Ответы и решения

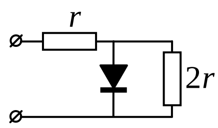
1. Как сказано в условии, яркость участка изображения тем больше, чем больше регистрируемый детектором ток электронов. Это означает, что более темные участки микросхемы излучают меньшее число электронов, более светлые – большее. Поймем, почему это происходит, при том, что плотность свободных электронов во всех точках проводника одинакова.

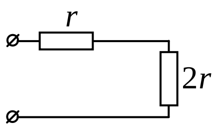
Пусть в результате облучения электронами электрон металла (вторичный электрон) приобретает скорость v_0. Тогда закон сохранения энергии для этого вторичного электрона, покидающего металл, дает:

$$\frac{mv_0^2}{2} - e\varphi = \frac{mv^2}{2} \qquad (*)$$

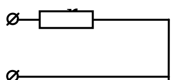
где φ – потенциал участка поверхности, с которого электрон вылетел, e – модуль заряда электрона, v – скорость электрона на большом удалении от поверхности. Но скорости, которые приобретают вторичные электроны при облучении, могут быть разными, и лежат в интервале от нуля до некоторого максимального значения, которое определяется энергией электронов, которыми облучается микросхема. Поэтому, как это следует из формулы (*), многие вторичные электроны не смогут вылететь из участков микросхемы с отрицательным потенциалом. Следовательно, участки с положительным потенциалом покидает большее количество электронов, чем с отрицательным. Поэтому темные участки на правом рисунке соответствуют дорожкам с положительным потенциалом, а светлые – с отрицательным потенциалом.

2. При приложении переменного электрического напряжения в течение полупериода, когда диод «закрыт», данная электрическая цепь имеет такой вид





в течение второго (когда диод открыт) - такой



Следовательно, в течение первого полупериода в резисторах выделяется мощность

$$P_r = \frac{U^2}{2\cdot 9r} \qquad P_{2r} = \frac{2U^2}{2\cdot 9r}$$

где U - амплитуда приложенного напряжения (множитель 2 в знаменателе дает действующее значение напряжения). В течение второго полупериода в резисторах выделяются мощности

$$P_r = \frac{U^2}{2\cdot r} \qquad P_{2r} = 0$$

Поэтому в течение периода в резисторах выделяется мощность

$$P_r = \frac{U^2}{2\cdot 9r} + \frac{U^2}{2\cdot r} = \frac{5U^2}{9r} \qquad P_{2r} = \frac{2U^2}{2\cdot 9r} + 0 = \frac{U^2}{9r}$$

Поэтому

$$\frac{P_r}{P_{2r}} = 5$$

3. Пусть одно плечо весов - l_1, второе - l_2, но весы уравновешены. Тогда при взвешивании объекта на одной чаше весов имеем

$$m_1 l_1 = m l_2,$$

а на другой

$$m l_1 = m_2 l_2.$$

где m - масса взвешиваемого объекта, m_1 и m_2 - массы гирь, уравновешивающих объект на одной и на другой чашах весов. Деля эти уравнения друг на друга и выражая из получившегося уравнения m, получим

$$m = \sqrt{m_1 m_2}. \qquad (*)$$

С другой стороны, поскольку неравноплечность хороших весов невелика, разность масс m_1 и m_2 много меньше самих этих масс и, следовательно, среднее геометрическое близко к среднему арифметическому

$$\sqrt{m_1 m_2} \approx \frac{m_1 + m_2}{2} \qquad (**)$$

Причем погрешность, которую мы совершаем, заменяя среднее геометрическое на среднее арифметическое, квадратична по малой разности $m_1 - m_2$

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{m_1 + m_2 - 2\sqrt{m_1 m_2}}{m_1 + m_2} = \frac{\left(\sqrt{m_1} - \sqrt{m_2}\right)^2}{m_1 + m_2} \approx \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2$$

что и оправдывает переход от среднего геометрического к среднему арифметическому.

4. Пусть радиус цилиндра r, длина L. Если разрезать фольгу по образующей цилиндра и развернуть, то полученный прямоугольник из фольги с основаниями $2\pi r$ и высотой L, оказывается включенным в цепь между основаниями. Поэтому, если сопротивление единицы длины поперечного сечения фольги σ, то сопротивление цилиндра в первом случае равно

$$R = \frac{\sigma L}{2\pi r}$$

Если разрезать фольгу по винтовой линии и развернуть (второй случай), то она будет представлять собой параллелограмм со сторонами $2\pi r$ и $2\pi r N$. Чтобы найти сопротивление такого параллелограмма, включенного между своими основаниями, заметим, что его можно считать состоящим из параллельно соединенных проводников длиной $2\pi r N$ каждый с суммарной шириной, равной высоте параллелограмма - L/N. Поэтому новое сопротивление фольги есть

$$R_1 = \frac{\sigma 2\pi r N}{\left(L/N\right)} = \left(\frac{2\pi r N}{L}\right)^2 R = 222 \text{ Ом}$$

5. Пусть скорость движения жидкости через насос - v, площадь сечения трубопроводов насоса - S. Тогда за малое время Δt насос перемещает массу жидкости $\Delta m = \rho S v \Delta t$ (ρ - плотность жидкости), и, следовательно,

$$\mu = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho S v$$

С другой стороны, поскольку насос действовал на эту жидкость силой $F = \Delta p S$ (S - площадь сечения трубопроводов насоса), то его мощность есть

$$N = Fv = \Delta p S v = \frac{\Delta p \mu}{\rho}$$

Таким образом, мощность, развиваемая насосом есть (с точностью до постоянного множителя ρ) произведение напора на расход

$$N \sim \Delta p \mu = p_0 \mu - \alpha \mu^3$$

Чтобы найти максимальную мощность насоса нужно найти максимум этого выражения. Дифференцируя N по μ и приравнивая производную к нулю, находим напор, отвечающий максимальной мощности

$$N' = p_0 - 3\alpha\mu^2 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \mu_{\max} = \sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}}$$

А подставляя это значение в формулу для мощности, найдем саму максимальную мощность

$$N_{\max} = \frac{2p_0}{3\rho}\sqrt{\frac{p_0}{3\alpha}}$$

6. Движение колес представляет собой вращение и поступательное движение, а скорости различных точек колес складываются из скоростей этих двух движений. Используя эти соображения найдем скорости движения колес. Пусть левое колесо движется направо со скоростью v_1 и вращается по часовой стрелке с угловой скоростью ω_1 (если какая-то из этих величин, найденная из нижеследующей системы уравнений, окажется отрицательной, направление движения или вращения колеса будет противоположным). Поскольку в системе отсчета, связанной с центром колеса, оно только вращается, скорость верхней точки колеса равна $v_1+\omega_1 R$, нижней - $v_1-\omega_1 R$. А так как скорости верхней и нижней точек левого колеса совпадают со скоростями верхней и нижней реек, для v_1 и ω_1 имеем:

$$v_1+\omega_1\frac{5}{4}R=v$$

$$v_1-\omega_1\frac{5}{4}R=0$$

Отсюда находим

$$v_1=\frac{1}{2}v$$

Пусть правое колесо также движется направо со скоростью v_2 и вращается по часовой стрелке с угловой скоростью ω_2. Тогда

$$v_2+\omega_2\frac{5}{4}R=v$$

$$v_2-\omega_2\frac{3}{4}R=0$$

Отсюда

$$v_2=\frac{3}{8}v$$

т.е. скорость правого колеса меньше скорости левого. Поэтому колеса сближаются, и скорость центра правого колеса относительно центра левого равна

$$u=v_1-v_2=\frac{1}{8}v$$

Можно было бы решить эту задачу с помощью перехода к другой системе отсчета. Действительно, в системе отсчета, которая движется направо со скоростью $v/2$, рейки движутся в разные стороны с одинаковой скоростью, поэтому центр левого колеса покоится. И, следовательно, левое колесо в системе отсчета, связанной с землей, движется со скоростью $v/2$ направо. В системе отсчета, движущейся направо со скоростью $3v/8$, рейки движутся направо и налево со скоростями $5v/8$ (верхняя) и $3v/8$ (нижняя). А поскольку отношение радиусов колес равно 5/3, то центр правого колеса в этой системе отсчета не движется. Поэтому правое колесо в системе отсчета, связанной с землей, движется направо со скоростью $3v/8$. В результате получается тот же ответ, что и при первом способе решения.