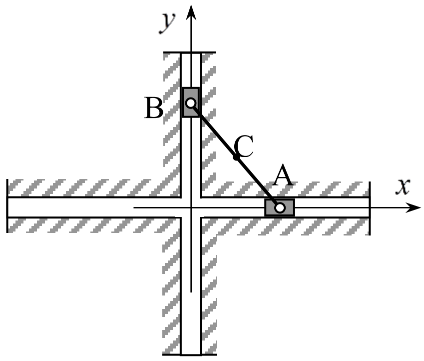
2. правильная оценка мощности по разгону песчинок, но нет оценки потерь на трение – 1 балл.

3. Оценка обоих механизмов затраты мощности, технические ошибки в реализации – 1,5 балла.

4. Правильное решение с учетом обоих механизмов затраты мощности – 2 балла.

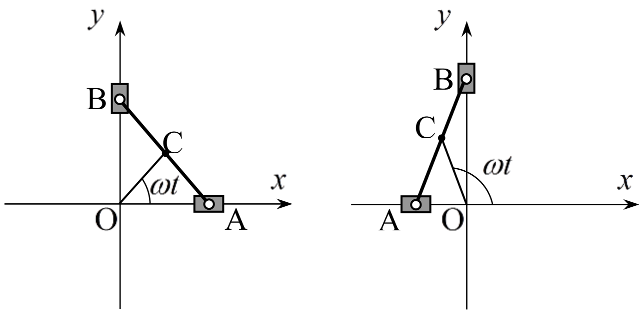
Максимальная оценка за задачу – 2 балла

5. (2 балла) Плоский механизм, который называется линейкой эллипсографа, состоит из двух точечных «ползунов» A и B (деталей, способных перемещаться вдоль направляющих), связанных стержнем длиной l, шарнирно прикрепленным к ползунам (см. рисунок; ползуны обозначены темными прямоугольниками). Пусть ползуны движутся по закону $x_A(t) = l\cos\omega t$, $y_A(t) = 0$, $x_B(t) = 0$, $y_B(t) = l\sin\omega t$. По какой траектории движется точка C, являющаяся серединой отрезка AB? Найти ускорение точки C в тот момент, когда стержень AB наклонен к оси x под углом $60°$. Ответ обосновать.



Решение. Ясно, что заданное движение ползунов возможно, поскольку расстояние между ними в любой момент времени равно длине несжимаемого стержня. При этом данные зависимости реализуются в случае колебаний ползунов: A - вдоль оси x, B - вдоль оси y. Поэтому в любой момент времени треугольник ABO - прямоугольный, а точка C - лежит на середине гипотенузы, и согласно свойству прямоугольного треугольника находится от вершины прямого угла на расстоянии, равном половине гипотенузы (т.е. половине длины стержня). Поэтому траектория ее движения – окружность радиуса $l/2$ с центром в начале координат.

Очевидно, отрезок OC вращается с постоянной скоростью. Действительно, чтобы зависимости $OA = l\cos\omega t$, $OB = l\sin\omega t$ имели место, угол OAB должен линейно зависеть от времени $\angle OAB = \omega t$. А поскольку треугольник OAC прямоугольный, $\angle AOB = \angle OAB = \omega t$. А это значит, что точка C равномерно вращается с угловой скоростью ω по окружности радиуса $l/2$. Поэтому ускорение точки C в любой момент направлено к началу координат и равно



$$a = \omega^2 l/2$$

От угла между стержнем и осью не зависит.

Критерии оценивания

1. если участник понял, что при заданном движении ползунов точка C вращается – оценка 0,5 балла.

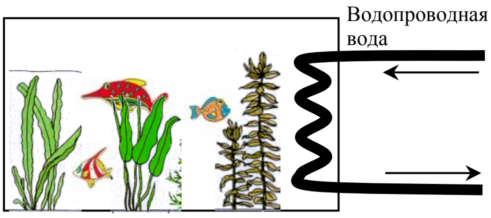
2. если участник понял, что точка С вращается по окружности с постоянной скоростью, но не дал обоснование хотя бы одного из этих утверждение и не вычислил ускорение – оценка за задачу – 1 балл.

3. Доказательство, что вращение с постоянной скоростью и по окружности – 0,5 балла.

4. Правильное решение с обоснованием – 2 балла. Без обоснования – 1,5 балла.

Максимальная оценка за задачу – 2 балла

6. (3 балла) В зоопарке аквариум для содержания теплолюбивых рыб ($t_1 = 25°$ С) переделывают для содержания холодоустойчивых ($t_2 = 12°$ С). Для этого из аквариума убирают нагреватель, а монтируют в нем систему охлаждения, которая представляет трубку с протекающей по ней водопроводной водой. Какой расход водопроводной воды с температурой $t_3 = 8°$ С нужно обеспечить в трубке (масса воды в секунду), чтобы добиться заданной температуры воды в аквариуме? Считать, что эффективность системы охлаждения такова, что водопроводная вода вытекает из нее, имея температуру воды в аквариуме. Известно, что при содержании теплолюбивых рыб использовался нагреватель мощностью $P = 75$ Вт, а температура воздуха в помещении фиксирована и равна $t_0 = 20°$ С. Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг$\cdot$К).



Решение. Очевидно, и в первом и во втором случае аквариум будет обмениваться теплом с окружающим воздухом, поскольку будет иметь другую температуру. В первом случае (когда в аквариуме работает нагреватель, Рассмотрим сначала отдачу тепла аквариумом окружающей среде, когда в нем работал нагреватель. В этом случае температура воды в аквариуме $t_1 = 25°$ С и не меняется, при том, что в аквариуме работает нагреватель. Это значит, что все тепло, выделяемое нагревателем, уходит в окружающую среду. А поскольку оно пропорционально разности температур аквариума и окружающей среды, получаем

$$P = k\left(t_1 - t_0\right) \tag{1}$$

где k - коэффициент пропорциональности, зависящий от геометрии аквариума и его теплоизоляции, но не зависящий от температур аквариума и окружающей среды.

Во втором случае тепло поступает уже в аквариум из окружающей среды, причем количество тепла, поступившего в единицу времени, равно теплу, которое нужно, чтобы нагреть водопроводную воду, поступающую в систему охлаждения в секунду, до температуры воды в аквариуме. Это тепло пропорционально разности температур воды в аквариуме и окружающего воздуха, причем с тем же самым коэффициентом пропорциональности k, поскольку геометрия аквариума и его теплоизоляция не изменились (об этом ничего не сказано в условии). Поэтому

$$c\mu\left(t_2 - t_3\right) = k\left(t_0 - t_2\right) \tag{2}$$

Используя теперь коэффициент k из (1), получим

$$\mu = \frac{k\left(t_0 - t_2\right)}{c\left(t_2 - t_3\right)} = \frac{P\left(t_0 - t_2\right)}{c\left(t_2 - t_3\right)\left(t_1 - t_0\right)} = 7{,}1 \text{ г/с}$$

Критерии оценивания

1. Школьник понял, что и первый и второй процесс – стационарный, и отдача или получение тепла аквариумом равна тому, что в нем выделяется, или поглощается – 0,5 балла.

2. Школьник в том или ином виде пытался использовать закон Фурье для теплоотдачи через разности температур – 0,5 балла

3. Если есть и 1. и 2. без дальнейшего продвижения – 1 балл.

4. Получена, но не доведена до конца система уравнений – 1,5 (нарастающим итогом)

5. Решена верно – 2 балла (нарастающим итогом).

Максимальная оценка за задачу – 2 балла