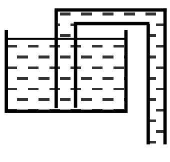
Решение

1. Основная идея работы сифона заключается в следующем. Пусть имеется изогнутая трубка с коленами разной длины, одно из которых (короткое) помещено в сосуд с водой, второе находится вне сосуда. И пусть мы каким-то образом заполнили трубку водой без разрывов (см. рисунок). Что будет дальше? Очевидно, атмосфер-



ное давление не даст разорваться воде в трубке (другими словами, образоваться в ней пустому пространству). Это значит, что вода в трубке будет вести себя как единое целое. А поскольку вода в длинном колене трубки тяжелее воды в коротком, вода в трубке начнет двигаться в направлении длинного колена. А значит вода будет «засасываться» в короткое колено трубки и вытекать через длинное колено. Очевидно, этот процесс закончится тогда, когда вся вода вытечет из сосуда (или, точнее, когда уровень воды в сосуде опустится ниже короткого конца трубки).

Похожий процесс протекает в двойном сифоне Герона, о котором говорится в условии задачи. Когда мы наливаем в сосуд воду, она, подтекая под край внешней трубки, заполняет ее. После того как вода доходит до верхнего края внутренней трубки, она начинает вытекать через нее. И если в сосуд в этот момент продолжают наливать воду, эта вода полностью заполняет трубку – и мы получаем сифон, длинной трубкой которого является внутренняя трубка, короткой – пространство между трубками в сосуде. А это значит, что ВСЯ вода вытечет через трубку из сосуда.

2. Песчинки представляют собой маленькие кусочки двуокиси кремния неправильной формы. Поэтому насыпная плотность песка зависит от степени его «уплотнения», когда «неправильности» песчинок находят друг друга, и насыпная плотность песка может приближаться к истинной. Если же никаких специальных усилий по уплотнению песка не предпринимается, между песчинками остаются пустоты, и его насыпная плотность может быть значительно меньше истинной. Оценим насыпную плотность. Будем для оценки считать, что песчинки представляют собой шарики радиуса r. Конечно, это предположение является неверным, однако промежутки между песчинками неправильной формы без специальных усилий по уплотнению песка в каких-то случаях являются бóльшими, в каких-то - меньшими, чем пустоты между шариками, и предположение о круглой форме песчинок для вычисления объема пустот является разумным. Пусть песок заполняет куб с ребром a. Тогда в кубе содержатся $N \sim \left(a/2r\right)^3$ песчинок, имеющих суммарный объем

$$V = N\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{6}\pi a^3$$

Поэтому масса песка в объеме куба равна

$$m = \rho_0 V = \frac{1}{6}\pi\rho_0 a^3$$

где ρ_0 - истинная плотность песка. Отсюда находим насыпную плотность песка, как отношение массы песка в объеме куба к его объему

$$\rho = \frac{m}{a^3} = \frac{1}{6}\pi\rho_0 \approx \frac{1}{2}\rho_0 = 1300 \text{ кг/м}^3$$

Как следует из этой формулы насыпная плотность приблизительно вдвое меньше истинной и не зависит от размера песчинок.

3. Тепловая трубка работает следующим образом. Температуру кипения жидкости следует подобрать так, чтобы она имела промежуточное значение между температурой устройства и температурой окружающей среды. Тогда между деталью и кипящей жидкостью идет теплообмен. Благодаря поступлению тепла жидкость выкипает, пар поднимается вверх, контактирует с окружающей средой, отдает ей энергию и конденсируется в верхней части трубки. Затем под действием силы тяжести сконденсировавшаяся жидкость с температурой окружающей среды опускается вниз, снова нагревается за счет теплообмена с горячим устройством, выкипает и т.д.

Эффективность охлаждения с помощью тепловых трубок связана с тем, что при небольших перепадах температур ΔT единица массы теплоносителя способна принять гораздо меньшее количество теплоты для нагревания (на эту величину), чем для испарения. Например, для воды

$$c\Delta T < \lambda$$

При $\Delta T < 500°$. Поэтому при малых ΔT (а при охлаждении материнской платы компьютера эта величина порядка $30°$) нужно обеспечить большой поток теплоносителя. Оценить этот поток можно так. Если трубка в единицу времени переносит $\Delta m\lambda$ тепла, то такое же количество тепла можно передать с помощью обычного теплопереноса для следующей массы теплоносителя ΔM :

$$c\Delta M\Delta T = \Delta m\lambda$$

где ΔT - разность температур между устройством и теплоносителем, которая по порядку величины близка к разности температур между устройством и окружающей средой. Отсюда получаем

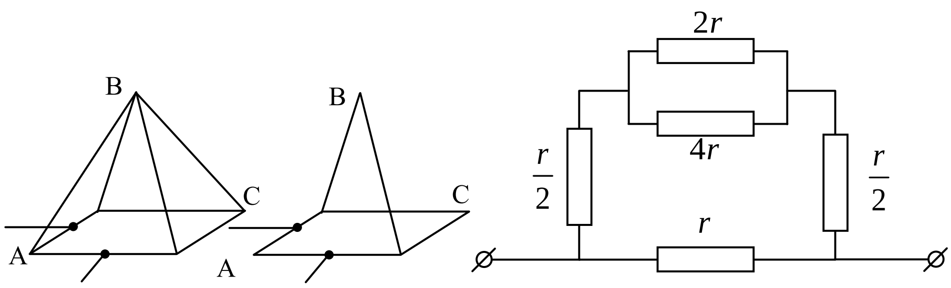
$$\frac{\Delta M}{\Delta m} = \frac{\lambda}{c\Delta T} \sim 20$$

Т.е. для осуществления такой же теплопередачи, как у тепловой трубки необходимо пропускать около охлаждаемого устройства в 20 раз больше теплоносителя, чем его выкипает в трубке.

Для работы трубки в горизонтальной ориентации (и даже с наклоном вниз) необходимо предложить механизм возврата жидкости назад (испарившийся горячий пар будет «уходить» в любом направлении, благодаря давлению). Такой механизм могут обеспечить капиллярные силы. Внутренние поверхности трубок, работающих в горизонтальной ориентации покрывают гигроскопическим материалом (органической тканью или пористой керамикой). Жидкость, сконденсировавшись на холодном конце трубки перемещается в сторону горячего конца благодаря капиллярным силам.

В качестве теплоносителя в существующих тепловых трубках используют воду с примесью аммиака и спирта (меняя их концентрации, можно менять температуру кипения жидкости в трубке), а также такие «экзотические материалы» как ртуть и индий при передачах тепла при высоких температурах.

4. Очевидно, что данная цепь симметрична относительно вертикальной плоскости, проходящей посередине между клеммами цепи (ABC, см. левый рисунок). Поэтому по проводам, лежащим в этой плоскости (BC и AB) ток течь не может. Поэтому эти провода можно удалить из цепи без перераспределения тока в других проводах (и, следовательно, без изменения ее сопротивления).



После удаления этих проводов (см. рисунок посередине) цепь становится эквивалентной цепи, изображенной на правом рисунке (здесь r - сопротивление ребра основания). Находя его, получим

$$R = \frac{7r}{10}$$

5. Если бы сила сопротивления воздуха не действовала, то времена подъема и спуска были бы одинаковы. При действии силы сопротивления воздуха механическая энергия мяча уменьшается, и, следовательно, нам одной и той же высоте на подъеме мяч имеет большую скорость, чем на спуске. Поэтому время подъема меньше времени спуска.

Поскольку установившаяся скорость падения мяча гораздо больше скорости, с которой он движется в нашем опыте, движение мяча является «почти равноускоренным». Поэтому для оценки используем законы равноускоренного движения.

Но сначала найдем силу сопротивления воздуха. По условию сила сопротивления пропорциональна скорости мяча $F_c = kv$ (где k - некоторый коэффициент пропорциональности) и при $v = 10v_0$ совпадает весом мяча. Поэтому

$$mg = 10kv_0 \qquad \Rightarrow \qquad k = \frac{mg}{10v_0}.$$

Теперь параметры движения. Высота подъема практически равна величине

$$h = \frac{v_0^2}{2g},$$

а время подъема

$$t_{под} = \frac{v_0}{g}$$

Средняя сила сопротивления воздуха, действующая на тело на этом пути, определяется соотношением

$$F_c = kv_{ср} = k\frac{v_0}{2} = \frac{mg}{20}$$

Где $v_{ср} = v_0/2$ - средняя скорость тела на подъеме. Во время подъема сила сопротивления совершает работу

$$A_{сопр} \sim -F_c h = \frac{1}{20}\frac{mv_0^2}{2}$$

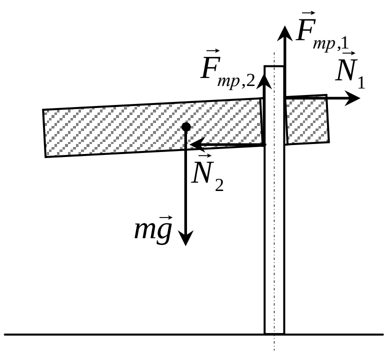
Это значит, что механическая энергия мяча уменьшилась на одну двадцатую. Поэтому средняя скорость мяча на спуске определяется соотношением

$$v_{ср} = \frac{v_0}{2}\sqrt{1-\frac{1}{20}}$$

Поэтому оценка отношения времени подъема к времени спуска имеет вид

$$\frac{t_{под}}{t_{спус}} = \frac{1}{\sqrt{1-1/20}} = \sqrt{\frac{20}{19}} \approx 1+\frac{1}{40}$$

6. В результате действия силы тяжести пластину чуть-чуть «перекосит» относительно стержня, и возникнут силы реакции и силы трения. В результате на пластину будут действовать: сила тяжести (в центре; сдвигом центра тяжести пластины от вырезанного отверстия пренебрегаем), две силы реакции стержня и две силы трения (см. рисунок). Условие моментов относительно точки приложения силы $\vec{N}_2$ дает



$$mga = N_1 d \qquad \Rightarrow \qquad N_1 = \frac{mga}{d}$$

(здесь считалось, что толщина стержня очень мала, а перекос пластины приводит только к возникновению сил реакции и трения, но не к изменению ориентации пластины). Аналогично

$$N_2 = \frac{mga}{d}$$

Таким образом, и силы реакции, и силы трения – одинаковы. Чтобы пластина была в равновесии силы трения должны компенсировать силу тяжести, поэтому

$$2F_{тр} = mg$$

При этом пластина будет в покое, если силы трения не превысят своих максимальных значений kN, где k - коэффициент трения. Отсюда имеем, что пластина будет в покое, если

$$\frac{mg}{2} \le \frac{kmga}{d}$$

или

$$k \ge \frac{d}{2a}$$

Критерии оценки работ

1. Каждая задача оценивается исходя из того максимального количества баллов, которое указано в варианте задания.
2. В зависимости от полноты решения решение каждой задачи оценивается оценкой от максимальной до нуля с шагом 0,5 балла.

3. Оценки за все задачи складываются (максимальная оценка – 12 баллов); если суммарная оценка окажется «полуцелой» – округлять до ближайшего целого числа с избытком или недостатком по усмотрению проверяющего.