



Физика для школьников

Физика

Категория участников: школьники 7-11 классов

Блок теоретических заданий по **физике для школьников 7-11 классов** включает задачи разной сложности. Для повышения вероятности прохождения на очный тур Вам желательно решить задачи не только по физике, но и по математике, биологии, химии, чтобы набрать больше баллов. Дополнительные баллы будут начислены за прохождение тестов [викторин по предметам](#). Все прошедшие на очный тур обязательно решают задачи по всем четырем предметам.

Задания

1. Разобрать фуллерен за 50 фемтосекунд

За последнее десятилетие исследования, проведенные с использованием рентгеновских лазеров, позволили пролить свет на вопрос взаимодействия вещества с короткими ионизирующими лазерными импульсами...

2. Нанопропеллер

Совместные исследования американских, японских и французских ученых, опубликованные в журнале Nature Communications, показали, что созданные ими молекулярные пропеллеры могут быть приведены во вращение самим зондом туннельного микроскопа...

3. Наноприемники ИК-излучения

Возможность преобразовывать ИК излучение в видимое излучение позволила создать тепловизоры, нашедшие широкое применение в гражданской и военной сферах. Недавно группой ученых были проведены исследования на мышах...

4. Масс-спектрометрия

Одним из современных методов исследования новых материалов является масс-спектрометрия, позволяющая определять содержание химических элементов на уровне нескольких нанограммов. Анализируемое соединение распыляют и ионизируют...

5. Сопротивление нанотрубки

Одним из уникальных свойств углеродных нанотрубок является колоссальная электропроводность: единичная одностенная нанотрубка способна выдерживать силу тока в несколько микроампер, поскольку реализуется механизм баллистической проводимости...

6. Ток через конденсатор

Для придания алюминиевым изделиям долговечности их поверхность можно подвергнуть анодному окислению в нерастворяющем электролите, как показано на рисунке. При этом образуется плотная плёнка из оксида алюминия толщиной в десятки или сотни нанометров...

7. Что прочнее?

Известно, что пластичность металлов во многом обусловлена наличием в их структуре дислокаций, которые способны перемещаться в пределах кристалла под действием приложенной нагрузки. Однако, в поликристаллических материалах движение дислокации ограничено размером зерна...

8. Подвижные наночастицы

При изучении нанообъектов нередко возникает проблема их нежелательного дрейфа (подвижности) за счет тепловых колебаний, воздействия зондирующего излучения и т.п. В качестве примера рассмотрим воздействие рентгеновских лучей на кристаллическую наночастицу...

9. Лазерный перенос наночастиц

Манипуляция отдельными наночастицами является весьма непростой задачей. Так, например, для ее решения может быть использована методика лазерного переноса, которая позволяет переносить отдельные наночастицы из большого массива в заданное место с высокой точностью...

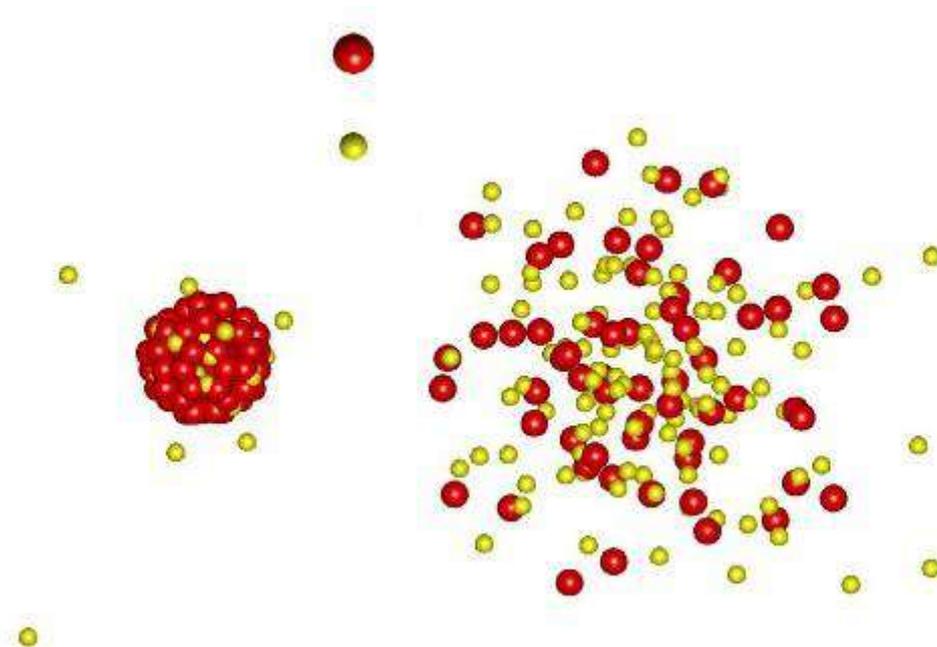
10. Наномяч

В откачанную до высокого вакуума ячейку объемом 1 см^3 с квадратным отверстием размером 1 мкм , помещают навеску бакибола (фуллерена C_{60}) массой 10 мг . В результате в ячейке устанавливается температура 800 К . Считать, что молекула бакибола испытывает абсолютно упругие столкновения...



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 1. Разобрать фуллерен за 50 фемтосекунд



За последнее десятилетие исследования, проведенные с использованием рентгеновских лазеров, позволили пролить свет на вопрос взаимодействия вещества с короткими ионизирующими лазерными импульсами. В частности, эти исследования показывают последовательность взаимодействий при выбивании электронов с внутренних оболочек атомов и Оже ионизации. В одной из недавних работ, опубликованной в журнале [Nature](#), с помощью рентгеновского лазера, генерирующего ультракороткие импульсы, ученые разорвали фуллерен C_{60} на отдельные осколки. Энергия кванта рентгеновского лазера $h\nu = 640$ эВ.

1. Чему равно общее количество одинарных и двойных связей у фуллерена C_{60} ? **(1 балл)**
2. Рассмотрим первый случай: распад на отдельные атомы. Чему равна суммарная кинетическая энергия отдельных атомов углерода, если характерная средняя энергия связи атомов в фуллерене $E = 4.6$ эВ, а фуллерен разрушился после взаимодействия с одним квантом? Фуллерен до взаимодействия имел начальную скорость $V = 250$ м/с. **(3 балла)**
3. Рассмотрим второй случай: распад на два осколка. Найдите скорости осколков, если известно, что в результате взаимодействия с одним рентгеновским квантом образовалось два одинаковых осколка, разлетевшихся вдоль одного направления? Фуллерен до взаимодействия также имел начальную скорость $V = 250$ м/с. **(6 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 1. Разобрать фуллерен за 50 фемтосекунд

1. Суммарное количество связей $N = 90$ (60 одинарных и 30 двойных).
2. Начальная кинетическая энергия фуллерена $W_{\text{фулл}} = \frac{mV^2}{2} = 0,234\text{эВ}$, что пренебрежимо мало по сравнению с энергией кванта. Часть энергии фотона тратится на разрыв связей, а остаток энергии идет на сообщение кинетической энергии осколкам.

$$W_K = h\nu - NE = 640 - 90 \cdot 4,6 = 226\text{эВ} \approx 3,6 \cdot 10^{-17}\text{Дж.}$$

Начальный импульс фотона $p = \frac{h\nu}{c} = 3,4 \cdot 10^{-25}$ м/с, что пренебрежимо мало по сравнению с импульсом фуллерена. Чтобы образовалось два одинаковых осколка, достаточно разорвать 10 связей. Часть энергии фотона тратится на разрыв связей, а остаток энергии идет на сообщение кинетической энергии осколкам.

$$p = p_1 + p_2$$

$$h\nu - 10E = \frac{p_1^2}{m} + \frac{p_2^2}{m}$$

Решая, получим

$$p_1 = \frac{p \mp \sqrt{2m(h\nu - 10E) - p^2}}{2}$$

$$p_2 = \frac{p \pm \sqrt{2m(h\nu - 10E) - p^2}}{2}$$

Подставляя численные значения, получим, что осколки разлетятся в противоположные стороны практически с одинаковой по модулю скоростью

$$v_1 = \frac{p_1}{m/2} = 12829 \text{ м/с}$$

$$v_2 = \frac{p_2}{m/2} = -12329 \text{ м/с.}$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 2. Нанопропеллер

Совместные исследования американских, японских и французских ученых, опубликованные в журнале [Nature Communications](http://www.nature.com/naturecommunications), показали, что созданные ими молекулярные пропеллеры могут быть приведены во вращение самим зондом туннельного микроскопа или туннельным током неупругих электронов.

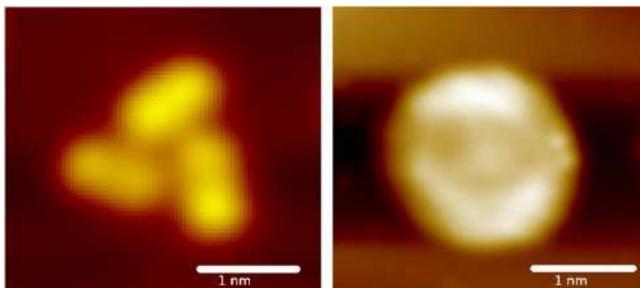


Рис. 1. Изображение молекулярного пропеллера, полученное с помощью зондового микроскопа: а) неподвижного б) вращающегося

Представим упрощенную модель нанопропеллера, имеющего две плоские квадратные лопасти. Лопасти нанопропеллера повернуты на угол 45° к горизонтальной плоскости в разные стороны. Радиус шарнира пренебрежимо мал. Сторона квадратной лопасти $R = 5 \text{ нм}$. Плотность тока однородна, и вектор плотности тока $\mathbf{j} = 0.01 \text{ пкА/нм}^2$ направлен под углом 45° к вертикальной плоскости. Объемная концентрация электронов $n = 1 \text{ нм}^{-3}$.

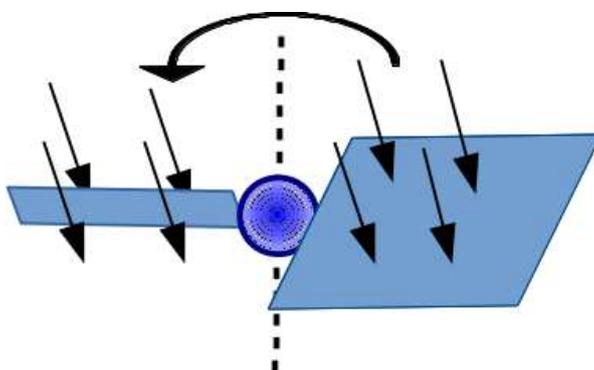


Рис. 2. Схематический рисунок пропеллера

1. Найдите проекцию на вертикальную ось момента сил действующих на пропеллер. **(5 баллов)**
2. Оцените по порядку величины угловое ускорение пропеллера в начальный момент времени, если масса лопасти $M = 10^4 \text{ а.е.м.}$? **(5 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 2. Нанопропеллер

1. Момент сил N при равномерном распределении по площади удельной силы $f = F/S$ на лопасть найдем, интегрируя по расстоянию r от оси:

$$N = \int_0^R R f r dr = f \frac{R^3}{2}.$$

Так как сила отдачи направлена перпендикулярно лопасти, то момент сил перпендикулярен силе и лежит в плоскости лопасти. Проекция на вертикальную ось $N_z = N \cos(45^\circ)$.

Удельную силу найдем по закону изменения импульса:

$$\vec{f} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t},$$

где импульс на единицу площади. На правую лопасть электроны падают перпендикулярно, а на левую не попадают.

Выразим изменение импульса на единицу площади:

$$\Delta \vec{p} = 0 - \left(\frac{\Delta N}{\Delta S} m_e u \right) = n m_e u u \Delta t,$$

где n — объемная концентрация электронов.

$$f = m_e n u^2 = \frac{m_e j^2}{n e^2},$$

где было использовано $j = n e u$

Ответ на вопрос 1: $N_z = \frac{m_e j^2 R^3}{n e^2} \cos(45^\circ) \approx 4 \cdot 10^{-37} \text{ Н} \cdot \text{м}$

2. Основное уравнение динамики вращательного движения: $I \beta = N_z$

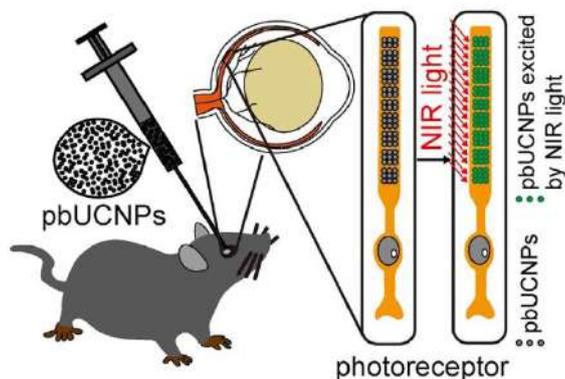
Момент инерции для наклонной плоскости можно рассчитать по формуле:

$$I = \frac{MR^2}{12} \sin^2(45^\circ) + \frac{MR^2}{3} = \frac{MR^2}{3} \left(\frac{\sin^2(45^\circ)}{4} + 1 \right) \approx 1,4 \cdot 10^{-40} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Для численной оценки достаточно $I \approx MR^2$

$$\beta = \frac{2\sqrt{2} m_e j^2 R}{3 n e^2 M} \approx 1,3 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$$

**Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 3. Наноприемники ИК-излучения**



Возможность преобразовывать ИК излучение в видимое излучение позволила создать тепловизоры, нашедшие широкое применение в гражданской и военной сферах. Недавно группой ученых были проведены [исследования](#) на мышах, результаты которых показали, что мыши могут чувствовать свет в ближнем ИК диапазоне, если им закапать капли с наночастицами. Было продемонстрировано, что глазные капли, содержащие наночастицы β - $\text{NaYF}_4:20\% \text{Yb}, 2\% \text{Er}$ со структурой ядро-оболочка, способны трансформировать ИК-излучение с длиной волны 980 нм в излучение видимой области спектра с длиной волны 535 нм.

1. Опишите механизм сдвига максимума спектра излучения в коротковолновую область, именуемый в литературе «up-конверсия». **(3 балла)**
2. Во сколько раз отличаются энергии квантов света с длиной волны 980 нм и 535 нм? Можно ли считать, что такой сдвиг произошёл в результате именно up-конверсии? **(4 балла)**
3. Назовите и кратко опишите ещё один основной механизм смещения максимума спектра излучения в коротковолновую область в наночастицах, именуемых квантовыми точками. **(3 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 3. Наноприемники ИК-излучения

1. В результате ир-конверсии переход электрона на высокие энергетические уровни происходит в результате поглощения не одного, а нескольких фотонов (часто двух). Дальнейшая релаксация электронной структуры приводит к испусканию одного фотона, энергия которого оказывается выше, чем у фотонов возбуждающего излучения.
2. Энергию фотона можно рассчитать по формуле

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E_{980} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{980 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 2,03 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 1,27 \text{ эВ}$$

$$E_{535} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{535 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 3,72 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,32 \text{ эВ}$$

Таким образом,

$$\frac{E_{535}}{E_{980}} = \frac{hc\lambda_{980}}{\lambda_{535}hc} = \frac{\lambda_{980}}{\lambda_{535}}$$

$$\frac{E_{535}}{E_{980}} = \frac{980 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{535 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 1,83$$

Отношение энергий не строго равно 2. То есть поглощение двух фотонов с длиной волны 980 нм приводит к поглощению энергии большей, чем имеет один фотон с длиной волны 535 нм. Расположение энергетических уровней в атоме Ег сопровождается дополнительными безызлучательными переходами. Это действительно ир-конверсия.

3. Основной механизм смещения максимума спектра излучения в коротковолновую область в квантовых точках связан с увеличением ширины запрещённой зоны при уменьшении размеров частицы. Происходит это вследствие локализации электронов на отдельных атомах в кристаллической решётке квантовой точки.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 4. Масс-спектрометрия

Одним из современных методов исследования новых материалов является масс-спектрометрия, позволяющая определять содержание химических элементов на уровне нескольких наногرامмов. Анализируемое соединение распыляют и ионизируют. Образовавшиеся ионы ускоряются разностью потенциалов и попадают в однородное магнитное поле, перпендикулярное направлению их движения. Таким образом, варьируя напряжение или магнитную индукцию, можно добиться попадания в детектор только определяемых ионов, точно задав траекторию их движения.

1. Рассчитайте радиус окружности, являющейся траекторией движения катиона $^{85}\text{Rb}^+$, если ускоряющее напряжение равно 2 кВ, а магнитная индукция составляет 0.3 Тл.
(7 баллов)
2. Определите количество пиков в масс-спектре при анализе смесей катионов:
а) $^7\text{Li}^+$, $^{28}\text{Si}^{4+}$, $^{29}\text{Si}^{4+}$;
б) $^{23}\text{Na}^+$, $^{46}\text{Ti}^{2+}$, $^{69}\text{Ga}^{3+}$;
в) $^{39}\text{K}^+$, $^{40}\text{Ar}^+$, $^{40}\text{Ca}^{2+}$.
Ответы обоснуйте. **(3 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 4. Масс-спектрометрия

1. На ускоренные ионы, попадающие в магнитное поле, перпендикулярное направлению их движения, действует сила Лоренца

$$F = qvB,$$

где q – заряд иона, v – скорость его движения, B – магнитная индукция.

В результате ион начинает движение по круговой траектории, а сила Лоренца обеспечивает центростремительное ускорение

$$F = \frac{mv^2}{r},$$

где m – масса ускоренного иона, r – радиус окружности, которая является траекторией его движения. Таким образом,

$$qvB = \frac{mv^2}{r}$$

$$v = \frac{qrB}{m}$$

При этом потенциальная энергия иона, находящегося в электрическом поле, равна

$$W_p = qU,$$

где U – разность потенциалов.

Кинетическая энергия частицы равна

$$W_k = \frac{mv^2}{2}$$

По закону сохранения энергии

$$qU = \frac{mv^2}{2}$$

$$qU = \frac{mq^2r^2B^2}{2m^2}$$

$$r = \sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}$$

$$r = \sqrt{\frac{2 \cdot 85 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ кг} \cdot 2000 \text{ В}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 0,3^2 \text{ Тл}^2}} \approx 19 \text{ см}$$

2. Согласно полученному выражению, при заданных значениях напряжения и магнитной индукции радиус окружности зависит только от отношения массы иона к его заряду:

$$r = \sqrt{\frac{2mU}{qB^2}}$$

Поэтому в случае катионов ${}^7\text{Li}^+$, ${}^{28}\text{Si}^{4+}$, ${}^{29}\text{Si}^{4+}$ будут наблюдаться два пика, один из которых соответствует ${}^7\text{Li}^+$ и ${}^{28}\text{Si}^{4+}$ (у обоих $m/z = 7$), а второй – ${}^{29}\text{Si}^{4+}$ ($m/z = 7,25$).

Для катионов ${}^{23}\text{Na}^+$, ${}^{46}\text{Ti}^{2+}$, ${}^{69}\text{Ga}^{3+}$ будет наблюдаться всего один пик, так как у них у всех отношение $m/z = 23$.

В случае катионов ${}^{39}\text{K}^+$, ${}^{40}\text{Ar}^+$, ${}^{40}\text{Ca}^{2+}$ будут наблюдаться три пика, так как отношение m/z у всех разное: 39, 40 и 20, соответственно.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 5. Сопротивление нанотрубки

Одним из уникальных свойств углеродных нанотрубок является колоссальная электропроводность: единичная одностенная нанотрубка способна выдерживать силу тока в несколько микроампер, поскольку реализуется механизм баллистической проводимости. При этом сопротивление нанотрубки принимает значение 12.9 кОм.

1. Рассчитайте сопротивление графитового стержня длиной 5 мкм и диаметром 100 нм, если ток течёт вдоль его оси. Удельное сопротивление графита равно 8 мкОм·м. **(3 балла)**
2. В каком случае выделится большее количество теплоты: при прохождении тока 2 мкА в течение 10 минут через такой графитовый стержень или одностенную углеродную нанотрубку? Каково это различие? **(7 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 5. Сопротивление нанотрубки

1. Сопротивление можно рассчитать по формуле

$$R = \frac{\rho L}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление, S – площадь поперечного сечения проводника, L – его длина.

Площадь поперечного сечения стержня равна

$$S = \frac{\pi d^2}{4},$$

где d – его диаметр.

Следовательно,

$$R = \frac{4\rho L}{\pi d^2}$$
$$R = \frac{4 \cdot 8 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{ м} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}}{3,14 \cdot (100 \cdot 10^{-9})^2 \text{ м}^2} = 5,1 \text{ кОм}$$

2. Количество теплоты, выделяющееся в проводнике с током, можно вычислить по формуле Джоуля-Ленца:

$$Q = I^2 R t,$$

где I – сила тока, R – сопротивление, t – время. В графитовом стержне выделится:

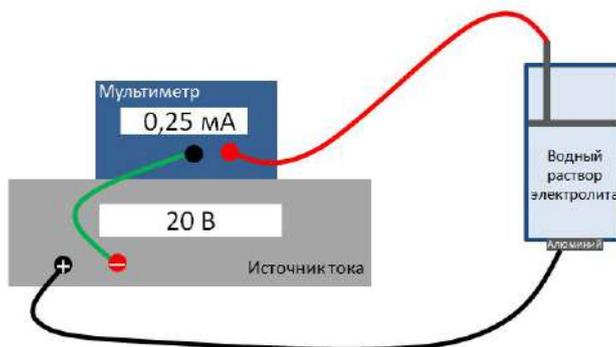
$$Q = (2 \cdot 10^{-6})^2 \text{ А}^2 \cdot 51000 \text{ Ом} \cdot (10 \cdot 60) \text{ с} = 12,2 \text{ мкДж}$$

Согласно условию задачи, в одностенной углеродной нанотрубке реализуется механизм баллистической проводимости, поэтому джоулево тепло в ней выделяться не будет ($Q = 0$ Дж).

Таким образом, в графитовом стержне тепла выделится больше, чем в нанотрубке, а именно на 12,2 мкДж.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 6. Ток через конденсатор



Для придания алюминиевым изделиям долговечности их поверхность можно подвергнуть анодному окислению в нерастворяющем электролите, как показано на рисунке. При этом образуется плотная плёнка из оксида алюминия толщиной в десятки или сотни нанометров, которая препятствует дальнейшему окислению металла.

1. Рассчитайте толщину оксидной плёнки площадью 1 см^2 , если при напряжении 20 В в цепи течёт ток 0.25 мА. Удельное сопротивление анодного оксида алюминия равно $3 \cdot 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м}$. Сопротивлением остальных элементов электрической цепи можно пренебречь. **(4 балла)**
2. Поскольку анодный оксид алюминия является диэлектриком ($\epsilon = 8$), описанную систему можно считать конденсатором. Определите его ёмкость. **(3 балла)**
3. Объясните, почему в данной электрической цепи, содержащей конденсатор, течёт ток. **(3 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 6. Ток через конденсатор

1. Сопротивление оксидной плёнки равно

$$R = \frac{\rho L}{S},$$

где ρ – удельное сопротивление, L – толщина плёнки, S – её площадь.

Так как сопротивлением остальных элементов электрической цепи можно пренебречь, то

$$R = \frac{U}{I},$$

где U – напряжение, I – сила тока.

Следовательно,

$$\begin{aligned} \frac{U}{I} &= \frac{\rho L}{S} \\ L &= \frac{US}{\rho I} \\ L &= \frac{20 \text{ В} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2}{3 \cdot 10^8 \text{ Ом} \cdot \text{м} \cdot 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ А}} \approx 27 \text{ нм} \end{aligned}$$

2. Ёмкость плоского конденсатора равна

$$C = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{L},$$

где ϵ – диэлектрическая проницаемость оксида алюминия, ϵ_0 – диэлектрическая постоянная. Таким образом,

$$C = \frac{8 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{М}} \cdot 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2}{27 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 0,26 \text{ мкФ}$$

3. Известно, что через идеальный конденсатор не может течь постоянный ток вследствие его бесконечного сопротивления. Однако, сопротивление конденсатора, описанного в данной задаче, конечное и составляет всего

$$\begin{aligned} R &= \frac{U}{I} \\ R &= \frac{20 \text{ В}}{0,25 \cdot 10^{-3} \text{ А}} = 80 \text{ кОм.} \end{aligned}$$

Кроме того, в данном случае сила тока постоянно уменьшается: чем толще становится оксидная плёнка, тем ниже оказывается сила тока из-за увеличения сопротивления. Таким образом, ток в этой цепи имеет место, пока происходит окисление алюминия и сопротивление плёнки не превышает критического значения.

Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 7. Что прочнее?

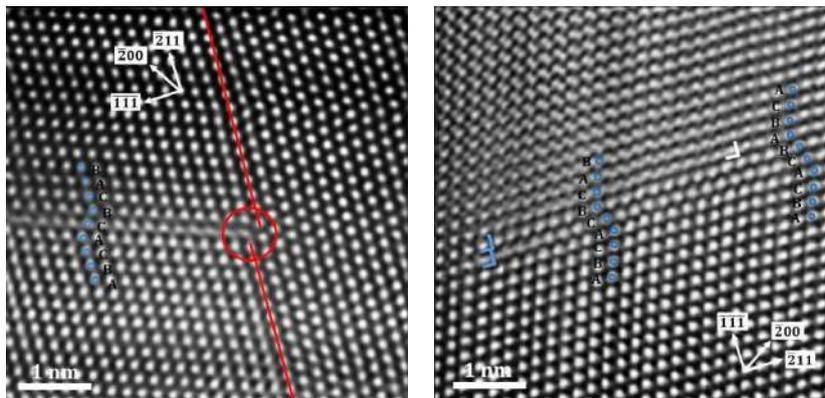


Рис. HAADF изображения дислокаций в стали

Известно, что пластичность металлов во многом обусловлена наличием в их структуре дислокаций, которые способны перемещаться в пределах кристалла под действием приложенной нагрузки. Однако, в поликристаллических материалах движение дислокации ограничено размером зерна, в котором она расположена (переход из одного зерна в другое невозможен). Поэтому наблюдается эффект размерного упрочнения, именуемый законом Холла-Петча:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{d}},$$

где d – размер зерна (м), σ – минимальное механическое напряжение, при котором возникают пластические деформации в поликристаллическом материале с размером зёрен d (МПа), σ_0 – минимальное механическое напряжение, при котором возникают пластические деформации в монокристаллическом материале (МПа, таблица 1), k – коэффициент, зависящий от природы материала (МПа·м^{0,5}).

Таблица 1. Значения σ_0 для монокристаллической меди, легированной стали 20Х и паутины

Материал	σ_0 , МПа
Монокристаллическая медь	25
Легированная сталь 20Х	550
Паутина	1150

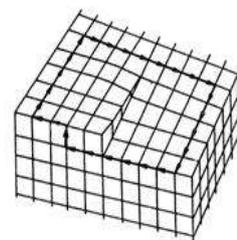
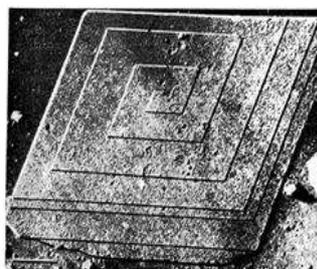
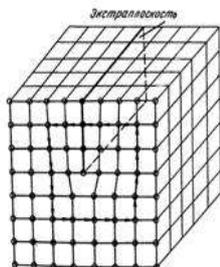
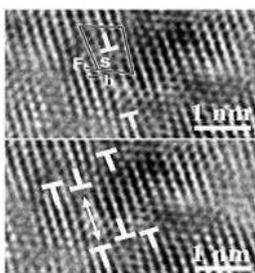
1. Что такое дислокация в кристалле? Какие бывают виды дислокаций? **(2 балла)**
2. Оцените отношение механических напряжений, которые необходимо приложить к монокристаллическому и поликристаллическому ($d = 10$ мкм) медным стержням, чтобы растянуть их на 0,01%. Модуль Юнга меди равен 110 ГПа. **(4 балла)**
3. Может ли минимальное механическое напряжение, вызывающее пластические деформации в меди, оказаться таким же, как у легированной стали 20Х или паутины? Ответы обоснуйте. Для меди $k = 0,11$ МПа·м^{0,5}, а характерный размер дислокаций составляет около 20 нм. **(4 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 7. Что прочнее?

1. Дислокация – это протяжённый одномерный структурный дефект в кристаллическом материале. Дислокации бывают краевыми, винтовыми и смешанными.



Краевые дислокации и их схематичное изображение

Винтовая дислокация и её схематичное изображение

2. Поскольку модуль Юнга меди равен 110 ГПа, а минимальное механическое напряжение, при котором возникают пластические деформации в монокристаллической меди, равно 25 МПа, то закон Гука оказывается справедливым вплоть до относительного удлинения, равного

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E}$$

$$\varepsilon = \frac{25 \text{ МПа}}{110 \text{ ГПа}} = 2,3 \cdot 10^{-4} = 0,023\%$$

Следовательно, относительное удлинение 0,01% соответствует области упругих деформаций, происходящих без структурных изменений. Для поликристаллического стержня это утверждение также справедливо, так как для него минимальное механическое напряжение, при котором возникают пластические деформации, ещё больше:

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{d}}$$

$$\sigma = 25 \text{ МПа} + \frac{0,11 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}}{\sqrt{10 \cdot 10^{-6} \text{ м}}} \approx 60 \text{ МПа}$$

Таким образом, деформации в 0,01% ни в случае монокристаллической, ни в случае поликристаллической меди сопровождаются движением дислокаций не будут. Поэтому в обоих случаях необходимо приложить одно и то же напряжение, то есть их отношение равно 1.

3. По формуле, приведённой в условии задачи, несложно рассчитать, что

$$\sigma = \sigma_0 + \frac{k}{\sqrt{d}}$$

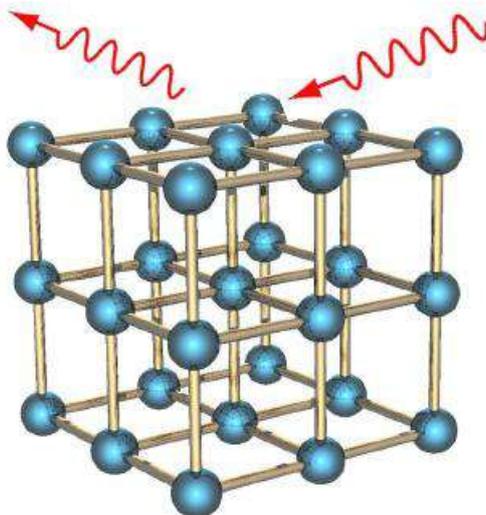
$$d = \left(\frac{k}{\sigma - \sigma_0} \right)^2$$

$$d_1 = \left(\frac{0,11 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}}{550 \text{ МПа} - 25 \text{ МПа}} \right)^2 = 44 \text{ нм}$$
$$d_2 = \left(\frac{0,11 \text{ МПа} \cdot \text{м}^{0,5}}{1150 \text{ МПа} - 25 \text{ МПа}} \right)^2 = 10 \text{ нм}$$

То есть, размер зёрен, теоретически необходимый для достижения механического напряжения, которое вызывает пластические деформации в легированной стали 20Х и паутине, составляет порядка 44 нм и 10 нм соответственно. Первое из них значительно больше характерного размера дислокаций в меди, а второе – меньше. Это означает, что в медном материале с размером кристаллитов 10 нм дислокаций внутри зёрен быть не может. Поэтому и упрочняться такой материал тоже не будет: наименьший размер зерна, при котором выполняется соотношение Холла-Петча, примерно равен длине дислокации. Таким образом, механическое напряжение, вызывающее пластические деформации в меди, действительно может оказаться таким же, как у легированной стали 20Х, но оно никогда не достигнет значения, характерного для паутины.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 8. Подвижные наночастицы



При изучении нанообъектов нередко возникает проблема их нежелательного дрейфа (подвижности) за счет тепловых колебаний, воздействия зондирующего излучения и т.п. В качестве примера рассмотрим воздействие рентгеновских лучей на кристаллическую наночастицу. Несмотря на крайне низкое поглощение рентгеновского излучения веществом, в определенных условиях все-таки происходит заметное смещение наночастиц за счет эффективного отражения рентгеновских лучей. Пусть наночастица имеет форму куба, обладает кубической кристаллической решеткой (см. рисунок) с постоянной решетки $a = 0.335$ нм и располагается изначально на одной из своих граней (нижней).

Оцените, какую максимальную силу давления может оказывать падающее на верхнюю грань такого куба рентгеновское излучение с длиной волны $\lambda = 0.2$ нм, если известно, что при плавном изменении угла падения излучения в интервале от 0° до 90° максимальный измеренный поток отраженных фотонов составлял $n_{\max} = 10^{12}$ с $^{-1}$. Постоянная Планка $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. **(10 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 8. Подвижные наночастицы

Максимальное воздействие рентгеновского излучения будет осуществляться в случае выполнения условия дифракции, так как именно в таких условиях будет отражаться максимальная доля падающего излучения, и, следовательно, наночастица получит максимальную «отдачу». Условие дифракции (условие Вульфа-Брэгга):

$$2d\sin\theta_{\text{диф}} = n\lambda$$

где d – межплоскостное расстояние, $\theta_{\text{диф}}$ – угол скольжения падающего луча, n – порядок дифракции, λ – длина волны. Для рассматриваемой в задаче наночастицы d совпадает с постоянной решетки a . В свою очередь, наибольшее отражение будет наблюдаться в первом порядке дифракции, т.е. $n = 1$.

Определим угол скольжения падающего излучения $\theta_{\text{диф}}$, при котором выполняется условие Вульфа-Брэгга:

$$\sin\theta_{\text{диф}} = \frac{\lambda}{2d} \approx 0.3$$

Фотон рентгеновского излучения обладает импульсом:

$$p = \frac{h}{\lambda} \approx 3.3 \cdot 10^{-24} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$$

где h – постоянная Планка.

Отражаясь под тем же углом $\theta_{\text{диф}}$ каждый падающий фотон излучения изменяет свой импульс на величину:

$$\Delta p = 2 \frac{h}{\lambda} \sin\theta_{\text{диф}},$$

При этом этот вектор перпендикулярен к поверхности наночастицы и направлен от нее. Так как взаимодействие упругое (длина волны не изменяется), то такой же по величине и противоположный по направлению импульс получает наночастица в виде отдачи.

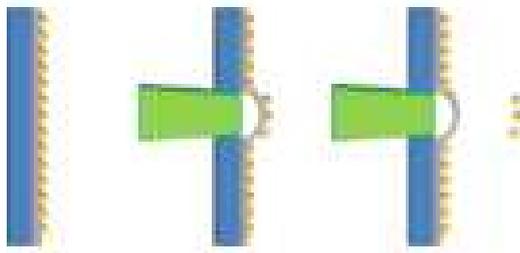
По второму закону Ньютона сила воздействия со стороны каждого кванта рентгеновского излучения в единицу времени Δt может быть выражена как $F_i = \frac{\Delta p}{\Delta t}$. Результирующая максимальная сила давления со стороны N отраженных фотонов (поток $n_{\text{max}} = N/\Delta t$) будет равна:

$$F_{\text{summ}} = N \frac{\Delta p}{\Delta t} = n_{\text{max}} \Delta p = 2n_p \frac{h}{\lambda} \sin\theta_{\text{диф}} \approx 2 \cdot 10^{-12} \text{ Н} = 2 \text{ пН}$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 9. Лазерный перенос наночастиц

Манипуляция отдельными наночастицами является весьма непростой задачей. Так, например, для ее решения может быть использована методика лазерного переноса, которая позволяет переносить отдельные наночастицы из большого массива в заданное место с высокой точностью. Суть метода состоит в следующем. На прозрачную подложку наносится тонкая пленка из металла, на которую предварительно осаждается подготовленный для переноса массив наночастиц. Далее металлическая пленка освещается через прозрачную подложку коротким лазерным импульсом, нагревается и вздувается в результате термического расширения (см. рис.). Получив достаточную энергию, отдельные наночастицы «стряхиваются» с пленки и переносятся на приемную поверхность.



В какой момент времени после начала действия фемтосекундного лазерного импульса наночастицы золота (плотность $\rho = 19.32 \text{ г/см}^3$) диаметром $d = 40 \text{ нм}$ оторвутся от поверхности пленки, если известно, что при вздутии пленка движется с ускорением, изменяющимся по закону $a = A \cdot \sin(\omega t)$, где $A = 6 \cdot 10^7 \text{ м/с}^2$, $\omega = 2.5 \cdot 10^4 \text{ с}^{-1}$, общее время вздутия пленки составило 180 мкс, а сила притяжения, удерживающая наночастицы на пленке, равна $F_{\text{притяж}} = 30 \text{ пН}$? **(10 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 9. Лазерный перенос наночастиц

Наночастицы смогут оторваться от металлической пленки в случае, если сила инерции, возникающая вследствие ускоренного движения, превысит силу притяжения наночастиц к пленке. Запишем проекцию второго закона Ньютона для центральной наночастицы (из трех отделившихся на рисунке) на горизонтальную ось, направление которой совпадает с направлением движения наночастицы:

$$ma = N - F_{\text{притяж}}$$

где N – сила реакции со стороны пленки, а $F_{\text{притяж}}$ известна. В момент отрыва наночастицы сила N обращается в ноль, следовательно, ускорение должно удовлетворять «пограничному» условию:

$$a_0 = \frac{-F_{\text{притяж}}}{m}$$

где знак «минус» указывает на отрицательное значение ускорения, т.е. пленка с наночастицами замедляется, и именно в процессе замедления наночастицы могут в принципе оторваться от пленки. Исходя из синусоидального закона изменения ускорения со временем, отрицательные значения ускорения достигаются при $t > T/2$, где период синуса $T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 251$ мкс, а наибольшее отрицательное значение ускорения соответствует моменту времени $\frac{3}{4}T \approx 188$ мкс.

Масса наночастицы: $m = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{d}{2}\right)^3 \rho \approx 6.5 \cdot 10^{-19}$ кг

«Пограничное» значение ускорения, при котором наночастицы начнут отрываться: $a \approx -4.6 \cdot 10^7$ м/с², что соответствует моментам времени:

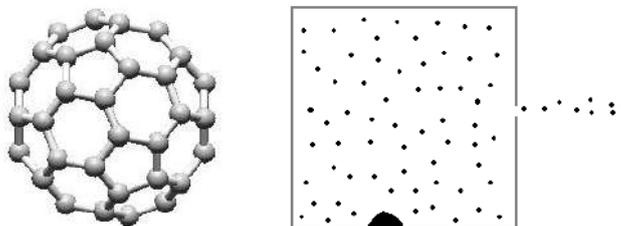
$$t_0 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{a_0}{A} = \frac{1}{2.5 \cdot 10^4} \arcsin(-0.766) \approx 160 \text{ или } 216 \text{ мкс,}$$

из которых только первый удовлетворяет условию $t_0 < 180$ мкс.

Ответ: 160 мкс.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 10. Наномяч



В откачанную до высокого вакуума ячейку объемом 1 см^3 с квадратным отверстием размером 1 мкм , помещают навеску бакибола (фуллерена C_{60}) массой 10 мг . В результате в ячейке устанавливается температура 800 К . Считать, что молекула бакибола испытывает абсолютно упругие столкновения и является жесткой, кинетическая энергия распределяется одинаково по всем степеням свободы. Диаметр бакибола составляет 0.7 нм , масса атома углерода $m_{\text{C}} = 12 \text{ а.е.м.}$ Отличием средних от средних квадратичных скоростей можно пренебречь.

1. Из каких слагаемых состоит кинетическая энергия движущегося в пространстве бакибола? Сколько степеней свободы при таком движении имеет бакибол? **(1 балл)**
2. Основываясь на молекулярно-кинетической теории:
 - а) оцените среднюю скорость молекул бакибола **(2 балла)**;
 - б) примерно оцените среднюю частоту их вращения (в ГГц). **(3 балла)**
3. Оцените время, за которое навеска фуллерена полностью сублимируется, если парциальное давление фуллерена в камере при этом составляет 0.4 Па . **(3 балла)**
4. Как можно экспериментально измерить такое маленькое давление молекул бакиболов? **(1 балл)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 10. Наномяч в вакууме

1. Как и для мяча, кинетическая энергия бакибола складывается из двух слагаемых – кинетической энергии поступательного движения и кинетической энергии вращения. Фуллерен, как и мяч, будет иметь 6 степеней свободы: 3 поступательных (поступательное движение относительно осей x, y, z) и 3 вращательных (вращение в пространстве относительно осей x, y, z).
2. а) Поступательное движение фуллерена:

$$E = \frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT \quad (2.1)$$

(на каждую из трех степеней свободы приходится энергия $1/2 \cdot kT$).

Тогда

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3kTN_a}{M}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad (2.2)$$

(т.к. расчет производится для единичной молекулы).

Подставляя $M = 60m_c = 0,72$ кг/моль, находим среднюю скорость бакибола (на самом деле среднюю квадратичную, но, согласно условию, ее отличаем от средней пренебрегаем) при 800К, $v = \underline{166}$ м/с.

б) Рассмотрим вращение фуллерена. На три степени свободы вращения будет так же приходится кинетическая энергия вращения

$$3/2 \cdot kT. \quad (2.3)$$

Тогда кинетическая энергия вращения составит:

$$E = \sum_{i=1}^{60} \frac{m_c v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^{60} \frac{m_c (r_i \omega)^2}{2} = \frac{I \omega^2}{2}, \quad (2.4)$$

где

- $I = \sum_{i=1}^{60} m_c r_i^2$ – момент инерции фуллерена,
- ω – средняя (средняя квадратичная) угловая скорость,
- m_c – масса атома углерода,
- r_i – расстояние i -го атома углерода от оси вращения,
- 60 – число атомов углерода в молекуле бакибола.

Поскольку расстояния всех атомов фуллерена до центра молекулы равны и число атомов углерода 60, что достаточно много, то для дальнейших оценок удобно приближенно считать бакибол полый сферой, вся масса которой равномерно распределена по поверхности. Момент инерции сферы составляет

$$I = 2/3 \cdot m r^2 \quad (2.5)$$

(формулу можно взять в справочнике или вывести путем несложного интегрирования).

Приравнявая (2.3) к (2.4), получаем уравнение

$$\frac{I \omega^2}{2} = \frac{3}{2} k T \quad (2.6)$$

Выражая ω из (2.6) и подставляя и ее, и (2.5) в

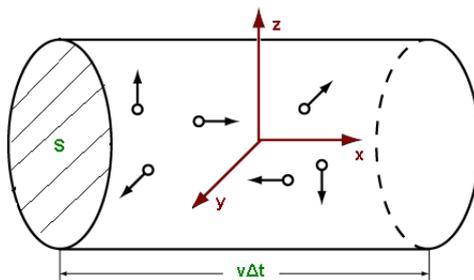
$$v = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \quad (2.7)$$

получаем:

$$v = \sqrt{\frac{9RT}{8\pi^2 M r^2}}, \quad (2.8)$$

$$v = \sqrt{\frac{9 \cdot 8,31 \cdot 800}{8 \cdot 3,14^2 \cdot 0,72 \cdot (0,35 \cdot 10^{-9})^2}} \approx 9,3 \cdot 10^{10} \text{ (Гц) или } \underline{\underline{93}} \text{ ГГц.}$$

3. Поскольку давление в процессе сублимации навески по условию постоянно, то скорость сублимации будет равна числу молекул бакибола, «столкнувшихся» с отверстием за единицу времени.



Для расчета этого потока, воспользуемся логикой вывода основного уравнения МКТ.

- Если считать, что направление движения каждой молекулы случайно, то вдоль оси x движется в среднем каждая третья молекула, из них половина движется к отверстию, а половина – от отверстия.
- Если в единице объема содержится C_N молекул газа, то в сторону отверстия по оси x будут двигаться примерно $1/6 \cdot C_N$ молекул (на самом деле $1/4 \cdot C_N$, но в рамках школьной программы это строго не выводится).
- За время Δt путь молекулы со скоростью v составит $v \Delta t$.
- Тогда, при концентрации молекул в единице объема C_N , через отверстие площадью S за время Δt камеру покинет $1/6$ количества молекул, находящихся в объеме изображенного на рисунке цилиндра, или

$$\Delta N = 1/6 \cdot C_N S v \Delta t. \quad (3.1)$$

- Концентрация молекул бакибола C_N в камере постоянна, поскольку по условию давление в течение всего процесса сублимации постоянно.
- Поскольку

$$pV = nRT = N/N_a \cdot RT = NkT \quad (3.2)$$

и, по определению,

$$C_N = N/V, \text{ то } C_N = p/(kT), \quad (3.3)$$

тогда:

$$\Delta N = \frac{1}{6} \cdot C_N S v \Delta t = \frac{pSv\Delta t}{6kT}. \quad (3.4)$$

Подставляя v из (2.2) в (3.4), получаем:

$$\Delta N = \frac{pS}{6kT} \sqrt{\frac{3RT}{M}} \Delta t = \frac{pSN_a}{2} \sqrt{\frac{1}{3MRT}} \Delta t \quad (3.5)$$

$$\text{Или } \Delta t = \frac{2\sqrt{3MRT}}{pS} \frac{\Delta N}{N_a} = \frac{2\sqrt{3MRT}}{pS} \Delta n = \frac{2m\sqrt{3RT}}{pS\sqrt{M}}, \quad (3.6)$$

и, учитывая, что $S = d^2$, получаем:

$$\Delta t = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \sqrt{3 \cdot 8,31 \cdot 800}}{0,4 \cdot (1 \cdot 10^{-6})^2 \sqrt{0,72}} = 8,3 \cdot 10^9 \text{ с.}$$

Найдем массу фуллерена, которая находится в виде пара в ячейке. Поскольку

$$pV = m/M \cdot RT \text{ и } V = a^3,$$

$$\text{то } m = \frac{pa^3M}{RT} = \frac{0,4 \cdot (1 \cdot 10^{-6})^3 \cdot 720}{8,31 \cdot 800} = 4,3 \cdot 10^{-20} \text{ г,} \quad (3.7)$$

следовательно, эту массу можно не учитывать по сравнению с массой навески фуллерена.

4. Установив напротив отверстия гибкий кантилевер или гибкую пластинку, можно по углу изгиба определить действующую на них силу, равную силе давления паров бакибола, приходящуюся на площадь отверстия. Следовательно, рассчитать давление в ячейке.

Как следует из предыдущего пункта, скорость сублимации бакибола также зависит от давления, поэтому, измеряя зависимость массы ячейки от времени, можно найти давление через тангенс угла наклона этой зависимости.