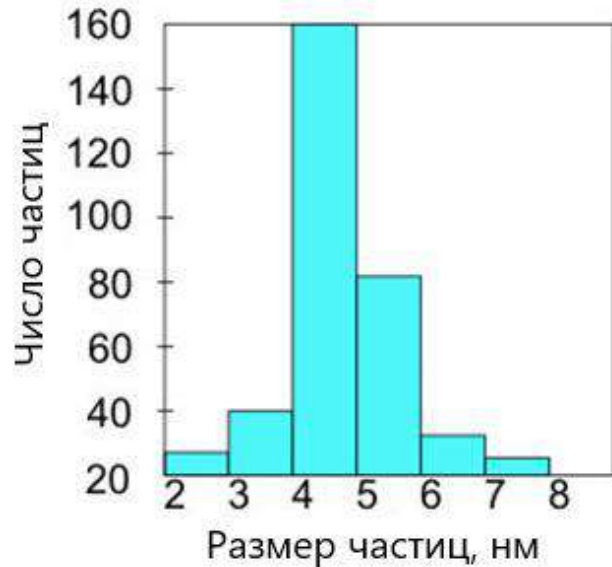
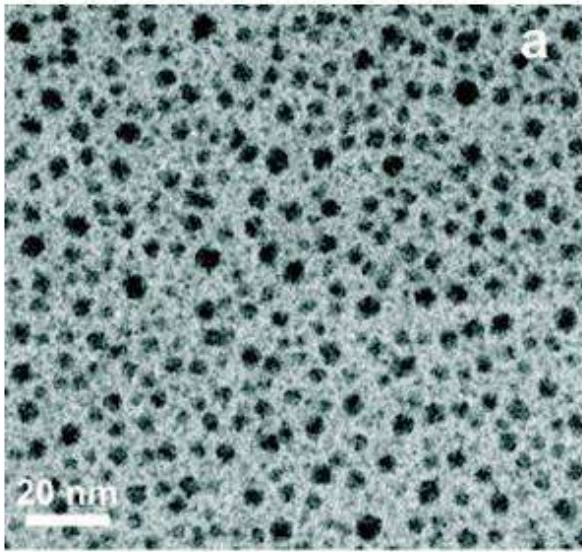




Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 1. Распыление наночастиц



Для нанесения на подложку массива наночастиц индия экспериментаторы испарили в напылительной вакуумной камере небольшую массу $m = 5$ г индия (In).

Остаточное давление в напылительной камере составляло 10^{-3} мм рт. ст. Давление насыщенных паров In приблизительно описывается формулой

$$\log(p) = 8,18 - \frac{1260}{T},$$

где p — давление в мм рт.ст., T — абсолютная температура. Напряжение, подаваемое на нагревательный элемент $U = 20$ В, а ток протекающий $I = 5$ А.

1. Рассчитайте минимальное время, необходимое для распыления всей массы. Полагать, что энергия передается массе In целиком и мгновенно. **(6 баллов)**

В результате напыления масса индия осела на подложке в виде наночастиц. Далее подложку с наночастицами In использовали для формирования полупроводниковых нанонитей, а металлические наночастицы использовались как центры роста. В процессе формирования полупроводниковых нанонитей выяснилось, что наночастицы In плавятся при температуре около 130 °С.

2. Почему температура уменьшилась? В каком случае изменение температуры плавления наночастиц In может превысить 20%. **Приведите численную оценку. (4 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 1. Распыление наночастиц

1. Чтобы испарить металл, в частности индий, обычно нужно его нагреть до температуры плавления, расплавить, нагреть до температуры кипения и испарить. Но эти рассуждения верны, если процесс происходит при нормальном атмосферном давлении. Известно, что температура кипения зависит от давления над поверхностью жидкости. Кипение наступает, когда давление паров жидкости сравнивается с давлением газа над поверхностью. Оценим температуру, при которой давление паров индия будет равным остаточному давлению:

$$T = \frac{1260}{8,18 + 3,00} = 112,7K$$

т. е. ниже температуры плавления.

Это означает, что расплавленный металл при столь низком давлении начнет кипеть сразу после плавления.

$$Q = cm\Delta T + mr + m\lambda = 0,238 \frac{\text{Дж}}{\text{г} \cdot \text{К}} 5\text{г}(156 - 25)\text{К} + \frac{\left(3,24 \frac{\text{кДж}}{\text{МОЛЬ}} + 225 \frac{\text{кДж}}{\text{МОЛЬ}}\right) \cdot 5\text{г}}{114 \text{ г/моль}} = 10,16\text{кДж}$$

С другой стороны $Q = U \cdot I \cdot \tau$, откуда

$$\tau = \frac{Q}{U \cdot I} = \frac{10166\text{Дж}}{20\text{В} \cdot 5\text{А}} \approx 100\text{сек}$$

2. Плавление состоит в разрыве связей в кристаллической решетке. У наноструктур достаточно много уже разорванных связей по отношению к неразорванным. Первые находятся на поверхности, вторые – в объеме тела. Это объясняет, почему у наноструктур температура плавления ниже. Меньше связей необходимо разорвать.

Отношение числа связей на поверхности к числу связей в объеме можно грубо выразить следующим образом:

$$\frac{N_{\text{поверхность}}}{N_{\text{объем}}} = \frac{4\pi r^2 / a^2}{\frac{4\pi r^3}{3a^3}} \sim \frac{a}{r},$$

где a — характерное расстояние между атомами.

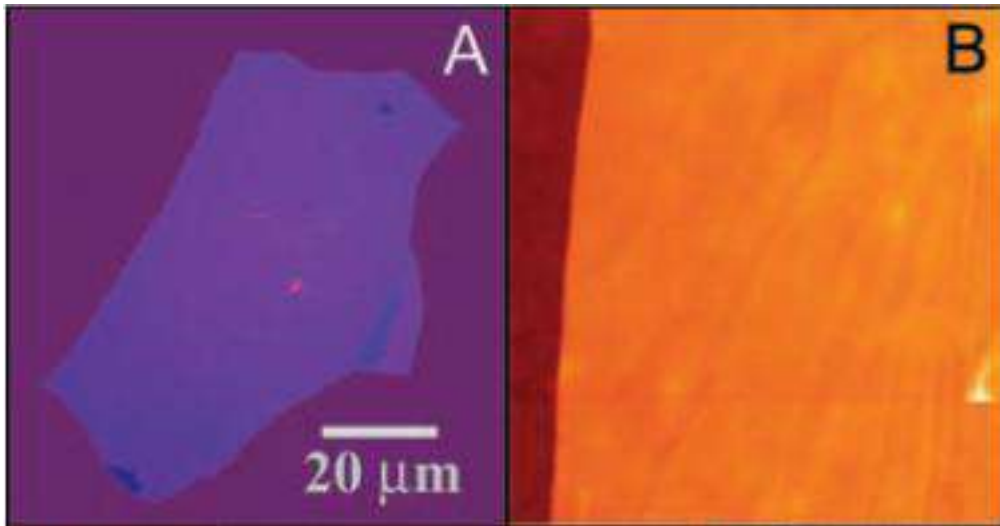
Таким образом, температура плавления может уменьшиться на 20%, когда доля атомов на поверхности будет составлять тот же процент. Или отношение будет равно 1/5. При этом r должно быть равно 2 нм.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 2. Графен под микроскопом

В одной из пионерских статей К.С. Новоселова и А.К. Гейма, опубликованной в журнале Science в 2004 году, описаны уникальные свойства графена. В журнале приведены изображения многослойной пленки графена, находящейся на кремниевой пластине. Верхний слой пластины окислен и представляет из себя слой SiO_2 . На рисунке представлены изображения, полученные в оптическом микроскопе (А) и в атомно-силовом микроскопе (В).



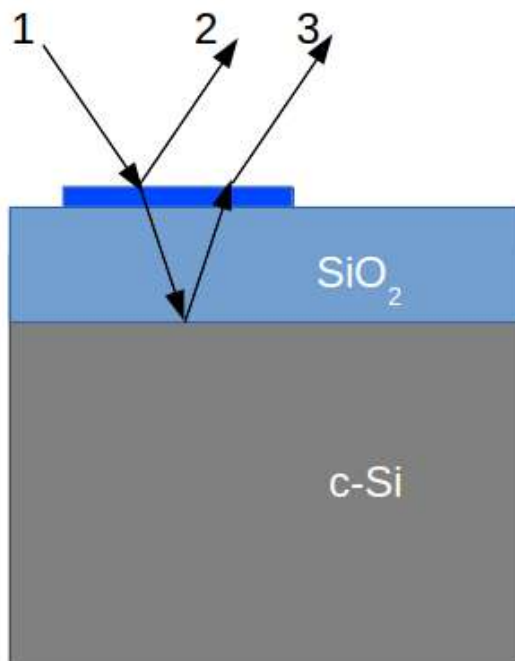
(А) Изображение, полученное в оптическом микроскопе (в белом свете) относительно большой многослойной чешуйки графена толщиной 3 нм поверх окисленной пластины Si.
(В) Изображение, полученное на атомно-силовом микроскопе (АСМ), области размером 2 x 2 мкм этой чешуйки вблизи её края. Цвета: темно-коричневый, поверхность SiO_2 ; оранжевый, высота 3 нм над поверхностью SiO_2 .

1. Как изменились бы изображения чешуйки (А) и (В), если бы она лежала непосредственно на кремниевой пластине? Объясните. **(3 балла)**
2. Какова минимальная толщина слоя оксида, если наблюдается такая картина, как на рис. (А)? **(3 балла)**
3. Почему чешуйка графена на рис. А имеет синий цвет, а слой SiO_2 – фиолетовый? Какую картину можно наблюдать в оптический микроскоп, если чешуйка будет а) в 3 раза толще и б) в 3 раза тоньше? **(4 балла)**

Всего – 10 баллов



**Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
 Решение задачи 2. Графен под микроскопом**



1. Чешуйки будут не видны в оптическом микроскопе, в атомно-силовом микроскопе картина не изменится.
2. Появление характерной фиолетовой окраски у оксидного слоя – результат интерференции света в этом слое. Толстая пленка оксида уже не имеет такой окраски. Лежащая на поверхности чешуйка имеет малую толщину, чтобы свет интерферировал в таком малом слое.

Запишем оптическую разность хода лучей 2 и 3 и приравняем условию минимума:

$$2hn = \frac{m\lambda}{2},$$

т. к. отражение происходит от оптически более плотной среды дважды, то скачок фазы $\lambda/2$ не набегает.

При освещении белым светом будет наблюдаться окрашивание пленки, если выполняется условие минимума при интерференции. Минимальная толщина пленки оксида соответствует $m = 1$, а цвет, являющийся дополнительным к фиолетовому, – желтый. Ему соответствует длина волны $\lambda = 580$ нм.

$$h = \frac{\lambda}{4n} \approx 100 \text{ нм}$$

3. Чешуйка вносит дополнительную разность хода $2h_{\text{Graphene}}n_{\text{Graphene}} \approx 16$ нм.

Это может привести к тому, что минимум будет наблюдаться для длины волны 620 нм, соответствующей оранжевому диапазону видимого излучения.

$$2hn + 2h_{Graphene}n_{Graphene} = \frac{\lambda}{2} = 310\text{нм}$$

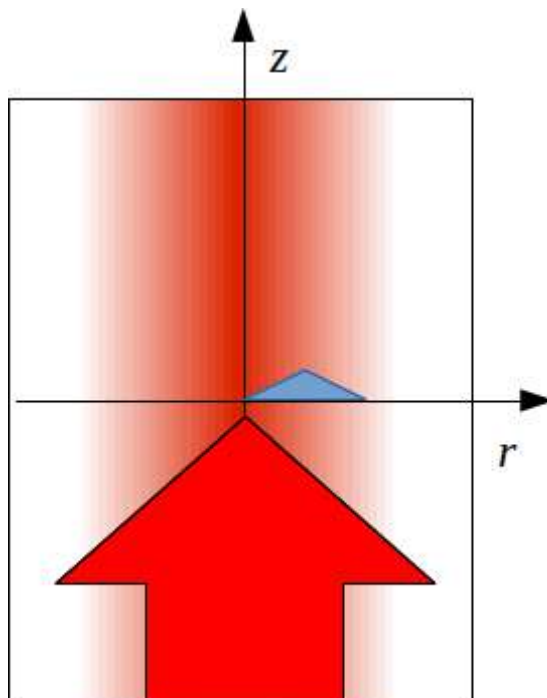
Если чешуйка будет в 3 раза толще, то дополнительно наберит 48 нм, и чешуйка окрасится в зеленый цвет, т. к. будет выполняться условие минимума для красного цвета $\lambda = 680$ нм. А если в 3 раза тоньше, т. е. 1 нм, то никакой разницы в цвете мы не заметим, и чешуйка сольется с подложкой.

Справочные данные показателей преломления в видимой области

Вещество	$n (\lambda = 400 \text{ нм})$
Графен	2.70
SiO ₂	1.47
c-Si	5.56



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 3. Оптический пинцет



В 2018 году Нобелевская премия по физике была присуждена за изобретение оптического пинцета и его применение в биологических системах. С помощью оптического пинцета можно манипулировать отдельными наночастицами.

Один из подходов, объясняющих возможность удерживать наночастицу лазерным лучом, – геометрическая оптика.

Наночастица имеет форму тонкой треугольной призмы, в основании которой – равнобедренный треугольник. Основание равнобедренного треугольника 200 нм. Угол между боковыми сторонами треугольника $\alpha = 120^\circ$. Показатель преломления призмы $n = \sqrt{3}$.

Наночастица облучается лазерным пучком, имеющим гауссово распределение интенсивности $I(r) = I_0 \cdot \exp\left(\frac{-r^2}{2 \cdot \sigma^2}\right)$, $\sigma = 200$ нм. Центр пучка совпадает с осью z . Наночастица сместилась от центра пучка, так что левый край совпадает с осью z , а излучение падает нормально на боковую грань (см. рис.).

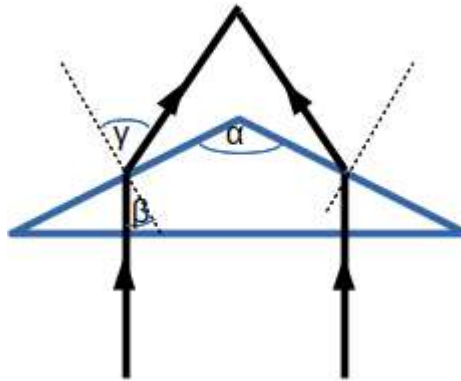
1. Изобразите ход лучей на рисунке. **(1 балл)**
2. Используя рисунок, объясните возникновение градиентной силы. **(2 балла)**
3. Найдите угол возникающей градиентной силы относительно оси z , с учетом данных задачи. **(6 баллов)** Интегралы можно рассчитать численно.
4. Какая еще сила действует на наночастицу со стороны лазерного пучка? **(1 балл)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 3. Оптический пинцет

1.



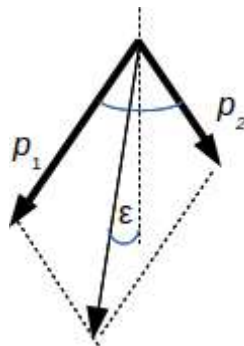
$$\frac{\sin(\gamma)}{\sin(\beta)} = n$$

2. Свет можно рассматривать, как поток фотонов, имеющих импульс. По закону сохранения импульса, векторная сумма импульсов фотонов и наночастицы должна быть равна нулю, т. к. начальный импульс системы был тоже равен нулю. Таким образом, импульс частицы равен по модулю и противоположно направлен импульсу вышедших фотонов. Импульс связан с интенсивностью:

$$p = \frac{I}{c}$$

Интенсивность, проходящая через левую половину призмы больше, чем через правую. Следовательно, можно говорить о градиентной силе, направленной к оси пучка, где интенсивность максимальна.

3.



$$\operatorname{tg}(\varepsilon) = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2} \operatorname{tg}\left(\gamma - \left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right)\right)$$

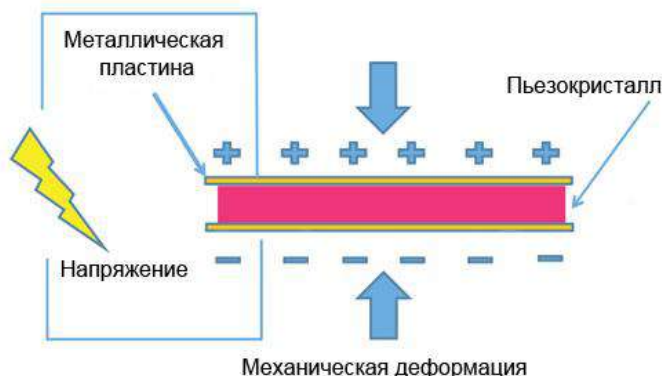
Численное интегрирование дает $p_1 = 0.0959$, $p_2 = 0.0751$

$$\operatorname{tg}(\varepsilon) = \frac{0.0959 - 0.0751}{0.0959 + 0.0751} \operatorname{tg}(30^\circ), \varepsilon \approx 4^\circ$$

4. Сила давления света.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 4. Нанопозиционер



Для прецизионных перемещений исследуемых объектов с шагом в нанометровом диапазоне применяют пьезоэлектрические подачи, принцип действия которых основан на обратном пьезоэлектрическом эффекте – возникновении механической деформации (растяжения или сжатия) пьезокристалла под действием приложенного к нему напряжения.

Впервые данный эффект был обнаружен для кристаллов кварца, причем было замечено, что величина вызываемого механического напряжения σ в кристалле прямо пропорциональна приложенной разности потенциалов U и обратно пропорциональна его толщине d .

Оцените абсолютную деформацию Δd кристалла кварца толщиной $d = 1$ см, вызванную прикладываемым напряжением $U = 100$ В, если известно, что в отсутствие внешнего электрического поля на металлических пластинах, между которыми зажат пьезокристалл, возникает разность потенциалов $U_0 = 60$ В за счет прямого пьезоэлектрического эффекта. Деформации считайте малыми. Модуль Юнга для кварца примите равным 73 ГПа, атмосферное давление – 10^5 Па. **(10 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 4. Нанопозиционер

В случае малых деформаций механическое напряжение σ (давление) связано с относительной деформацией ε через модуль Юнга E линейным законом (Гука): $\sigma = E \cdot \varepsilon$.

С другой стороны, для пьезоэлектрического эффекта имеем: $\sigma = k \cdot U/d$, где k – коэффициент пропорциональности.

В отсутствие внешнего электрического поля на кристалл кварца действует внешнее атмосферное давление $\sigma_0 = 10^5$ Па, которое и вызывает (за счет прямого пьезоэлектрического эффекта) разность потенциалов U_0 : $\sigma_0 = k \cdot U_0/d$, откуда $k = \sigma_0 \cdot d/U_0$.

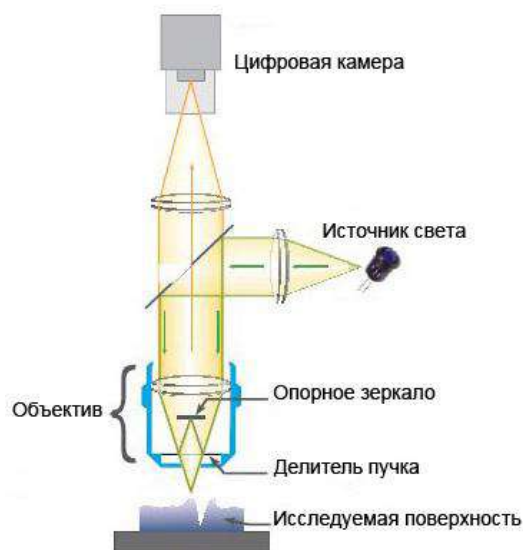
Таким образом, зная k , можно найти относительную деформацию кристалла кварца под действием приложенной разности потенциалов $U = 100$ В:

$$\varepsilon = \sigma/E = (k/E) \cdot (U/d) = (\sigma_0/E) \cdot (U/U_0) \approx 2 \cdot 10^{-6}.$$

Зная толщину кристалла d , можно теперь определить его абсолютную деформацию: $\Delta d = \varepsilon \cdot d \approx 2 \cdot 10^{-8}$ м = 20 нм.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 5. Оптический профилометр



Для определения шероховатости поверхностей используют специальные приборы – профилометры. Принцип действия оптического бесконтактного профилометра основан на получении интерференционной картины, образующейся за счет сложения лучей, испускаемых источником света, отраженных от исследуемой поверхности и от опорного зеркала (см. рис.). Эта картина регистрируется цифровой камерой, а последующий количественный анализ сдвига интерференционных полос в процессе сканирования позволяет восстановить профиль исследуемой поверхности с высоким разрешением.

1. Оцените, какую минимальную высоту неровности исследуемой поверхности можно измерить с помощью оптического профилометра с источником монохроматического света ($\lambda = 370$ нм), если известно, что в процессе анализа смещений интерференционных полос можно различать смещения вплоть до сотых долей периода интерференционной картины. **(7 баллов)**
2. Как изменится минимально детектируемая высота неровностей, если будет использован источник не монохроматического, а белого света? **(3 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 5. Оптический профилометр

1. Изменение высоты неровностей исследуемой поверхности на некую величину Δh приводит к изменению оптической разности хода интерферирующих лучей на $2\Delta h$. В свою очередь, смещение интерференционных полос на величину, равную периоду интерференционной картины, соответствует изменению оптической разности хода на величину λ , в то время как высота неровностей меняется на $\lambda/2$. Следовательно, смещение полос на одну сотую периода интерференционной картины соответствует изменению высоты неровностей исследуемой поверхности на $\lambda/200$. Таким образом, в случае использования оптического профилометра с источником монохроматического света с $\lambda = 370$ нм, минимально детектируемую высоту неровности исследуемой поверхности можно оценить как $\Delta h_{\min} = 370/200 = 1.85$ нм.
2. При переходе на источник белого света минимально детектируемая высота неровности исследуемой поверхности возрастет, так как результирующая интерференционная картина станет менее контрастной, а полосы – более размытыми, что затруднит детектирование их малых смещений при сканировании исследуемой поверхности.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 6. Плотнупакованные нанокристаллы

Как известно, при переходе от макроскопических объектов к наночастицам многие свойства одного и того же вещества существенно меняются (так называемый размерный эффект). Так, например, теплоемкость наночастиц металлов заметно возрастает по сравнению с теплоемкостью объемных образцов, в то время как температура плавления наоборот уменьшается.

1. Оцените линейный размер нанокристалла меди, при котором размерный эффект становится существенным. В качестве оценки энергии электронов использовать энергию Ферми при комнатной температуре, а также учесть, что эффективная масса электрона для меди совпадает с массой свободного электрона. **(5 баллов)**

Некоторые из проявлений размерного эффекта могут быть объяснены перестройками структуры кристаллической решетки при уменьшении линейных размеров кристаллов до нескольких нанометров. Действительно, столь малым кристаллам (нанокристаллам) оказывается энергетически выгодно перестроить свою структуру так, чтобы площадь поверхности была наименьшей, т.е. упаковка атомов становится более плотной.

2. Оцените относительное изменение плотности нанокристалла вольфрама по сравнению с плотностью объемного вольфрама, если известно, что при переходе от макро- к нанокристаллам структура кристаллической решетки вольфрама изменяется от кубической объемноцентрированной к кубической гранецентрированной, а постоянная решетки при этом уменьшается на 2 %. **(5 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 6. Плотнупакованные нанокристаллы

1. Для ответа на первый вопрос можно воспользоваться общим правилом, согласно которому размерные эффекты становятся существенными при уменьшении линейных размеров объектов до величины порядка длины волны де Бройля:

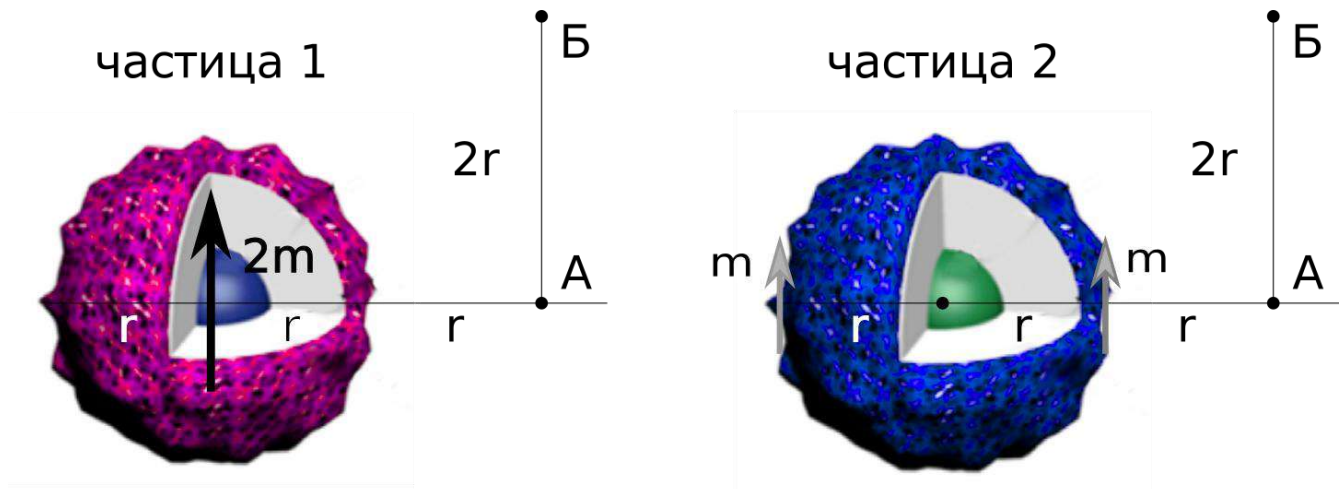
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m^*E}}$$

где m^* – эффективная масса электронов, а E – их энергия. Подставляя значение энергии Ферми для меди при комнатной температуре ($7 \text{ эВ} \approx 11.2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$) и массу свободного электрона, получаем оценку длины волны де Бройля $\sim 0.5 \text{ нм}$, что и является оценкой линейного размера нанокристалла меди, при котором размерный эффект для него становится существенным.

2. Для ответа на второй вопрос достаточно рассмотреть элементарную ячейку макро- и нанокристаллов вольфрама. При таком подходе плотность есть отношение массы всех атомов, входящих в элементарную ячейку, к объему этой ячейки. Для ОЦК решетки объемного вольфрама число атомов в элементарной ячейке – 2, в то время как для ГЦК решетки нанокристалла вольфрама это значение равно уже 4. Таким образом, в отсутствие уменьшения постоянной решетки плотность нанокристалла возростала бы вдвое. С учетом уменьшения постоянной решетки объем элементарной ячейки в случае нанокристалла будет также уменьшаться в $1/(0.98^3) \approx 1.06$ раз. Результирующее относительное изменение плотности будет, таким образом, составлять $2/(0.98^3) \approx 2.13$ раз.



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 7. Магнитные наночастицы



Для “подкрашивания” определенных органов на изображениях магнитно-резонансной томографии (МРТ) ученые используют магнитные наночастицы. Такие наночастицы, как правило, имеют диаметр d 100-200 нм, хотя собственно магнитная часть может быть значительно меньше по размерам. Так, частицы могут содержать магнитные атомы гадолиния в центре, окруженные немагнитной оболочкой, либо, наоборот, атомы гадолиния могут находиться на поверхности. Для простоты рассмотрим частицу 1 с магнитным точечным диполем в центре наночастицы (магнитный момент равен $2m$), и частицу 2 с двумя магнитными диполями на поверхности наночастицы с магнитным моментом m .

1. Почему магнитные частицы “подкрашивают” изображение МРТ? **(2 балла)**
2. Почему диаметр наночастиц лежит в диапазоне 100-200 нм? **(1 балл)**
3. Во сколько раз отличаются магнитные поля, создаваемые частицами 1 и 2 в точках А **(3 балла)** и Б **(4 балла)**?

Справочная информация:

Напряженность поля точечного магнитного момента определяется формулой:

$$H = \frac{m}{\mu r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\theta}, \quad (1)$$

где m – магнитный момент, μ – магнитная восприимчивость среды, r – расстояние от диполя до точки измерения, а θ – угол между направлением диполя и радиус-вектором точки измерения. Для простоты все магнитные поля в одной точке, создаваемые разными диполями, можно считать сонаправленными.

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 7. Магнитные наночастицы

В тексте условия была допущена опечатка. Проверка проводилась с учетом этого обстоятельства.

1. Наночастицы создают вокруг себя магнитное поле. В результате суммарное поле изменяется и нарушаются условия для магнитного резонанса. В итоге на изображениях появляются темные поля. Такой контраст называют негативным.
2. Наночастицы в данном диапазоне наименее заметны для иммунной системы и значительное время циркулируют в кровотоке. Меньшие наночастицы отфильтровываются почками, большие – печенью.
3. Начнем с простого случая точки А.

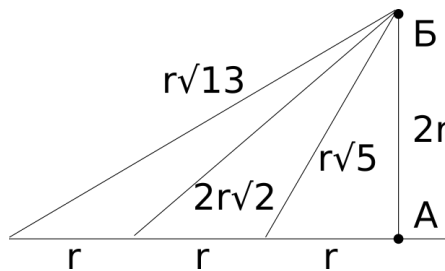
В этом случае, угол θ равен $\pi/2$, следовательно, $\cos \theta = 0$. Получаем для наночастицы первого типа:

$$H_1 = \frac{2m}{\mu_0(2r)^3} = \frac{1}{4} \frac{m}{\mu_0 r^3} \quad (1)$$

Для наночастицы второго типа:

$$H_2 = \frac{m}{\mu_0 r^3} + \frac{m}{\mu_0(3r)^3} = \frac{28}{27} \frac{m}{\mu_0 r^3} \quad (2)$$

Отсюда ответ: поле для второй частицы больше в $112/27 = 4.15$ раза.



Случай точки Б.

Рассмотрим прямоугольный треугольник с вершинами А,Б и центр наночастицы 1. По теореме Пифагора, квадрат гипотенузы будет равен $4+4 = 8 r^2$. Следовательно, $\cos^2 \theta = 1/2$ (вспомним теорему о равенстве накрест-лежащих углов).

Отсюда:

$$H_1 = \frac{2m}{\mu_0 r^3 \sqrt{8}} \sqrt{1 + 3 \cdot (1/4)} = \frac{m}{\mu_0 r^3} \frac{\sqrt{7}}{32\sqrt{2}} = 0.0585 \frac{m}{\mu_0 r^3} \quad (3)$$

Для второй наночастицы квадраты гипотенузы будут равны $1+4 = 5 r^2$ и $4+9= 13 r^2$, соответственно. Таким образом, получим:

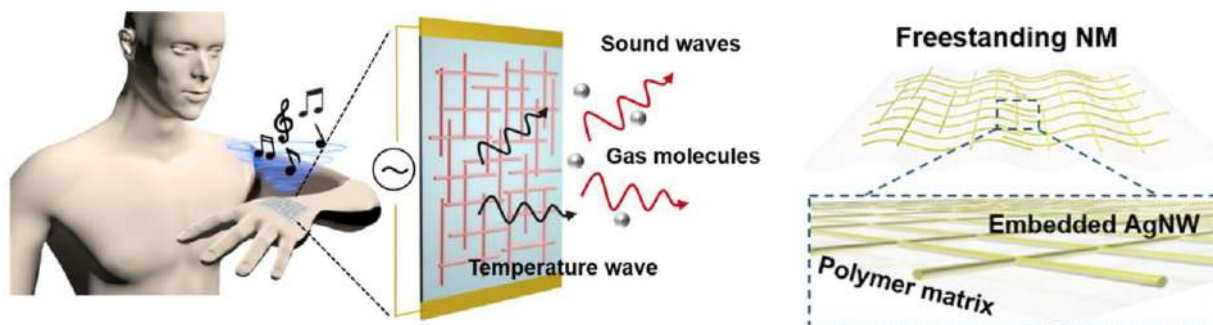
$$\begin{aligned} H_2 &= \frac{m}{\mu_0(r\sqrt{5})^3} \sqrt{1 + 3 \cdot (4/5)} + \frac{m}{\mu_0(r\sqrt{13})^3} \sqrt{1 + 3 \cdot (4/13)} \\ &= \frac{m}{\mu_0 r^3} \left(\frac{\sqrt{17}}{25} + \frac{5}{169} \right) = 0.195 \frac{m}{\mu_0 r^3} \end{aligned} \quad (4)$$

Ответ: 3.33



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 8. Нанодинамик



Корейские ученые разработали акустическую мембрану, представляющую из себя сетку пересекающихся серебряных нанонитей диаметром 10 нм в полимерной матрице. При подключении аудиосигнала мембрана воспроизводит музыку, даже будучи наклеенной на человеческое тело. К краям мембраны на расстоянии $L = 1$ см подключен источник переменного напряжения $U = 1$ В.

1. На сколько увеличится температура нанонитей при воспроизведении звука с частотой $\nu = 10$ кГц? **(8 баллов)**
2. На какую величину возрастает радиус нанонити при воспроизведении? **(2 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 8. Нанодинамик

Рассчитаем мощность, W , выделяемую в нанонити с поперечным сечением S . Согласно закону Ома:

$$W = \frac{U^2}{R}, \quad (1)$$

где R – сопротивление нанонити, которое можно выразить через удельное сопротивление серебра ρ_E :

$$R = \frac{\rho_E L}{S}. \quad (2)$$

Протекание электрического тока будет приводить к нагреву, тепловому расширению. Относительное уширение нанонити будет равно:

$$\epsilon = \frac{\Delta r}{r} \quad (3)$$

ϵ связано повышением температуры нанонити ΔT через коэффициент линейного расширения, α :

$$\alpha = \frac{\epsilon}{\Delta T} \quad (4)$$

Напишем уравнение теплового баланса для нанонити:

$$Q = W\Delta t = Cm\Delta T = C\rho_M SL\Delta T, \quad (5)$$

где m – масса нанонити, C – теплоемкость серебра, а ρ_M – его плотность, Δt – время нагрева. Последнее будем считать равным периоду акустических колебаний, т.е. величине, обратной к частоте. Отсюда получим выражение для температуры:

$$\Delta T = \frac{W\Delta t}{C\rho_M SL} = \frac{U^2}{C\rho_M L^2 \rho_E \nu}. \quad (6)$$

Возьмем следующие табличные значения для серебра:

$$\alpha = 20 \cdot 10^{-6} \text{с}^{-1} \quad (7)$$

$$\rho_E = 1.6 \Omega \text{м} \quad (8)$$

$$C = 2.35 \text{Дж/кг} \cdot \text{м}^3 \quad (9)$$

$$\rho_M = 10^4 \text{кг/м}^3 \quad (10)$$

Подставляем данные значения в формулу:

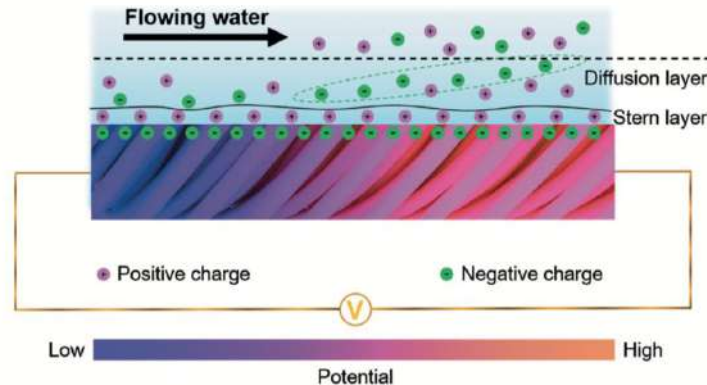
$$\Delta T = \frac{1}{2.35 \cdot 10^4 \cdot 10^{-4} \cdot 1.6 \cdot 10^4} = 26 \text{мкК} \quad (11)$$

Увеличение радиуса нанонити будет равно:

$$\Delta r = r\alpha\Delta T = 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \cdot 2.6 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-18} \text{м} \quad (12)$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 9. Кровяной наногенератор



Необычный наногенератор, способный получать энергию из кровотока, предложили китайские ученые. Генератор представляет из себя одномерную структуру из многостенных углеродных нанотрубок. Из-за наличия заряда в жидкости на поверхности структуры образуется двойной электрический слой из неподвижных катионов натрия и анионов хлора с радиусом $r = 0.2$ нм, которые могут перемещаться в тонком диффузионном слое вдоль поверхности. В момент сердечного сокращения скорость кровотока на поверхности структуры, v , достигает 1 мкм/с. Найдите разность потенциалов, U , на границах структуры из нанотрубок длиной $L = 1$ мм, если известно, что во время сердечных сокращений ионы хлора около центра структуры неподвижны. Вязкость крови, h , составляет 5 мПа·с. **(10 баллов)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 9. Кровяной наногенератор

Воспользуемся формулой Стокса для движения шара в вязкой среде:

$$F_v = 6\pi R\eta v. \quad (1)$$

Здесь F – сила вязкого трения, R – радиус шара (его также называют радиусом Стокса), v – скорость потока.

Сила вязкого трения уравновешивается кулоновской силой:

$$F_E = U q/L \quad (2)$$

Таким образом, приравнивая силы, получаем:

$$U = \frac{6\pi R\eta v L}{q} = \frac{18.8 \cdot 2 \cdot 10^{-10} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3}}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 117 \text{ мВ} \quad (3)$$



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 10. Просвечивающий электронный микроскоп

Известно, что для изучения наночастиц используют электронные микроскопы, а не оптические. Принципиальное отличие заключается в том, что анализируемые объекты облучают не сфокусированным пучком света, а высокоэнергетическими электронами, движущимися под действием ускоряющего напряжения (разности потенциалов), величину которого можно изменять в зависимости от решаемой задачи. Однако, при прохождении через вещество электроны встречают на своём пути различные препятствия в виде ядер, занимающих определённые позиции, и электронов, распределённых между ними. Первым механизмом рассеяния можно пренебречь вследствие довольно малых размеров ядер, поэтому определяющее влияние оказывает электронная плотность. Например, глубину проникновения ускоренных электронов в золото можно оценить по эмпирической формуле

$$h = \frac{E^{1,67}}{2n},$$

где h – глубина проникновения (см), E – энергия электронов (кэВ), n – модуль объёмной плотности заряда электронов (Кл/см³).

Для справки:

Плотность золота равна 19,3 г/см³. Параметр решётки составляет 4,078 Å.

1. Оцените наименьшее ускоряющее напряжение, при котором электроны смогут насквозь пройти золотую плёнку толщиной 50 мкм. **(4 балла)**
2. Определите длину волны де Бройля электронов, обладающих такой энергией. **(4 балла)**
3. Можно ли с помощью электронов, обладающих такой энергией, получить информацию о кристаллической структуре золота? Ответ обоснуйте. **(2 балла)**

Всего – 10 баллов



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 10. Просвечивающий электронный микроскоп

1. Определим число атомов золота в единице объёма:

$$a = \frac{N_A}{V_A} = \frac{N_A \cdot \rho}{M},$$

где a – число атомов золота в единице объёма ($1/\text{см}^3$), N_A – число Авогадро, ρ – плотность золота ($\text{г}/\text{см}^3$), M – атомная масса золота ($\text{г}/\text{моль}$).

Так как один атом золота содержит $Z = 79$ электронов, то их число в единице объёма равно

$$b = Z \cdot a = \frac{Z \cdot N_A \cdot \rho}{M}.$$

Тогда модуль объёмной плотности заряда электронов равен

$$n = \frac{Z \cdot N_A \cdot \rho}{M} \cdot e,$$

где e – элементарный заряд ($1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл).

Теперь можно оценить минимальную энергию электронов, которые смогли бы насквозь пройти золотую плёнку толщиной h :

$$h = \frac{M \cdot E^{1,67}}{2 \cdot Z \cdot e \cdot N_A \cdot \rho}$$

$$E = \sqrt[1,67]{\frac{2 \cdot Z \cdot e \cdot N_A \cdot \rho \cdot h}{M}}$$

Для золотой плёнки толщиной 50 мкм (то есть $5 \cdot 10^{-3}$ см) эта энергия равна

$$E = \sqrt[1,67]{\frac{2 \cdot 79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 19,3 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{197}} = 208 \text{ кэВ}$$

Используя определение электронвольта, получим ускоряющее напряжение 208 кВ.

2. С одной стороны, импульс электрона задаётся формулой

$$p = \frac{h}{\lambda},$$

где h – постоянная Планка, λ – длина волны. С другой, его можно рассчитать через энергию с учётом релятивистской поправки, так как 208 кэВ – довольно большая энергия:

$$p = \sqrt{\left(\frac{E}{c}\right)^2 + 2mE},$$

где E – энергия электрона, m – его масса, c – скорость света. Кроме того, кинетическая энергия электрона, ускоряемого разностью потенциалов, равна $E = eU$, где e – элементарный заряд, U – ускоряющее напряжение. Объединяя данные выражения, получим формулу для вычисления длины волны:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{\left(\frac{eU}{c}\right)^2 + 2meU}}$$

$$\lambda = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}}{\sqrt{\left(\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 208000 \text{ В}}{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}\right)^2 + 2 \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 208000 \text{ В}}} = 2,45 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 0,00245 \text{ нм}$$

3. Так как длина волны электронов много меньше параметра решётки, при взаимодействии таких электронов с исследуемым образцом будет происходить дифракция. Поэтому с помощью просвечивающего электронного микроскопа возможно получение информации о расположении атомов, кристаллографической ориентации плёнки, наличии протяжённых дефектов в структуре.