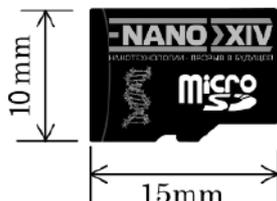




Математика для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап)
Простые задачи

Задача 1. Библиотека в кармане (10 баллов)



В начале 2019 впервые была представлена карта памяти формата microSD объемом 1 Терабайт $\approx 1,10 \cdot 10^{12}$ байт.

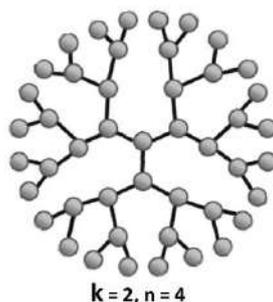
1. Оцените площадь, приходящуюся на один бит информации, если микросхема флэш-памяти занимает половину площади корпуса карты и запись ведется в 100 слоев. **(3 балла)**

Поскольку основным компонентом карт памяти является транзистор с плавающим затвором, то к ним применим закон Мура: «количество транзисторов, размещаемых на кристалле интегральной схемы, удваивается каждые 2 года».

2. Оцените, в каком году мы сможем носить в своем кармане объем информации, сопоставимый с размером цифрового хранилища Президентской библиотеки, расположенной в Санкт-Петербурге, – 4 Петабайта $\approx 4,50 \cdot 10^{15}$ байт. **(7 баллов)**

Считать, что объем хранимой информации пропорционален числу транзисторов.

Задача 2. Изучаем дендример (10 баллов)



Рост дендримера – макромолекулы, которая обладает древообразной структурой с регулярными ветвлениями, – происходит поэтапно, поколение за поколением. Число мономерных звеньев, присоединившихся к звену предыдущего поколения, называют коэффициентом ветвления k . При этом к центральному мономеру – «поколению 0» – присоединяется $k + 1$ ветвь.

1. Сколько поколений ветвления n прошло, если общее число мономерных звеньев в дендримере равно 94, а $k = 2$? **(7 баллов)**
2. Оцените диаметр такой молекулы дендримера, если считать, что ее радиус с каждым поколением увеличивается на $L = 1,5$ нм. **(3 балла)**

Задача 3. Металлическая спираль (10 баллов)

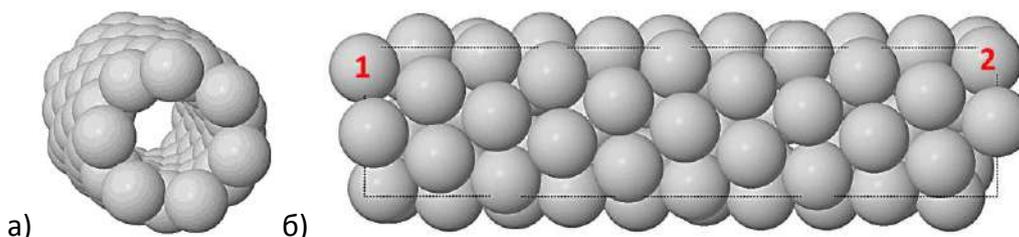


Рис. 1. Металлическая нанотрубка. Атомы 1 и 2 связаны друг с другом параллельным переносом вдоль оси трубки.

Некоторую нанотрубку из металла (см. рис. 1) можно рассматривать как свернутую из цепочки n атомов спираль. На виток этой спирали приходится некоторое нецелое число атомов x .

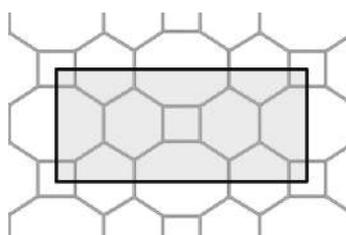
Для изображенной на рисунке нанотрубки определите x и n .

Задача 4. Полипептид (10 баллов)

Молекула некоторого линейного полипептида X представляет собой последовательность из 10 аминокислотных остатков, 7 из которых являются глицином, а еще три – либо лейцин, либо аланин, либо оба одновременно.

Рассчитайте суммарное число возможных вариантов последовательности X . Учтите, что последовательности аминокислотных остатков А-В и В-А не эквивалентны.

Задача 5. Двумерные ячейки (10 баллов)



Для любой ячейки периодической двумерной структуры, так же, как и для выпуклого многогранника, значение выражения $V - E + F$ (где V – число вершин (узлов двумерной сетки), E – число ребер, F – число многоугольников) постоянно и равно некоторой константе k .

1. У выделенной на рисунке ячейки, сосчитайте V , E , F , и найдите k . (4 балла)
2. Рассчитайте, сколько семиугольников приходится на некоторую ячейку, которая дополнительно содержит 6 шестиугольников и 2 пятиугольника, если в каждой ее вершине сходятся по 3 ребра. (6 баллов)