

Физика

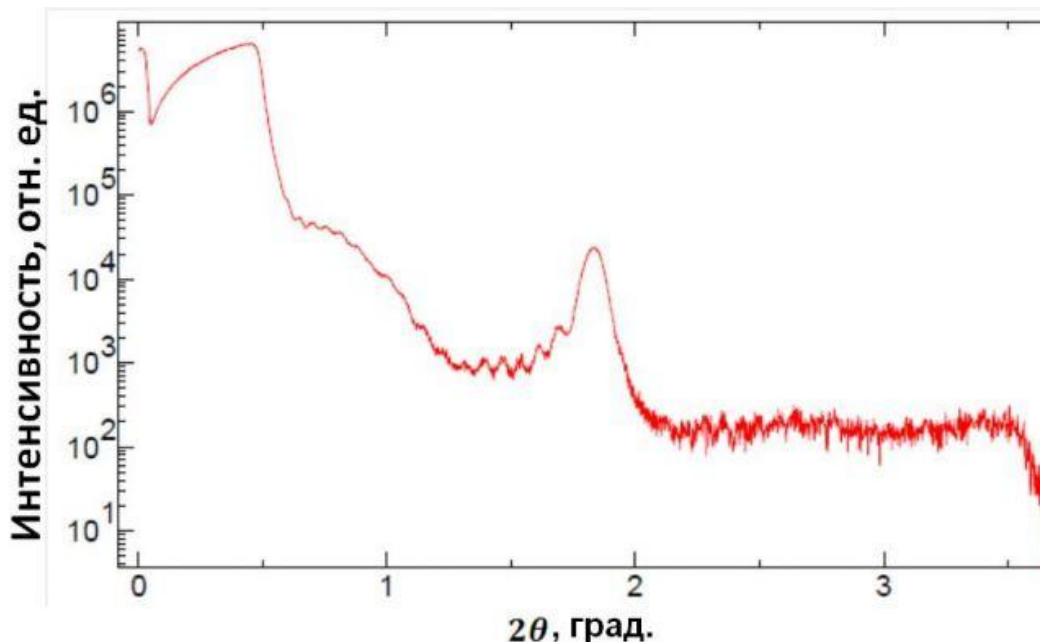
Задача 1. Давление света на наночастицу



Как известно, первые опыты по измерению светового давления были осуществлены П.Н.Лебедевым в 1899 году с использованием крутильных весов. Какое среднее давление $P_{\text{ср}}$ оказывает монохроматический свет с интенсивностью $I = 1 \text{ Вт/см}^2$ на наночастицу диаметром $d = 5 \text{ нм}$, если его эффективное сечение поглощения составляет $\sigma = 10^{-14} \text{ см}^2$? (5 баллов).

Во сколько раз k это давление отличается от давления света той же интенсивности на идеально зеркальную поверхность при его нормальном падении? (2 балла).

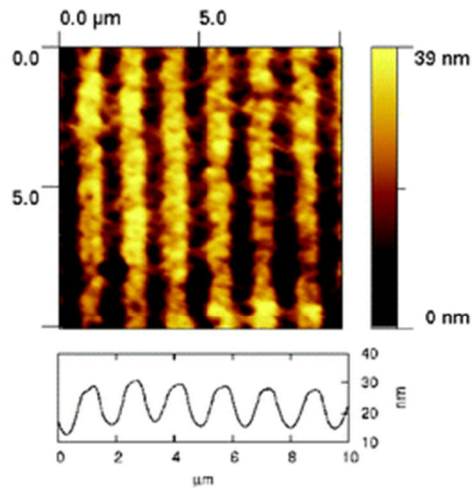
Задача 2. Дифракция рентгеновских лучей на многослойной пленке



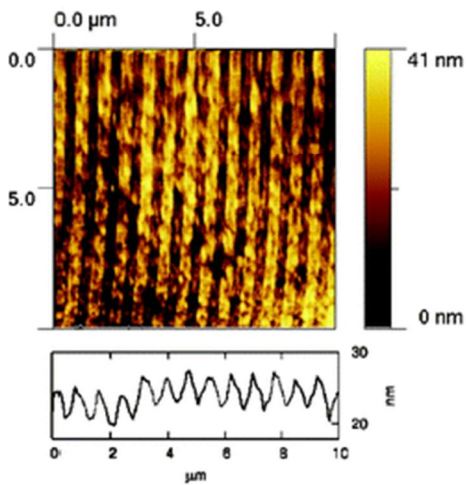
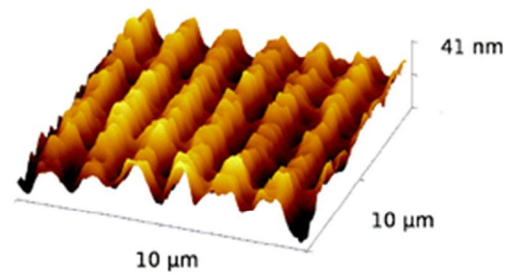
На рисунке приведена картина дифракции рентгеновских лучей от многослойной пленки, осажденной на подложку, причем известно, что при осаждении чередовались слои двух различных составов. Длина волны рентгеновских лучей составляла 1.54 \AA , а по оси x отложен удвоенный брэгговский угол 2θ . Какую информацию о пленке можно извлечь из представленного скана? (3 балла).

Пользуясь графиком, оцените основные параметры пленки в нанометрах (7 баллов).

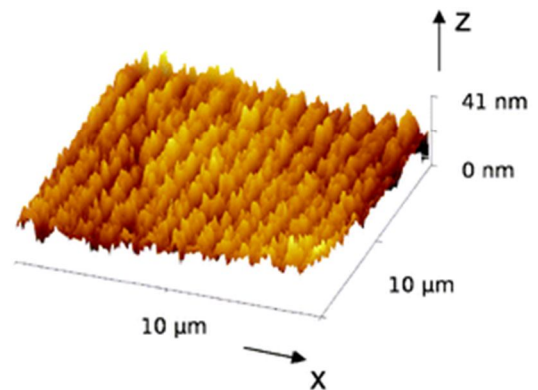
Задача 3. Нанорельеф



CD



DVD



На изображении представлены результаты исследования поверхности компакт диска (CD) и DVD методом атомно-силовой микроскопии. По данным этих исследований определите расстояние между дорожками и глубину (**1 балл**).

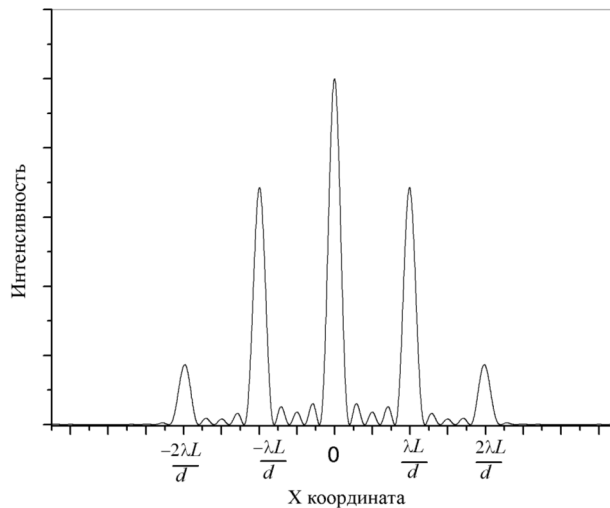
Какую картину будет наблюдать ученик в отраженном свете на экране, если он посветит на поверхность дисков лазерной указкой? Угол падения считайте близким к 0, длина волны излучения $\lambda = 630$ нм. Расстояние от диска до экрана 1 м. Схематически изобразите зависимость интенсивности от координаты (**5 баллов**).

Решение:

CD: Расстояние между дорожками определяем из графика профиля поверхности CD:

$$d_1 = (8-2)/4 = 1,5 \text{ мкм}$$

Глубина дорожек: $\Delta h \approx 10$ нм.



CD и DVD диски представляют из себя дифракционные решетки с периодами d_1 и d_2 . Условие наблюдения главных максимумов: $d \sin(\varphi) = m \lambda$, где d период решетки, φ — угол наблюдения, m — порядок максимума, λ — длина волны. Поскольку синус не может быть больше 1, то в случае CD диска максимальное число пиков равно 5 (по 2 пика 1 и 2 порядка и 1 нулевого).

Расстояние от центрального максимума можно выразить как:

$$X = L \sin(\varphi) = (m \lambda L) / d$$

Для 1 пика $X = \lambda L / d = 0,63 \text{ мкм} \cdot 1 \text{ м} / 1,5 \text{ мкм} = 0,42 \text{ м}$, для второго $X = 2 \lambda L / d = 0,84 \text{ м}$

Более точная формула:

$$X = L \operatorname{tg}(\varphi) = L \frac{m \lambda}{\sqrt{d^2 - (m \lambda)^2}},$$

которая для пика 1-ого порядка дает:

$$X = L \frac{\lambda}{\sqrt{d^2 - \lambda^2}} \approx 0,46 \text{ м},$$

для 2-ого:

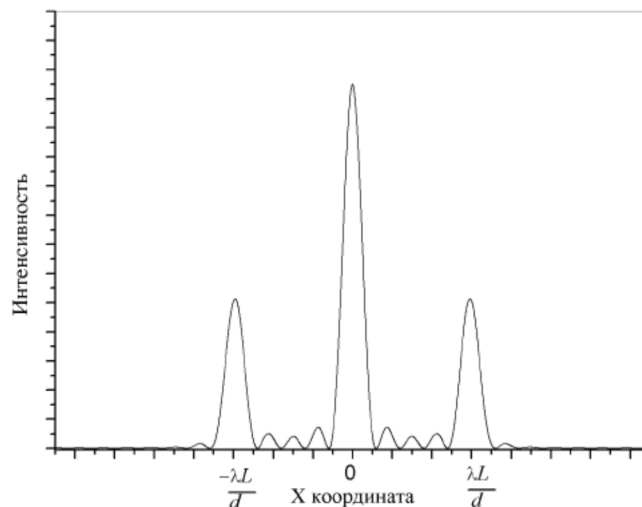
$$X = L \frac{2 \lambda}{\sqrt{d^2 - (2 \lambda)^2}} \approx 1,54 \text{ м}.$$

DVD: $d_2 = (9-2)/8 = 7/8 = 0,875 \text{ мкм}$ Глубина дорожек: $\Delta h \approx 5 \text{ нм}$ Поскольку период меньше, то отношение λ/d становится близким к 1. С трудом можно наблюдать главные максимумы 1-ого порядка. Всего 3 (центральный + 2).

Для пика от DVD $X = \lambda L / d = 0,63 \text{ мкм} \cdot 1 \text{ м} / 0,875 \text{ мкм} = 0,72 \text{ м}$

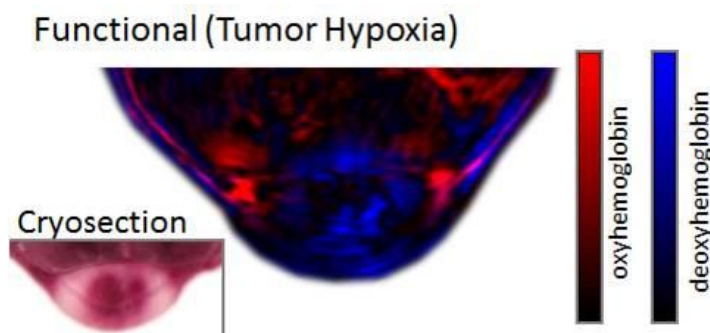
Точное выражение:

$$X = L \frac{\lambda}{\sqrt{d^2 - \lambda^2}} \approx 1,03 \text{ м}$$



Задача 4. Оптоакустическая спектроскопия

Современный метод оптоакустической спектроскопии позволяет определить состав некоторых жидкостей (например, крови), опираясь на спектральные отличия оптического поглощения компонентов. В частности, отличие спектров поглощения гемоглобина (белка, переносящего кислород в организме) в окисленной и неокисленной форме позволяет рассчитать концентрацию кислорода в крови без вмешательства в организм пациента (см. рис.) Метод использует эффект теплового расширения тел, которые эффективно поглощают свет, что, в свою очередь, приводит к испусканию ультразвуковой волны, если интенсивность света изменяется по периодическому закону (т. е. свет «модулирован»). Измеряя интенсивность ультразвука в разных точках при помощи матрицы микрофонов, учёные восстанавливают 3D-изображение биологических объектов.



Томографическое изображение распределения кислорода в раковой опухоли. Красный — окисленный гемоглобин, синий — неокисленный. В углу — фотография самой опухоли. (Radiology, 2012)

Юная изобретательница Даниэла разработала новое контрастное вещество, которое представляет из себя наночастицы с высоким показателем поглощения света $\alpha = 100 \text{ см}^{-1}$ и плотностью 2 г/см^3 . Она приготовила водную суспензию наночастиц с концентрацией $C_{\text{НР}} = 1 \text{ г/л}$ и направила на неё источник световых прямоугольных импульсов с интенсивностью $I_0 = 1 \text{ кВт/м}^2$, частотой $f = 1 \text{ МГц}$ и скважностью 2 (так называемые, меандры).

1. Найдите звуковое давление ультразвуковой волны (**10 баллов**). Сжимаемость воды принять равной $5 \times 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$, а коэффициент объёмного расширения воды $1.5 \times 10^{-4} \text{ К}^{-1}$.
2. Насколько отличается уровень давления звука, испускаемого суспензией, от звука разговора Даниэлы и её научного руководителя (50 дБ) (**4 балла**)?

Решение:

Предположим, что кювета с образцом много тоньше характерной длины поглощения света суспензией. Тогда интенсивность поглощения I в слое толщиной L будет равно:

$$I = \alpha \gamma I_0 L \quad (1)$$

Где γ — объёмная доля наночастиц в суспензии. Далее находим мощность W выделяемую в объёме V :

$$W = \alpha \gamma I_0 V \quad (2)$$

Теперь найдём скорость нагрева жидкости. Для этого мощность поделим на теплоёмкость воды $C_0 = 4,2 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$:

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{\alpha \gamma I_0}{C_0 \rho_w} \quad (3)$$

Здесь учтена плотность воды. Посчитаем абсолютный нагрев за один период (для простоты положим, что нагрев осуществляется импульсами, равными половине периода):

$$\Delta T = \frac{\alpha \gamma I_0}{C_0 \rho_w \cdot 2 \cdot f} \quad (4)$$

Теперь нужно перейти от изменения температуры к изменению давления. Для этого запишем выражения для коэффициента сжимаемости жидкости:

$$\beta_p = \frac{-dV}{V} \frac{1}{dP} \quad (5)$$

И для коэффициента теплового расширения:

$$\beta_T = \frac{-dV}{V} \frac{1}{dT} \quad (6)$$

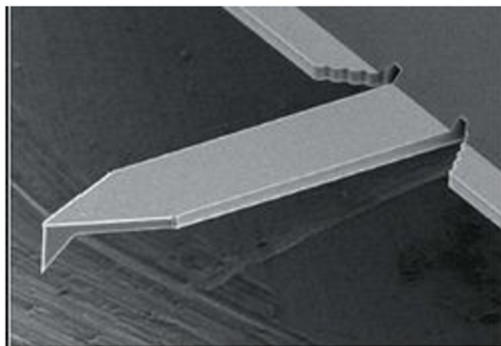
Учитывая оба коэффициента, получаем выражение для давления:

$$\Delta P = \frac{\beta_T}{\beta_p} \frac{\alpha \gamma I_0}{C_0 \rho_w \cdot 2 \cdot f} = \frac{1.5 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-10}} \frac{10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \cdot 1}{4200 \cdot 2 \cdot 10^6} = 180 \text{ мкПа} \quad (7)$$

Что соответствует примерно 10 дБ, т. к. это в 10 раз больше опорного давления 20 мкПа, которое соответствует 0 дБ. Таким образом, разница в уровнях звукового давления составит 40 дБ.

Задача 5. Потенциал взаимодействия

В атомно-силовой микроскопии (АСМ) используют зондовые датчики, которые представляют собой упругую консоль с острым зондом на конце.



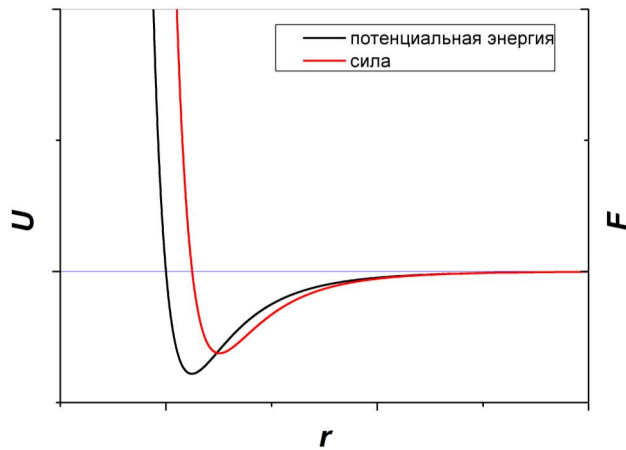
Можно считать, что энергия взаимодействия зонда с поверхностью описывается функцией

$$U(r) = U_0 \left(-\left(\frac{a}{r}\right)^6 + \left(\frac{\sqrt{2}a}{r}\right)^{12} \right)$$

где r – расстояние до поверхности.

1. Представьте графически зависимость потенциальной энергии от расстояния. **(1 балл)**
2. Известно, что минимум потенциальной энергии достигается при $r_{min} = 1 \text{ \AA}$. Найдите a . **(2 балла)**
3. Найдите минимальное значение потенциальной энергии, если известно, что максимальная сила притяжения, действующая между зондом и поверхностью, $F_{max} = 10^{-9} \text{ Н}$. **(5 баллов)**.

Решение:



$$U(r) = U_0 \left(-\left(\frac{a}{r}\right)^6 + \left(\frac{\sqrt{2}a}{r}\right)^{12} \right)$$

Потенциальная сила связана с потенциальной энергией выражением: $\vec{F} = -\text{grad}U$

$$F_r(r) = -\frac{\partial U}{\partial r} = -U_0 \left(\left(\frac{6a^6}{r^7}\right) - \left(\frac{12(\sqrt{2}a)^{12}}{r^{13}}\right) \right)$$

Экстремум этой функции можно найти посчитав производную $F_r(r)$.

$$\frac{\partial F_r}{\partial r} = -U_0 \left(-\left(\frac{42a^6}{r^8}\right) + \left(\frac{156(\sqrt{2}a)^{12}}{r^{14}}\right) \right)$$

Минимум потенциальной энергии достигается при

$$\frac{-\partial U}{\partial r} = 0,$$

откуда можно выразить расстояние при котором минимальна потенциальная энергия, а сила равна 0. Изэтого условия получаем:

$$r_{\min} = \sqrt[6]{2} \cdot 2a \quad . \quad a = \frac{r_{\min}}{\sqrt[6]{2} \cdot 2} \approx 0,45 \text{ \AA}$$

Максимальная сила притяжения при

$$\frac{\partial F_r}{\partial r} = 0$$

Это условие позволяет выразить расстояние при котором сила притяжения максимальна

$$r_{\max F} = \sqrt[6]{\frac{13}{7}} \cdot r_{\min} = \sqrt[6]{\frac{26}{7}} \cdot 2a$$

Подставляя это значение в выражение для $F_r(r)$ получаем U_0 .

$$U_0 = \frac{-F_{\max}}{\left(\frac{6a^6}{r_{\max F}^7}\right) - \frac{12(\sqrt{2}a)^{12}}{r_{\max F}^{13}}} = \frac{-13}{36} \left(\frac{26}{7}\right)^{\frac{7}{6}} 2^7 \cdot F_{\max} a \approx 9,6 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$$

Следует иметь ввиду, что сила притяжения имеет отрицательную проекцию на радиус-вектор, поэтому U_0 величина положительная.

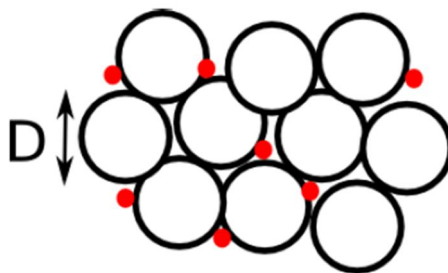
Теперь можно выразить значение минимальной потенциальной энергии:

$$U_{min} = U_0 \left(- \left(\frac{a}{r_{min}} \right)^6 + \left(\frac{\sqrt{2}a}{r_{min}} \right)^{12} \right) = \frac{U_0}{2^7} \left(-1 + \frac{1}{2} \right) \approx \frac{13}{72} \left(\frac{26}{7} \right)^{\frac{7}{6}} \cdot F_{max} \cdot a = \frac{169}{504} \sqrt[6]{\frac{13}{7}} r_{min} \cdot F_{max}$$

$$U_{min} \approx -3,8 \cdot 10^{-20} \text{ Дж} \approx -0,23 \text{ эВ}$$

Задача 6. Нанорубины

Любительницы ювелирных украшений особенно ценят рубины – драгоценные камни, представляющие собой кристаллы корунда (Al_2O_3) с примесью хрома (Cr), который и придаёт характерную красную окраску минералу.



Российские учёные предложили новый способ формирования рубинов. Сначала они осадили нанокристаллы Al_2O_3 диаметра D на подложку, получив тем самым плотный, но пористый наноструктурированный слой (пористость образца P составила 50%). Затем они применили метод атомно-слоевого осаждения хрома из газовой фазы. Преимуществом данного метода является исключительная точность нанесения покрытия, он позволяет наносить покрытия толщиной от 10 пикометров (при этом расстояние между атомами в корунде — 0.5 нм). Исследователи получили искусственный «пористый рубин» такого же цвета, как и природный образец, в котором концентрация атомов хрома составляла 1%.

1. Рассчитайте диаметр нанокристаллов, если известно, что покрытие поверхности атомами хрома составило 5% от монослоя **(6 баллов)**.
2. Рассчитайте площадь удельной поверхности материала в $\text{м}^2/\text{см}^3$ **(2 балла)**.
3. Какие оптические свойства «пористого рубина» изменятся, если поры заполнить водой **(1 балл)**?
4. Как можно интерпретировать покрытие поверхности кристалла слоем в 10 пикометров **(1 балл)**?

Для простоты решётку корунда можно считать кубической с одним атомом в элементарной ячейке.

Решение:

Рассчитаем сначала поверхность образца в единице объёма. Объём одного нанокристалла $\rho D^3/6$. Поскольку пористость 50%, то на один нанокристалл приходится объём $\rho D^3/3$. При этом площадь нанокристалла ρD^2 . Отсюда, удельная площадь поверхности S равна: $3/D$. Количество приповерхностных атомов $3/D/s$, где $s = 0.25 \text{ нм}^2$. Тогда концентрация атомов

хрома равна $(0.05 \cdot 3)/(D \cdot s)$, которая с другой стороны равна $0.01/s/a$, где $a = 0.5$ нм — межатомное расстояние. Отсюда находим $D = a \cdot 0.05 \cdot 3 / 0.01 = 7.5$ нм.

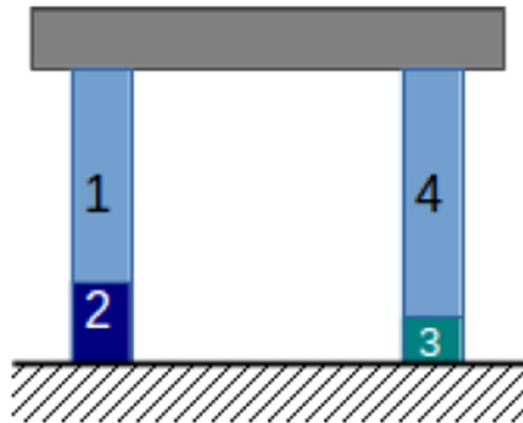
Удельная площадь поверхности в этом случае будет равна: $3 / D = 0.5 \cdot 10^9 \text{ м}^{-1} = 500 \text{ м}^2/\text{см}^3$.

При наполнении пор водой увеличится показатель преломления материала.

Если толщина покрытия меньше межатомного расстояния, то считается, что покрыта только часть монослоя, пропорциональная их отношению.

Задача 7. Тепловое расширение

Хорошо известно, что при нагревании тела расширяются. Оказывается, что это свойство тел представляет большую сложность при конструировании зондовых микроскопов. Оцените, на сколько увеличится длина алюминиевого стержня, при увеличении температуры на 1°C (**2 балла**). Длина стержня при 0°C равна 1 см.



В мастерской по ремонту зондовых микроскопов столкнулись со следующей задачей: подобрать материал с нужным коэффициентом теплового расширения. Дело в том, что для столика микроскопа нужно изготовить две подставки в виде цилиндрических стержней, но для компенсации тепловых расширений стержни делают не монолитными, а составляют из 2-х стержней одинакового сечения, необходимой длины. Для левой подставки взяли стержень длины l_1 , с коэффициентом теплового расширения α_1 , а вторую часть – из материала с коэффициентом теплового расширения α_2 и длины l_2 . Для правой подставки стержня с коэффициентом теплового расширения α_1 , такой же длины, как слева, не оказалось, но нашёлся длины l_4 . С каким коэффициентом теплового расширения α_3 нужно подобрать материал для правой подставки, чтобы при любом нагреве подставка микроскопа оставалась горизонтальной? (**6 баллов**). При 0°C высота левой и правой подставок одинаковы.

Решение:

Для алюминиевого стержня получаем: $\Delta l = l_0 \alpha_{\text{алюм}} \Delta t = 10^{-2} \text{ м} \cdot 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1} \cdot 1 \text{ К} = 220 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 220 \text{ нм}$

Удлинение стержней: $l_1 = l_{01}(1 + \alpha_1 \Delta t)$, $l_2 = l_{02}(1 + \alpha_2 \Delta t)$, $l_3 = l_{03}(1 + \alpha_3 \Delta t)$

По условию сумма длин 1 и 2 равна сумме длин 3 и 4 при любом изменении t :

$$l_{01}(1+\alpha_1\Delta t)+l_{02}(1+\alpha_2\Delta t)=l_{03}(1+\alpha_3\Delta t)+l_{04}(1+\alpha_1\Delta t)$$

$$l_{01}+l_{01}\cdot\alpha_1\Delta t+l_{02}+l_{02}\cdot\alpha_2\Delta t=l_{03}+l_{03}\cdot\alpha_3\Delta t+l_{04}+l_{04}\cdot\alpha_1\Delta t, \text{ т. к. } l_{01}+l_{02}=l_{03}+l_{04}, \text{ то}$$

$$l_{01}\cdot\alpha_1+l_{02}\cdot\alpha_2=l_{03}\cdot\alpha_3+l_{04}\cdot\alpha_1, \text{ с учётом } l_{01}=l-l_{02}, \text{ а}$$

$$l_{04}=l-l_{03}, \text{ где } l \text{ суммарная исходная длина при } 0^\circ \text{ С.}$$

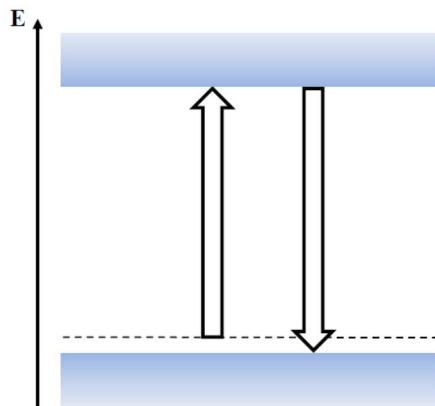
$$\text{Окончательно получаем: } l_{02}\cdot(\alpha_2-\alpha_1)=l_{03}\cdot(\alpha_3-\alpha_1)$$

$$\alpha_3 = l_{02} / l_{03} \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) + \alpha_1$$

$$\text{Можно } \alpha_3 = ((l_{01} - l_{04}) \cdot \alpha_1 + l_{02} \cdot \alpha_2) / l_{03}$$

Задача 8. Лазерное антистоксовое охлаждение

Неупругое рассеяние лазерного излучения веществом может быть использовано для его охлаждения – этот метод получил название лазерного антистоксового охлаждения. Метод основан на том, что поглощаемые и испускаемые затем фотоны имеют различную энергию.



За какое время Δt нанокристалл кремния радиусом $r = 25$ нм охладится на $\Delta T = 1^\circ$ под воздействием направленных на него встречных лучей лазера с длиной волны $\lambda = 325$ нм и суммарной интенсивностью $I = 41$ Вт/см², если известно, что энергия оптического фонона в кремнии $E_{\text{фон}} = 65$ мэВ. Считать, что вероятность поглощения фотонов нанокристаллами составляет $p = 0.1$ % и процесс происходит при температуре, близкой к комнатной (7 баллов).

Решение:

Суть метода в том, что энергия поглощенного фотона оказывается меньше энергии испущенного на величину, равную энергии кванта тепловых колебаний – фононов. Посчитаем число поглощенных нанокристаллом кремния фотонов света за время Δt :

$$n = \frac{p}{100} \frac{IS\Delta t\lambda}{hc}$$

где $S = \pi r^2$ – площадь поперечного сечения нанокристалла, c – скорость света, h – постоянная Планка. В результате поглощения каждого фотона и последующего испускания кванта света

с большей энергией от нанокристалла будет отбираться энергия $E_{\text{фон}}$, следовательно, полное уменьшение энергии за время Δt составит:

$$\Delta E_1 = nE_{\text{фон}}$$

При комнатной температуре справедливо выражение, связывающее суммарную энергию атомов в твердом теле и его температуру (k_B – постоянная Больцмана):

$$E = 3N k_B T$$

где N – число атомов вещества, которое можно определить по формуле: $N = N_A (m/M)$

где $m = V \cdot \rho = 4/3 \pi r^3 \rho$ – масса нанокристалла (плотность кремния $\rho = 2330$ кг/м³), N_A – число Авогадро и $M \approx 0,028$ кг/моль – молярная масса кремния.

Отсюда изменение энергии при уменьшении температуры на $\Delta T = 1^\circ$:

$$\Delta E_2 = 3N k_B T = 3N_A N_A (m/M) k_B \Delta T$$

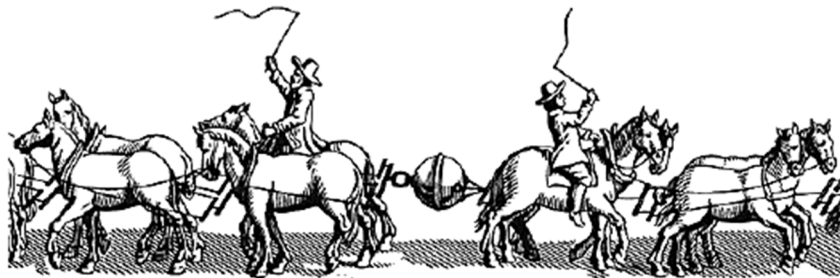
Приравнивая потери энергии ΔE_1 и ΔE_2 :

$$\frac{\rho}{100} \frac{I \pi r^2 \Delta t \lambda}{hc} E_{\text{фон}} = 3N_A \frac{m}{M} k_B \Delta T$$

Окончательно для времени имеем (учитывая, что $1 \text{ эВ} \approx 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж, а $N_A k_B = R = 8,31$ Дж/моль·К):

$$\Delta t = R \frac{4r\rho}{M} \Delta T \frac{hc}{I\lambda} \frac{100}{\rho E_{\text{фон}}} \approx 10^{-2} \text{ с} = 10 \text{ мс}$$

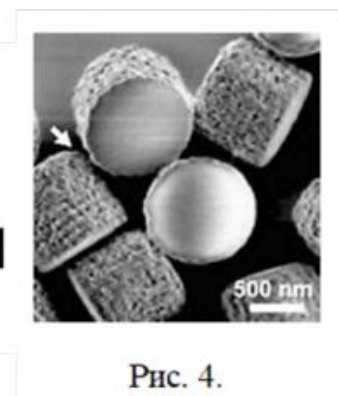
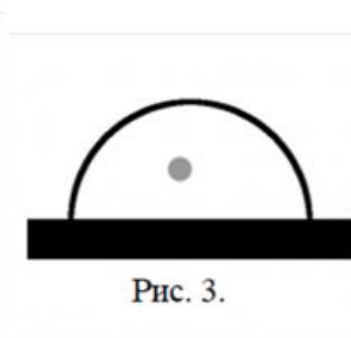
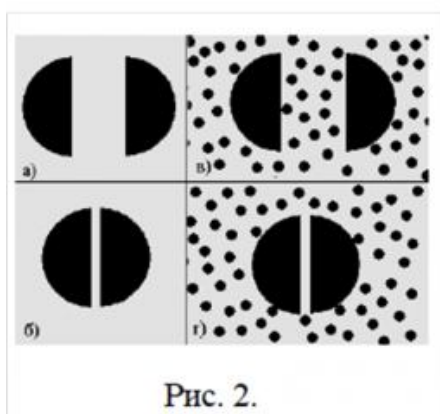
Задача 9. Некомпенсированная сила



1. Какой физический эксперимент изображен на заглавном рисунке? Оцените силу, возникающую в таком опыте между полусферами радиусом $r = 1$ мкм в атмосфере Марса ($p = 1$ кПа, почти в 100 раз меньше земного). (1 балл)

Рассмотрим два покоящихся монолитных полушария радиусом $r = 1$ мкм, которые погружены в растворитель и находятся на некотором переменном расстоянии x (порядка 3 - 50 нм) друг от друга (рис. 2).

Если в раствор добавить наночастицы радиусом 3 нм, то между полушариями может дополнительно возникнуть некоторая сила.



2. При каких расстояниях между полушариями она возникает? Будут ли полушария при этом притягиваться или отталкиваться? Почему эта сила тоже относится к некомпенсированным? Ответы поясните с точки зрения молекулярно-кинетической теории. **(2.5 балла)**

3. Оцените величину этой силы, если концентрация добавленных наночастиц составляет $4 \cdot 10^{-4}$ моль/л. **(2.5 балла)** Опишите несколько способов, как такую некомпенсированную силу можно измерить напрямую. **(1 балл)**

4. Частицу полистирола радиусом $r_{ps1} = 250$ нм помещают в каплю жидкости ($\rho_l = \rho_{ps}$), имеющую вид полусферы с $d_l = 5$ мкм **(рис. 3.)**. Затем в эту же каплю добавляют наночастицы полистирола $d_{ps2} = 50$ нм. Опишите, что будет наблюдаться в микроскоп до добавления второго типа полистирольных частиц и после этого. **(2 балла)**

5. Опишите изменения, которые будут происходить в суспензии наноструктурированных микрочастиц **(рис. 4)**, если к ним добавить полимер с размером частиц около 3 нм. **(1.5 балла)** Поясните, зачем понадобилось делать гладкие торцы частиц и наноструктурированную боковую поверхность? **(1.5 балла)**

6. Вкратце напишите, где еще мы можем найти подобные явления и как их можно использовать. **(2 балла)**

Решение:

1. Какой физический эксперимент изображен на главном рисунке? Оцените силу, возникающую в таком опыте между полусферами радиусом $r = 1$ мкм в атмосфере Марса ($p = 1$ кПа, почти в 100 раз меньше земного). **(1 балл)**

На рисунке изображен Магдебургский эксперимент, проведенный немецким физиком Отто фон Герике для наглядной демонстрации концепции атмосферного давления. Сила, которую необходимо приложить, чтобы разъединить полусферы, составляет (S – площадь сечения полусферы, ΔP – разность давлений, считаем $\Delta P = P$)

$$F_M = S \Delta P = \pi r^2 \Delta P = 1000 \cdot 3,14 \cdot (1 \cdot 10^{-6})^2 = 3,14 \cdot 10^{-9} \text{ Н.}$$

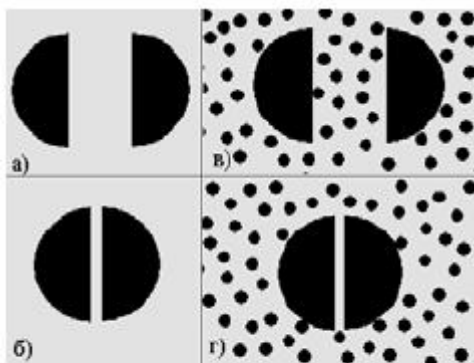


Рис. 2.

Многие участники допускали ошибку, полагая площадью суммарную площадь полусфер, в то время как «не компенсируется» только сила давления, приходящаяся на площадь сечения полусферы.

2. При каких расстояниях между полушариями она возникает? Будут ли полушария при этом притягиваться или отталкиваться? Почему эта сила тоже относится к некомпенсированным? Ответы поясните с точки зрения молекулярно-кинетической теории. (2.5 балла)

Рис. 2 призван показать (по аналогии с Магдебургским экспериментом) как между большими частицами в присутствии маленьких может возникать особая физическая сила притяжения, называемая силой обеднения, которая чрезвычайно важна для понимания многих процессов в биологии и физике микросистем. На рис. 2в усредненный по времени импульс, передаваемый каждому полушарию наночастицами, находящимися в тепловом движении, будет равен нулю. На рисунке 2г наночастицы уже не могут проникать в зазор между полушариями (соответственно, Рис. 2. сталкиваться с плоскими поверхностями полушарий и сообщать им импульс), следовательно, аналогично Магдебургскому эксперименту, возникает (дополнительная по сравнению с рис. 2б) некомпенсированная сила, «притягивающая» полушария друг к другу. При расстояниях больше 6 нм (наночастицы начинают проникать в зазор) эта сила быстро уменьшается до нуля. При расстояниях меньше 6 нм (диаметр наночастиц), сила обеднения будет действовать аналогично силе давления газа в п.1. Сила обеднения также может рассматриваться как сила осмотического давления раствора наночастиц (между полушариями находится чистый растворитель).

3. Оцените величину этой силы, если концентрация добавленных наночастиц составляет $4 \cdot 10^{-4}$ моль/л. (2.5 балла) Опишите несколько способов, как такую некомпенсированную силу можно измерить напрямую. (1 балл)

Для расчета можно воспользоваться уравнением состояния идеального газа (или формулой осмотического давления). Помня, что в системе СИ концентрацию необходимо перевести в моль/м³, находим:

$P = cRT = (4 \cdot 10^{-4} \cdot 10^3) \cdot 8,314 \cdot 298 = 991$ Па – почти как давление на Марсе (в 100 раз меньше атмосферного давления).

и аналогично п.1: $F = P \cdot S = 991 \cdot 3,14 \cdot (1 \cdot 10^{-6})^2 \approx 3,1 \cdot 10^{-9}$ Н

Важный вывод, который можно сделать на основе проведенного расчета: **при контактах между телами, при наличии в системе наночастиц, могут возникать довольно значительные силы.**

Чтобы их измерить, можно воспользоваться любыми способами измерения малых сил для микро- и нанообъектов (например, с помощью оптического пинцета или атомно-силового микроскопа).

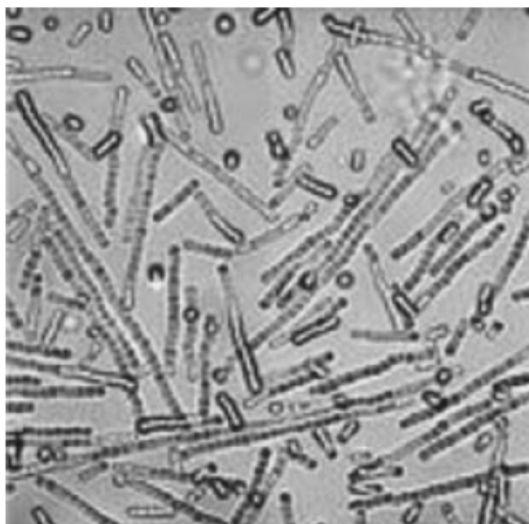
4. Частицу полистирола радиусом $r_{ps1} = 250$ нм помещают в каплю жидкости ($\rho_l = \rho_{ps}$), имеющую вид полусферы с $d_l = 5$ мкм (рис. 3.). Затем в эту же каплю добавляют наночастицы полистирола $d_{ps2} = 50$ нм. Опишите, что будет наблюдаться в микроскоп до добавления второго типа полистирольных частиц и после этого. (2 балла)



До добавления наночастиц будет происходить броуновское движение большой полистирольной микросферы по всей капле. После – при контактах микросферы с границей капли будет возникать сила обеднения, «удерживающая» микросферу на границе. Продолжая броуновское движение вдоль границы, рано или поздно она коснется второй границы,

где силы обеднения станут «удерживать» микросферу в контакте сразу с двумя поверхностями. То есть, станет наблюдаться беспорядочное движение большой частицы в пределах кольца – наночастицы «выгонят» ее на периферию капли.

5. Опишите изменения, которые будут происходить в суспензии наноструктурированных микрочастиц (рис. 4), если к ним добавить полимер с размером частиц около 3 нм. (1.5 балла) Поясните, зачем понадобилось делать гладкие торцы частиц и наноструктурированную боковую поверхность? (1.5 балла)



При броуновском движении частицы могут сталкиваться друг с другом всевозможными способами. Однако только при контактах гладких торцов будет возникать максимальная сила (она, как мы помним, пропорциональна площади контакта), удерживающая частицы вместе. Таким образом, частицы будут собираться в «палочки» – происходит самоорганизация. Бока сделаны шершавыми, чтобы площадь их контактов (и, соответственно, сила обеднения) была минимальной – т.е. чтобы при таких контактах частицы не слипались.

6. Вкратце напишите, где еще мы можем найти подобные явления и как их можно использовать. (2 балла)

Сила обеднения часто проявляет себя в коллоидных системах, содержащих частицы разных размеров. Она играет важнейшую роль в работе живых систем: управляет многими процессами внутри живых клеток (агрегация органелл), «слипанием» в столбики эритроцитов в крови (см. задачу по биологии «СОЭ»). Находит практическое применение,

например, при осаждении фотонных кристаллов или для получения из раствора кристаллов (кристаллизации) крупных белков.

Задача 10. Нанолампы накаливания

Нити первых ламп накаливания изготавливались из углеродного волокна. Такие лампы не могли работать на большой мощности: их колба внутри темнела (рис. 1а) и они перегорали, поэтому их заменили более эффективные лампы с вольфрамовой спиралью. Однако прошло более ста лет, и ученые вновь вернулись к углеродным материалам для нитей накаливания, на этот раз в наномасштабе.

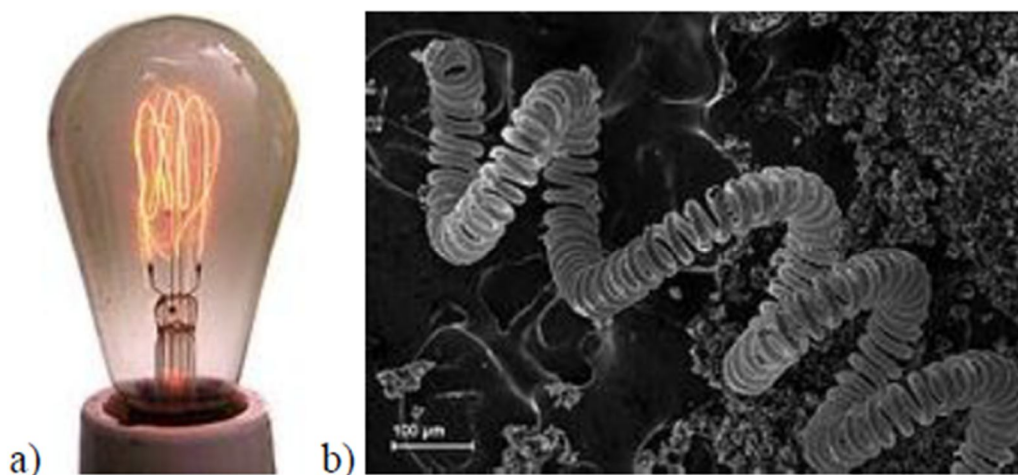


Рис. 1. а) Одна из первых ламп накаливания – с нитью из углерода. б) Изображение спирали вольфрамовой нити обычной лампы накаливания, полученное при помощи сканирующей электронной микроскопии (СЭМ).

1. Из-за чего обычно «перегорают» лампы накаливания?(0.5 балла)

2. Какая лампа накаливания при одинаковой не слишком высокой температуре нити прослужит дольше: с углеродной нитью, с нитью на основе УНТ или на основе графена? Почему? (1 балл)

3. Поясните, можно ли повысить эффективность наноламп накаливания по аналогии с обычными лампами, используя вольфрамовую нанопроволоку или нанофольгу тех же размеров, что и УНТ или полоска графена? (2 балла)

Как можно видеть на рис. 2а и 3а, в конструкции нанолампочек всегда присутствует некоторый зазор между подложкой и нитью накала.

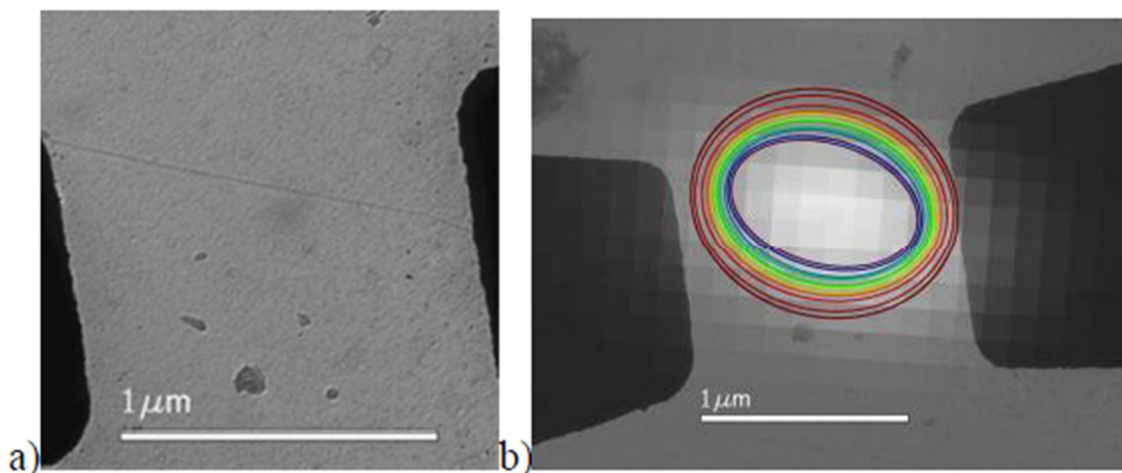


Рис. 2. Нанолампочка из углеродной нанотрубки (УНТ). Похожа на лампочку Эдисона – питается от напряжения 5 В, вакуумируется, но ее волосок в 105 раз короче и тоньше. Тем не менее, ее свечение видно даже невооруженным глазом. а) ПЭМ изображение УНТ между двумя электродами. Длина УНТ – 1.4 мкм, внешний диаметр – 13 нм (состоит из 11 слоев). б) Наложенное на ПЭМ видимое свечение УНТ (одним цветом обозначены зоны с одинаковой яркостью).

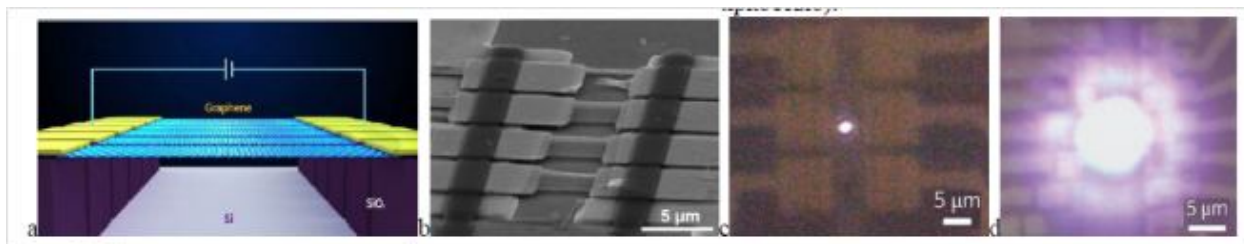


Рис. 3. Массив нанолампочек из графена. а) Схема массива из шести графеновых лент. б) СЭМ изображение массива из пяти графеновых лент. Свечение массива при разных силах тока (изображения получены в оптический микроскоп). в) Слабое свечение при небольшой силе тока ($U = 2.5 \text{ В}$, $I = 120 \text{ мкА}$; размер ленты: длина 2 мкм, ширина 5 мкм). д) При максимальной силе тока свет графеновой нанолампочки, также как для нанотрубки, можно заметить невооруженным глазом.

4. Для чего необходим такой зазор? **(1 балл)**

5. Найдите КПД графеновой лампы (рис. 3с), если мощность ее видимого излучения составляет 1.35 мкВт. **(1 балл)**

6. Исходя из параметров графеновой лампы (рис. 3с), оцените потребляемую мощность лампочки из УНТ (рис. 2). **(3 балла)**

Представьте себе, что нить накала в лампочке на рис. 1а заменили на УНТ такой же длины, как и углеродная нить, но по остальным параметрам трубки аналогичную использованной в нанолампе (рис. 2).

7. Почему такая лампа не заработает от сети 220 В, и можно ли будет заставить ее работать без изменения конструкции? **(2 балла)**

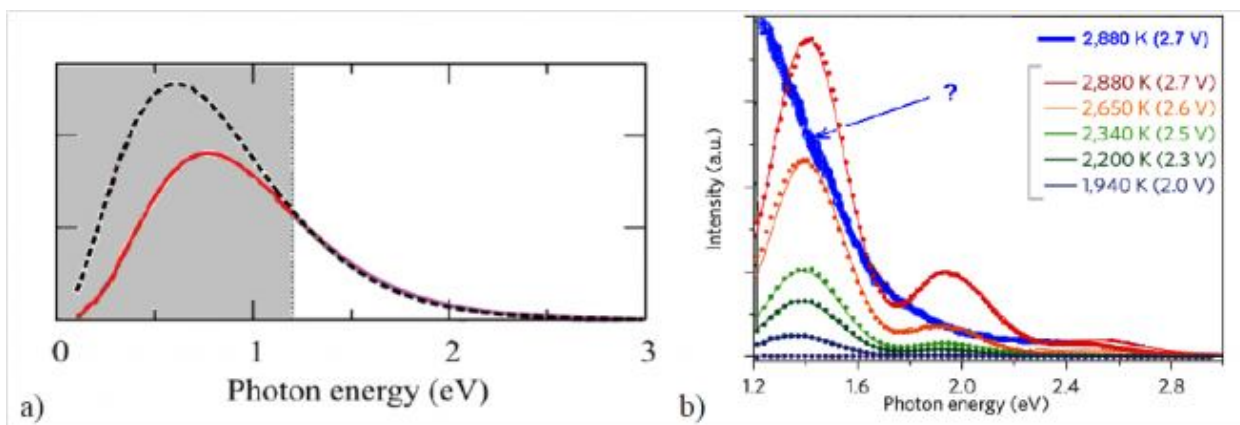


Рис. 4. а) Спектр излучения абсолютно черного тела при 2500К (пунктир) и расчетный спектр излучения графена (красный). б) Экспериментальные спектры излучения графеновой лампочки (рис. 3с) для разных температур накала.

Расчетный спектр излучения графена при нагревании мало отличается от излучения абсолютно черного тела (рис. 4а). С ростом температуры накала максимум в спектре излучения должен, как и у «черного тела», смещаться из красной в синюю область (подобно тому, как меняется цвет раскаленного металла). Однако спектр реальной графеновой нанолампы (рис. 3с) имеет несколько максимумов. Причем при повышении температуры накала положение максимумов и минимумов изменяется слабо (рис. 4б).

8. Объясните причину наблюдаемых особенностей спектра реальной графеновой нанолампочки. **(1 балл)**

9. Что и как ученые изменили в конструкции чтобы спектр нанолампы стал таким, который отмечен вопросом на рис. 4б? **(1.5 балла)**

10. Оцените расстояние между графеном и подложкой в нанолампе на рис. 4б. **(3 балла)**

Решение:

1. Из-за чего обычно «перегорают» лампы накаливания?(0.5 балла)

Из раздела «КПД и долговечность» статьи «Лампа накаливания» в Википедии: «Время службы лампы накаливания ограничено в меньшей степени испарением материала нити во время работы, и, в большей степени, возникающими в нити неоднородностями. Неравномерное испарение материала нити приводит к возникновению истончённых участков с повышенным электрическим сопротивлением, что, в свою очередь, ведёт к ещё большему нагреву участка нити и интенсивному испарению материала в таких местах, так как мощность в последовательной электрической цепи пропорциональна $I^2 \cdot R$. Таким образом, имеется неустойчивость к утоньшению участков нити. Когда одно из этих сужений истончается настолько, что материал нити в этом месте плавится или полностью испаряется, лампа выходит из строя». Таким образом, процесс перегорания запускают неоднородности толщины нити.

2. Какая лампа накаливания при одинаковой не слишком высокой температуре нити прослужит дольше: с углеродной нитью, с нитью на основе УНТ или на основе графена? Почему? (1 балл)

Дольше всего будет служить самая однородная на наномасштабе нить накаливания. Наименее однородная – углеродная нить (состоит из отдельных фрагментов графита, полученных в результате обугливания органических материалов, с большим количеством реакционноспособных краев и тонких мест), она выйдет из строя быстрее всего.

В отличие от идеальной боковой поверхности нанотрубок, боковые края графена неидеальны (содержат дефекты, то есть некомпенсированные связи), поэтому будут разрушаться (испаряться) быстрее. К тому же, внутренние слои нанотрубок защищены от внешнего воздействия внешними слоями, поэтому возможное появление со временем дефектов на внешнем слое нанотрубки не ведет к их быстрому распространению внутрь, в то время как возникновение и распространение дефектов внутри листа графена угрожает разрушением всему листу. Поэтому дольше всего прослужит лампа накаливания с нитью на основе нанотрубок.

3. Поясните, можно ли повысить эффективность наноламп накаливания, по аналогии с обычными лампами, использовав вольфрамовую нанопроволоку или нанофольгу тех же размеров, что и УНТ или полоска графена? (2 балла)

Поверхность УНТ и листа графена практически не имеет дефектов – все атомы углерода упорядочены системой жестких ковалентных связей и являются валентно насыщенными. В металлах нет таких прочных связей, как в графене, атомы на поверхности удерживаются не так прочно и обладают повышенной энергией и реакционной способностью по сравнению с атомами в объеме металла. Поэтому изготовить атомно точные нанолит и нанопроволоку из вольфрама (на манер графена и УНТ) не получится – они будут обладать большим количеством дефектов и неоднородностей. Более того, нанолиты и нанопроволока из вольфрама (по указанным выше причинам; в отличие от графена и УНТ) будут обладать значительно более низкой температурой плавления, чем «обычная» нить накаливания (см. «Почему наночастицы плавятся при низкой температуре?»).

Если в обычных лампочках вольфрамовая нить позволила достичь более высокую однородность и лучшие технические характеристики по сравнению с углеродной нитью, то на наномасштабе ситуация полностью противоположная – в нанолампах накаливания металлические материалы проигрывают углеродным.

Как можно видеть на рис. 2а и 3а, в конструкции нанолампочек всегда присутствует некоторый зазор между подложкой и нитью накала.

4. Для чего необходим такой зазор? (1 балл)

Чтобы выделяющееся при прохождении тока тепло шло на нагрев нити накала, а не на нагрев подложки. Например, без зазора КПД графеновой нанолампы уменьшится в 1000 раз.

5. Найдите КПД графеновой лампы (рис. 3с), если мощность ее видимого излучения составляет 1,35 мкВт. (1 балл)

КПД лампочки – это отношение мощности видимого излучения к потребляемой мощности:

$$\eta = \frac{P_v}{U \cdot I} \cdot 100\% = \frac{1,35 \cdot 10^{-6}}{2,5 \cdot 120 \cdot 10^{-6}} \cdot 100\% = 0,45\%$$

Казалось бы, это почти в 5-10 раз меньше, чем КПД обычной 60-100-ваттной лампочки накаливания, но (поскольку КПД ламп накаливания быстро уменьшается с мощностью), сопоставимо с КПД маленькой лампы накаливания на 5 Ватт. Авторы статьи про графеновую нанолампу пишут, что если экстраполировать КПД вольфрамовой лампы накаливания к мощности нанолампы, то КПД последней окажется почти в 10 раз больше!

6. Исходя из параметров графеновой лампы (рис. 3с), оцените потребляемую мощность лампочки из УНТ (рис. 2). (3 балла)

Допустим, каждый слой многослойной УНТ (рис. 2а условия) имеет то же удельное сопротивление, что и лист графена (рис. 3с), тогда:

$$R_G = \frac{U_G}{I_G} = \frac{\rho_G l_G}{S_G} = \frac{\rho_G l_G}{w_G x},$$

где x – условная «толщина» слоя графена.

$$R_{NT} = \frac{\rho_G l_{NT}}{S_{NT}} = \frac{R_G w_G x l_{NT}}{I_G S_{NT}} = \frac{R_G w_G x l_{NT}}{I_G \pi d_{NT} \cdot 11x} = \frac{U_G w_G x l_{NT}}{I_G l_G \pi d_{NT} \cdot 11x}$$

(представляем УНТ как лист графена шириной в 11 разверток УНТ, разницей диаметров разверток разных слоев пренебрегаем).

$$P_{NT} = \frac{U_{NT}^2}{R_{NT}} = \frac{11U_{NT}^2 I_G l_G \pi d_{NT}}{U_G w_G l_{NT}} = \frac{11 \cdot 5^2 \cdot 120 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 3,14 \cdot 13 \cdot 10^{-9}}{2,5 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \cdot 1,4 \cdot 10^{-6}} = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ Вт}$$

Иными словами, потребляемая мощность нанолампочки (150 мкВт) на основе УНТ в 2 раза меньше потребляемой мощности графеновой нанолампы.

Представьте себе, что нить накала в лампочке на рис. 1а заменили на УНТ такой же длины, как и углеродная нить, но по остальным параметрам трубки аналогичную использованной в нанолампе (рис. 2).

7. Почему такая лампа не заработает от сети 220 В и можно ли будет заставить ее работать без изменения конструкции? (2 балла)

Как сказано в условии, волосок лампы Эдисона в 10^5 раз* (100 000) длиннее. Если мы во столько же раз «удлиним» нанотрубку из нанолампочки (рис 2), ее сопротивление увеличится пропорционально, в 100 000 раз. Одновременно мы поднимаем напряжение питания с 5 В до 220 В – в 44 раза. Потребляемый ток (по сравнению с нанолампой) уменьшается в 23 000 раз. Очевидно, такой силы тока не хватит для разогрева до свечения нити накаливания: это как пытаться «запитать» лампу на 220 В от маленькой батарейки. Чтобы нить накала засветилась, необходимо в тысячи раз увеличивать напряжение питания, но сделать это, не изменяя конструкцию, не получится: контакты в патроне питания расположены слишком близко (вспомним, какие большие расстояния должны быть между проводами в многокиловольтных ЛЭП). Чтобы лампа с УНТ работала от 220 вольт надо менять предложенную конструкцию: либо делать более толстую нить накала, состоящую из тысяч нанотрубок, либо уменьшать ее длину.

*В html версии условия задачи (но не в pdf) потерялось форматирование, и 105 превратилось в 105. Тем, кто считал соотношение длин 105 вместо 10^5 баллы не снижались.

8. Объясните причину наблюдаемых особенностей спектра реальной графеновой нанолампочки. (1 балл)

Часть светового потока, излучаемая в направлении подложки, отражается от нее и, проходя через прозрачный графен, интерферирует с излучаемым в противоположную сторону светом. Если разность хода ($2d$, где d – расстояние между графеном и подложкой) составляет четное число полуволн ($2d = 2n\lambda/2$), то будет наблюдаться максимум, если нечетное ($2d = (2n-1)\lambda/2$) – минимум.

9. Что и как ученые изменили в конструкции чтобы спектр нанолампы стал таким, который отмечен на рисунке 4b вопросом? (1.5 балла)

Сравнивая рис. 4а с рис. 4b, мы видим, что отмеченный вопросом спектр графеновой нанолампы соответствует расчетному спектру графена при отсутствии интерференции. Значит, ученые как-то «убрали» интерференцию. Для этого можно сделать глубину зазора очень большой, либо (как и сделали ученые) уменьшить глубину зазора так, чтобы первый интерференционный минимум и максимум не попадали в коротковолновую часть спектра:

$d \ll \lambda/4$ (или, подставляя в п.10 $E_{\min} = 1.2$ эВ, можно найти $d \ll 250$ нм)

10. Оцените расстояние между графеном и подложкой в нанолампе на рис. 4b. (3 балла)

Для начала запишем формулу перевода энергии фотонов в длину волны:

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = E, \quad \lambda(\text{nm}) = \frac{h(\text{eV}) \cdot c(\text{nm})}{E(\text{eV})} = \frac{4,14 \cdot 10^{-15} \cdot 3 \cdot 10^{17}}{E(\text{eV})} = \frac{1242}{E(\text{eV})}.$$

По графику (рис. 4b условия), расстояние между первым и вторым интерференционными максимумами составляет примерно 0,6 эВ. Это расстояние отвечает удвоенной глубине зазора (см. п.8), следовательно:

$$d = \frac{\Delta\lambda}{2} = \frac{1242}{2\Delta E} = \frac{1242}{2 \cdot 0,6} = 1035 \text{ нм}.$$