ФИЗИКА

Физика для школьников 7 – 11 класса (очный тур)
Решения. Вариант I

Решение задачи 1. Осаждение тонкой пленки (8 баллов)

1. При изотермическом сжатии насыщенного пара давление остается постоянным, а количество вещества уменьшается за счет конденсации. Таким образом, работу считаем, как для изобарического процесса:

$$A = p\Delta V = p(V_2 - V_1) = 34{,}5\ \text{Па}\ 10^{-3}\text{м}^3 = 34{,}5\ \text{мДж}$$

2. Для того, чтобы рассчитать толщину, найдем массу пленки через число сконденсировавшихся атомов. Для этого воспользуемся соотношением, связывающим давление и концентрацию: $p = nkT$

$$d = \frac{V}{S} = \frac{m}{\rho S} = \frac{m_{Ag}N}{\rho S} = \frac{m_{Ag}n\Delta V}{\rho S} = \frac{m_{Ag}p\Delta V}{\rho SkT}$$

$$= \frac{108 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\text{кг} \cdot 34{,}5\text{Па} \cdot 10^{-3}\text{м}^3}{10{,}5 \cdot 10^3\text{кг}/\text{м}^3 \cdot 10^{-2}\text{м}^2 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23}\text{Дж}/\text{К} \cdot 1500\text{К}} = 3\text{нм}$$

Решение задачи 2. Нанокомпозит (8 баллов)

1. Согласно закону Гука σ = Eε. Поэтому модуль Юнга можно определить по графику как тангенс угла наклона линейного участка кривой.

   Для ПДМС $\text{E}_{\text{ПДМС}} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{30\,\text{кПа}}{0{,}05} = 600\,\text{кПа} = 0{,}6\,\text{МПа}$

   Для нанокомпозита $\text{E}_{\text{НК}} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{55\,\text{кПа}}{0{,}05} = 1100\,\text{кПа} = 1{,}1\,\text{МПа}$

   Модуль Юнга нанокомпозита выше, чем у чистого полимера, так как нанотрубки, включённые в его структуру, препятствуют движению полимерных цепей.

2. Относительное удлинение, равное 9%, соответствует участку неупругих (пластических) деформаций, которые являются необратимыми. Поэтому такой композит уже не сможет принять первоначальную форму.

Решение задачи 3. Заряженные нанолекарства (8 баллов)

Согласно формуле для потенциала точечного заряда получим, для случая А:

$$\phi_A = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{3r}\right) = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\frac{4}{3r} = 1.33\left(\frac{-1}{4\pi\epsilon_0 r}\right) \quad (1)$$

Для случая Б:

$$\phi_B = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r\sqrt{2}} + \frac{1}{r\sqrt{2}}\right) = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\sqrt{2}}{r} = 1.41\left(\frac{-1}{4\pi\epsilon_0 r}\right) \qquad (2)$$

Следовательно, энергия меньше в случае Б, и это расположение более вероятно.

Решение задачи 4. Прозрачная нанопленка (8 баллов)

1. Толщину тонких пленок можно определить по периоду интерференционной картины с использованием условия максимума для прошедшего света при его нормальном падении:

   $$2dn = m\lambda,$$

   где d – толщина пленки, n – ее показатель преломления, m – порядок интерференции, λ – длина волны света.

   Чем тоньше пленка, тем более короткие волны нужно использовать для наблюдения интерференционной картины и определения из нее толщины пленки, что и обуславливает переход от ИК к видимому диапазону спектра при уменьшении толщины исследуемой пленки.

2. Спектр пропускания пленки содержит 3 максимума (~ 643 нм, 715 нм, 818 нм), в то время как для определения толщины достаточно использовать любую соседнюю пару из них, учитывая, что порядок интерференции меняется при этом на 1:

   $$2dn = m\lambda_1$$
   $$2dn = (m+1)\,\lambda_2$$

   Исключая из этой системы неизвестный параметр m, получаем формулу для определения толщины пленки по соседним максимумам интерференции:

   $$d = \frac{1}{2\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)n}$$

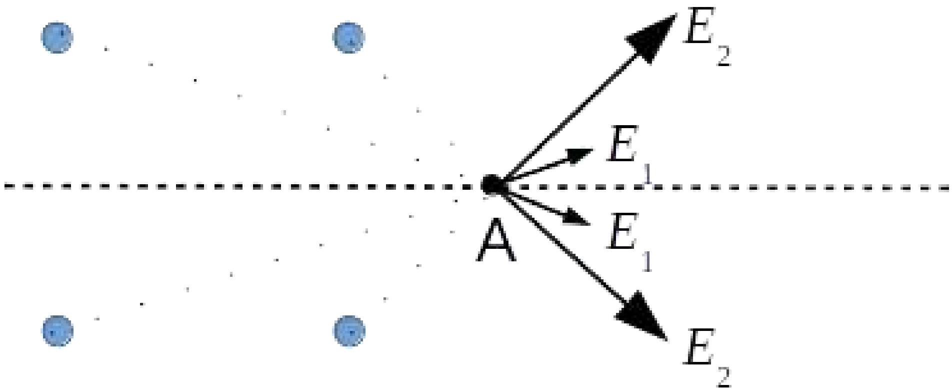
   Так, для пары «левых» $\lambda_1 = 643$ нм и $\lambda_2 = 715$ нм получаем $d_1 \approx 798$ нм, а для пары «правых» максимумов $\lambda_1 = 715$ нм и $\lambda_2 = 818$ нм – $d_2 \approx 710$ нм. Среднее значение $d_{ср} = (d_1 + d_2)/2 \approx 754$ нм можно использовать в качестве оценки толщины пленки.

3. Учитывая, что рассчитанная толщина пленки d_2 оказалась заметно меньше, чем d_1, можно предположить, что в действительности показатель преломления не является постоянной величиной, а зависит от длины волны. Действительно, в случае уменьшения показателя преломления с ростом длины волны значение d_2 будет увеличиваться и приближаться таким образом к значению d_1, так как оба этих значения относятся к одной и той же пленке и должны совпадать.

Решение задачи 5. Квантовые точки (8 баллов)

Из рисунка следует, что размер квантовой точки *d* ≈ 5 нм. Так как *a*>>*d* размера квантовой точки, то можно считать заряды точечными. Напряженность, создаваемая точечным зарядом: $E = \frac{\Delta q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}$.

Вклад от 2-х дальних зарядов $2E_1 \cdot \cos\alpha_1$, а 2-х ближних $2E_2 \cdot \cos\alpha_2$, где $E_1 = \frac{\Delta q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1^2}$, а $E_2 = \frac{\Delta q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_2^2}$



$$cos(\alpha_1) = \frac{a + \frac{a}{2}}{\sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$cos(\alpha_2) = \frac{\frac{a}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Суммарная напряженность будет иметь проекцию только на горизонтальную ось из-за симметрии задачи.

$$E_{\text{суммар}} = 2(E_{1x} + E_{2x}) = \frac{2q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a^2} \cdot \left(\sqrt{2} + \frac{6}{5\sqrt{10}}\right) \approx 2{,}6 \cdot 10^5\ \text{В/м}$$

Решение задачи 6. Предел прочности нанотрубки (20 баллов)

1. Так как химическая связь представляет собой состояние с наименьшей энергией, то длине и энергии связи должны соответствовать координаты точки минимума функции U(r). Тогда, согласно рисунку, расстояние между соседними атомами углерода равно примерно 0,14 нм, а энергия связи C–C равна 5,3 эВ.

2. Если растягивающая сила прикладывается к нанотрубке типа «зигзаг» вдоль её оси, то максимальное растяжение испытывают n связей, количество которых можно определить из геометрических соображений. Для любой нанотрубки длина окружности поперечного сечения равна вектору хиральности.

Поэтому $C = \pi d$, где C – вектор хиральности (м), d – диаметр нанотрубки (м). Так как вектор хиральности для произвольной нанотрубки задаётся выражением

$$C = \sqrt{3} \cdot r \cdot \sqrt{n^2 + nm + m^2},$$

то для нанотрубки типа «зигзаг» $C = \sqrt{3} \cdot r \cdot \sqrt{n^2 + n \cdot 0 + 0^2} = \sqrt{3} \cdot r \cdot n$, где r – длина связи C–C (м).

Таким образом, $\pi d = \sqrt{3} \cdot r \cdot n$

$$n = \frac{\pi d}{\sqrt{3} \cdot r} = \frac{3{,}14 \cdot 2\,\text{нм}}{\sqrt{3} \cdot 0{,}14\,\text{нм}} = 26.$$

3. Предел прочности на разрыв можно оценить как отношение наименьшей силы, достаточной для разрушения n связей C–C, к площади поперечного сечения нанотрубки:

$$\sigma_{max} = \frac{F_n}{S} = \frac{F \cdot n}{\pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{6{,}1 \cdot 10^{-9}\,\text{Н} \cdot 26}{3{,}14 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^{-9}\,\text{м}}{2}\right)^2} = \frac{6{,}1 \cdot 10^{-9}\,\text{Н} \cdot 26}{3{,}14 \cdot 10^{-18}\,\text{м}^2} = 50\,\text{ГПа}$$

Решение задачи 7. Дифракция на атомах в наночастице (20 баллов)

Найдем угол рентгеновской дифракции по формуле Вульфа-Брэгга, с учетом того, что речь идет о максимуме первого порядка:

$$2d \sin\theta = n\lambda = \lambda \tag{3}$$

Отсюда синус равен 0.5, т.е. угол равен 30°. Тогда по формуле получаем уширения для рентгеновской линии:

$$\beta = \frac{K\lambda}{D\cos\theta} = \frac{0{,}9 \cdot 1{,}5}{0{,}866 \cdot 50} = 0{,}031\,\text{радиан} = 1{,}7° \tag{4}$$

Найдем длину волны электрона из его энергии:

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^5 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 6.2 \cdot 10^{-12}\text{м} = 0.062A. \tag{5}$$

Теперь найдем уширение линии. Однако важно отметить, что угол дифракции будет примерно в 50 раз меньше для того же рефлекса. Следовательно его косинус близок к 1. Отсюда:

$$\beta = \frac{K\lambda}{D} = \frac{0{,}9 \cdot 0{,}062}{50} = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\,\text{радиан} \tag{6}$$

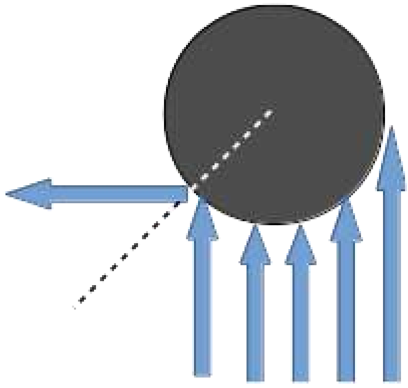
Решение задачи 8. Левитация наночастиц (20 баллов)

Для куба: Условие равновесия определяется равенством по модулю силы тяжести и силы давления света (возникающей в результате бомбардировки фотонами поверхности): $mg = F_{света}$.

По второму закону Ньютона $\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$. Интенсивность $I = nh\nu$, где n — число фотонов в единицу времени через единичную площадь. Импульс фотона: $p = \frac{IS\Delta t}{c}$.

$$\rho a^2 ag = \frac{2nh\nu a^2}{c} I = nh\nu = \frac{\rho agc}{2} \approx 7{,}3 \cdot 10^5\ \text{Вт/м}^2$$

Для стержня: Рассуждения аналогичны, только расчет силы давления сложнее из-за искривленной поверхности. Выберем некое радиальное направление (пунктир на рисунке). Найдем проекцию изменения импульса на это направление и проинтегрируем по всем таким направлениям в нижней (облучаемой) половине стержня, т.е от -π/2 до + π/2.



$$\Delta p = \int dp = \int \left(\Delta p cos(\theta)\right) dS$$

Приравняем силы:

$$\rho\pi r^2 lg = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2nh\nu lrd\theta}{c} cos^2(\theta)$$

Интенсивность оказывается такой же (!), как для куба:

$$I = nh\nu = \rho rgc = \frac{\rho agc}{2} \approx 7{,}3 \cdot 10^5\ \text{Вт/м}^2$$