



Физика для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап)
Сложные задачи

Задача 6. Графеновый детектор (20 баллов)

Традиционные фотодетекторы формируют только плоское изображение, поскольку весь падающий свет целиком поглощается. Ученые из Мичиганского университета предложили использовать прозрачные фотодетекторы из графена для формирования объемного изображения, о чем они сообщили в журнале Nature Photonics.

На рис. 1 приведена принципиальная оптическая схема эксперимента. Для иллюстрации принципа работы в эксперименте строилось изображение маленького отверстия с помощью собирающей линзы, а несколько графеновых детекторов располагалось вблизи построенного изображения.

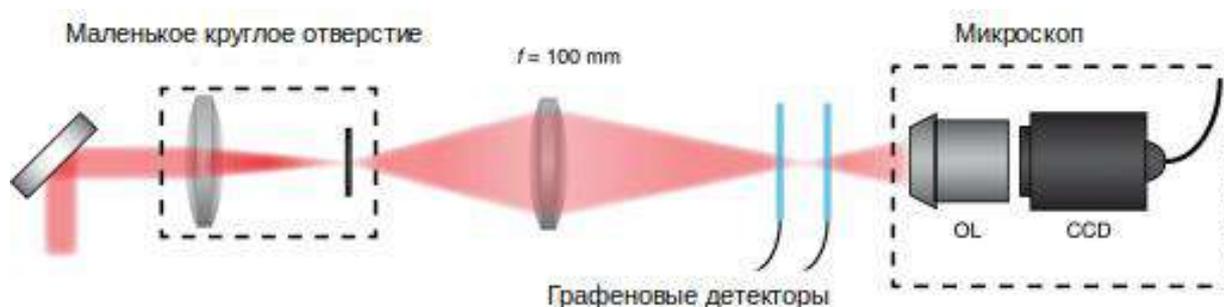


Рисунок 1: Принципиальная схема эксперимента

1. Найдите, на каком расстоянии от линзы получается изображение маленького отверстия, если фокусное расстояние $F = 100$ мм, а расстояние от отверстия до линзы $d = 300$ мм. Линзу считать тонкой. **(3 балла)**
2. Выполните необходимые построения на рис. 2 для графического определения местоположения изображения точечного источника света, расположенного на оптической оси. **(7 баллов)**

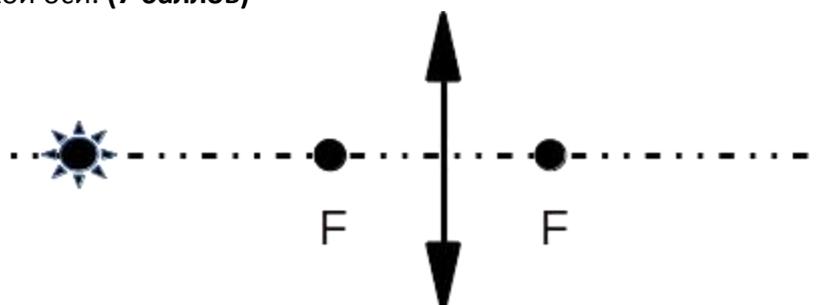


Рисунок 2: К вопросу №2

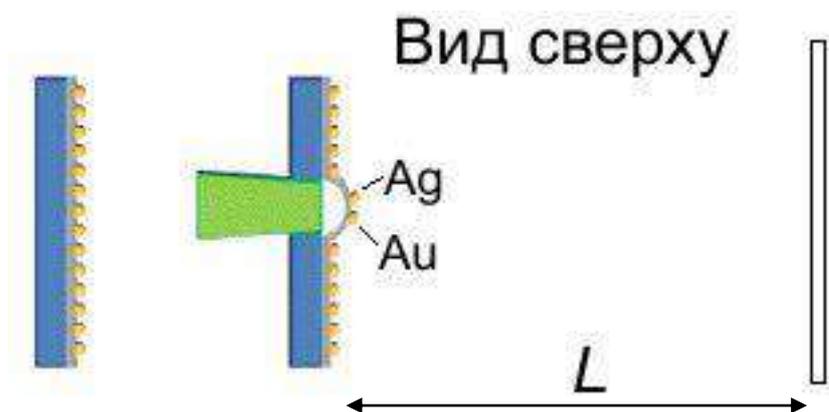
3. Найдите отношение интенсивности света, падающего на 10-й детектор, к интенсивности света, падающего на 1-й детектор, I_{10}/I_1 . Известно, что 1-й детектор расположен на расстоянии $L_1 = 140$ мм от линзы, а 10-й – на расстоянии $L_{10} = 170$ мм. Каждый детектор пропускает 96% всей энергии падающего света. Отражением от детекторов можно пренебречь. **(10 баллов)**

Задача 7. Перенос двух наночастиц (20 баллов)

Как обсуждалось в одной из задач заочного тура, манипуляция отдельными наночастицами является весьма непростой задачей. Так, например, для ее решения может быть использована методика лазерного переноса, которая позволяет переносить отдельные наночастицы из массива в заданное место с высокой точностью.

Суть метода состоит в следующем. На прозрачную подложку наносится тонкая пленка из металла, на которую предварительно осаждается подготовленный для переноса массив наночастиц. Далее металлическая пленка освещается через прозрачную подложку фемтосекундным лазерным импульсом, нагревается и вздувается в результате термического расширения (см. рисунок). Получив достаточную энергию, отдельные наночастицы «стряхиваются» с пленки и переносятся на приемный экран.

В эксперименте по переносу использовались две наночастицы из золота (плотность $\rho_z = 19,32 \text{ г/см}^3$) и серебра (плотность $\rho_c = 10,49 \text{ г/см}^3$) одинакового диаметра 40 нм. Перенос осуществлялся на приемный экран, расположенный на расстоянии $L = 5 \text{ мм}$. Известно, что сила притяжения, удерживающая наночастицы на пленке, одинакова и равна $F_{\text{притяж}} = 3 \text{ пН}$, и что при вздутии пленка движется с ускорением, изменяющимся по закону $a = A \cdot \sin(\omega t)$, где $A = 10^7 \text{ м/с}^2$, $\omega = 2.5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, а общее время вздутия пленки составило 170 мкс.



1. С какой разницей по времени наночастицы Au и Ag достигнут приемного экрана (начиная с момента действия лазерного импульса), если изначально они обе находились в одной горизонтальной плоскости и в центре действия лазерного луча? **(20 баллов)**

Задача 8. Исследование лепестков ромашки (20 баллов)

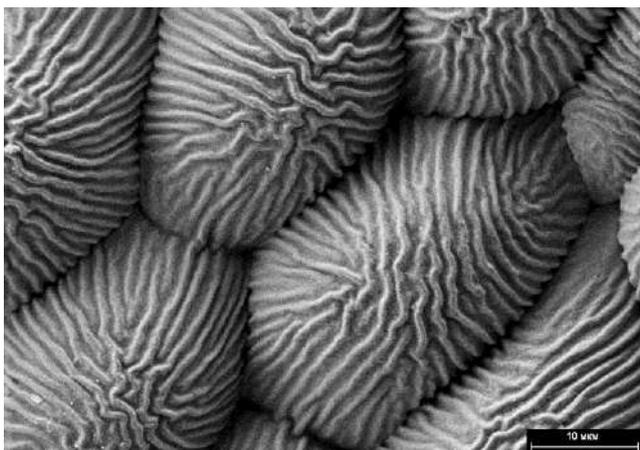


Рис. 1. Микрофотография лепестка ромашки, полученная с помощью растрового электронного микроскопа (увеличение 5000 раз, ускоряющее напряжение 3 кВ). На изображении – растительные клетки

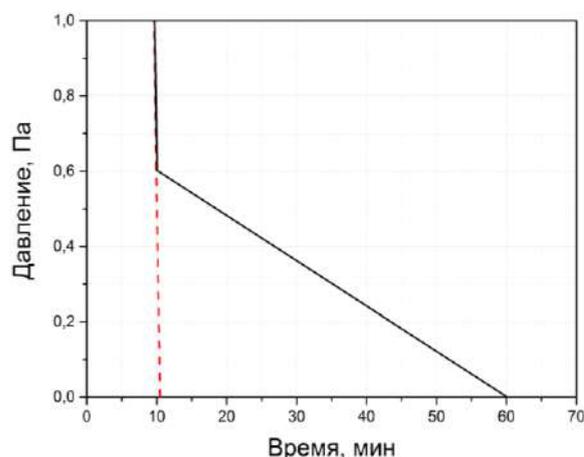


Рис. 2. Зависимость давления в рабочей камере от времени. Пунктирная линия соответствует вакуумированию пустой камеры, а сплошная – этой же камеры, содержащей лепесток ромашки

Растровая электронная микроскопия позволяет визуализировать мельчайшие детали объектов, которые невозможно рассмотреть в оптический микроскоп. Поскольку в этом методе изображение формируется в результате взаимодействия ускоренных электронов с веществом, исследование необходимо проводить в глубоком вакууме, чтобы минимизировать рассеяние электронного пучка. Очевидно, это накладывает некоторые ограничения на применение электронной микроскопии. Например, давление в пустой камере удаётся снизить с 10^5 Па до 0 Па за 10,5 минут. Однако при исследовании лепестка ромашки (рис. 1) полная откачка газов продолжается 60 минут. При этом, в первые 10 минут (до давления 0,6 Па) обе зависимости давления от времени совпадают (рис. 2; изображена только часть графиков, соответствующая низким давлениям).

1. Определите кинетическую энергию электронов, ускоренных напряжением 3 кВ. Оцените температуру электронного газа, обладающего такой энергией. **(6 баллов)**
2. На полученных изображениях растительные клетки выглядят слишком морщинистыми. Какие факторы, обусловленные использованием электронной микроскопии, приводят к такому эффекту? **(4 балла)**
3. Что является причиной расхождения временных зависимостей давления для пустой камеры и камеры, содержащей лепесток ромашки? **(3 балла)**
4. Оцените, насколько изменилась масса лепестка в результате исследования в электронном микроскопе, если объём камеры составляет 10 л, а температура равна 25 °С. Для простоты можно считать, что с 0,6 Па до 0 Па давление снижалось линейно. **(7 баллов)**

Список констант

Постоянная Планка $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

Скорость света в вакууме $c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с

Элементарный заряд $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл

Масса электрона $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$ кг

Масса протона $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27}$ кг

Постоянная Больцмана $k = 1,381 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

Универсальная газовая постоянная $R = 8,314$ Дж/(моль·К)

Постоянная Авогадро $N_A = 6,022 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹

Ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с²



Физика для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап)
Сложные задачи. Решения

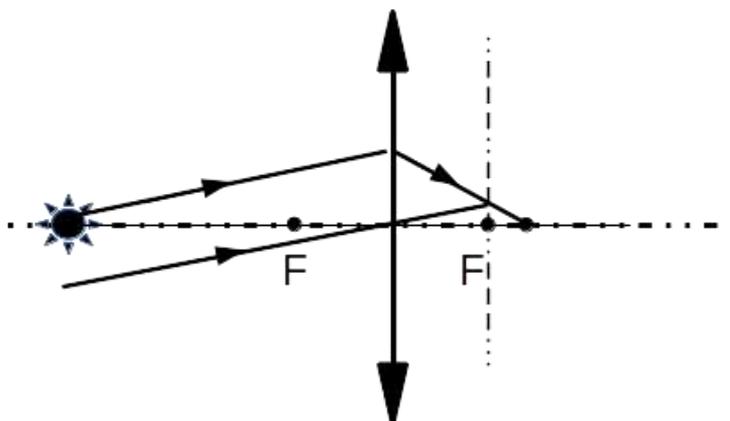
Решение задачи 6. Графеновый детектор (20 баллов)

1.

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$$

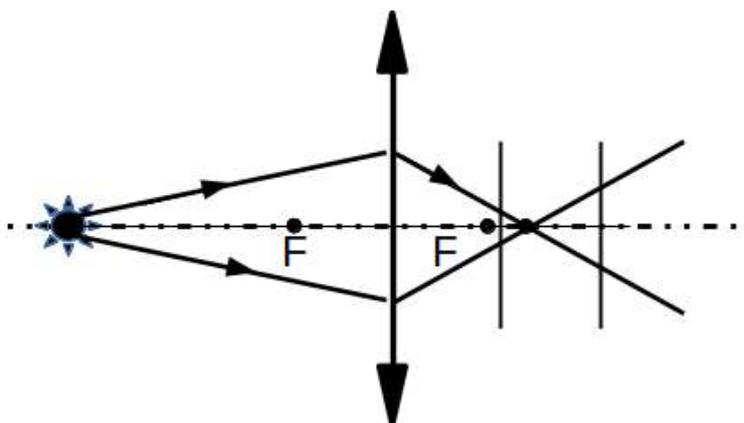
$$f = \frac{Fd}{d - F} = \frac{100 \cdot 300}{300 - 100} = 150 \text{ мм}$$

2. Изображение получится в месте пересечения 2-х лучей, вышедших из источника. Первый идет **вдоль** оптической оси не преломившись, второй пройдя через линзу преломляется и встречается с первым на оптической оси за фокусом. Чтобы найти угол преломления нужно построить вспомогательный луч, идущий параллельно второму. Вспомогательный луч не выходит из источника, и идет через центр линзы не преломившись. Его пересечение с фокальной плоскостью даст вторую точку для построения преломленного второго луча (первая точка на линзе в месте попадания второго луча).



3. Интенсивность — это отношение мощности к площади светового пятна. Интенсивность после прохождения каждого детектора падает в T раз, а отношение радиусов световых пятен найдем из подобия треугольников (см. рис.). На 10-ый детектор падает, пройдя через 9.

$$\frac{I_{10}}{I_1} = \frac{P_0 \cdot T^9 S_1}{S_{10} P_0} = \frac{T^9 R_1^2}{R_{10}^2} = \frac{T^9 (f - l_1)^2}{(l_{10} - f)^2} \approx 0,177$$



Решение задачи 7. Перенос двух наночастиц (20 баллов)

Приравнявая силы инерции и притяжения (сила реакции обращается в ноль), получаем формулу для момента времени отрыва наночастиц после начала действия лазерного импульса:

$$a_0 = \frac{-F_{\text{притяж}}}{m},$$

$$t_0 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{\frac{-F_{\text{притяж}}}{m}}{A},$$

которое составляет $t_0^{Au} \approx 144$ мкс для Au наночастицы и $t_0^{Ag} \approx 167$ мкс для Ag наночастицы.

Общее время переноса будет складываться из времени, необходимого для отрыва, и времени, необходимого для преодоления расстояния до экрана. Чтобы найти последнее, необходимо определить скорость в момент отрыва. Ускорение $a = A \cdot \sin(\omega t)$ является производной скорости, следовательно, скорость зависит от времени по закону:

$$v = \frac{A}{\omega} (1 - \cos(\omega t))$$

Зная моменты времени отрыва наночастиц, можно найти соответствующие скорости в момент отрыва:

$$v_0^{Au} \approx 760 \text{ м/с}$$

$$v_0^{Ag} \approx 600 \text{ м/с}$$

Общее время переноса для каждой из наночастиц:

$$t_{\text{общ}}^{Au} = t_0^{Au} + \frac{L}{v_0^{Au}} \approx 151 \text{ мкс}$$

$$t_{\text{общ}}^{Ag} = t_0^{Ag} + \frac{L}{v_0^{Ag}} \approx 175 \text{ мкс}$$

Откуда искомая разница времен равна: $\Delta t \approx 24$ мкс.

Решение задачи 8. Исследование лепестков ромашки (20 баллов)

1. Кинетическая энергия электрона, ускоренного напряжением 3000 В, равна

$$E_k = qU,$$

где U – ускоряющее напряжение (В). Следовательно,

$$E_k = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 3000 \text{ В} = 4,806 \cdot 10^{-16} \text{ Дж}.$$

Тепловую энергию электронного газа можно рассчитать по формуле

$$E_h = \frac{3}{2} kT,$$

где k – постоянная Больцмана (Дж/К), T – температура (К).

Тепловая энергия электрона обусловлена его скоростью, то есть равна его кинетической энергии, поэтому

$$T = \frac{2E_k}{3k}$$

$$T = \frac{2 \cdot 4,806 \cdot 10^{-16} \frac{\text{Дж}}{\text{электрон}}}{3 \cdot 1,381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}} \approx 2,32 \cdot 10^7 \text{ К}$$

2. Во-первых, происходит частичное обезвоживание клеток при вакуумировании рабочей камеры. Во-вторых, происходит частичное разрушение поверхности лепестка под действием высокоэнергетических электронов (термическое разрушение).
3. Поскольку при вакуумировании камеры происходит обезвоживание лепестка, изменение временной зависимости давления связано с наличием водяных паров, которые отсутствуют в пустой камере.
4. Согласно условию задачи, до десятой минуты временные зависимости давления совпадают, следовательно, в течение этого времени откачивается воздух, попавший в камеру при загрузке образца. Далее за 50 минут давление линейно снижается с 0,6 Па до 0 Па вследствие обезвоживания лепестка, то есть давление в камере обусловлено испарением воды из исследуемого лепестка. При таком низком давлении водяной пар можно считать идеальным газом, поэтому его массу, которая численно равна изменению массы лепестка, можно рассчитать по уравнению Менделеева-Клапейрона

$$\Delta p \cdot V = \Delta m \cdot \frac{RT}{M},$$

где Δm – масса пара, то есть изменение массы лепестка (кг), Δp – изменение давления пара (Па), V – объём камеры (м^3), M – молярная масса воды (кг/моль), R – универсальная газовая постоянная ($\text{Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$), T – температура (К).

Следовательно,

$$\Delta m = \Delta p \cdot \frac{VM}{RT}$$

$$\Delta m = (0,6 - 0) \text{ Па} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 0,018 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 298 \text{ К}} \approx 4,36 \cdot 10^{-8} \text{ кг} = 43,6 \text{ мкг}$$

Масса лепестка уменьшилась на 43,6 мкг.